

**MNPEF**  
Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física



UMA PROPOSTA DE UM MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO  
PARA O ESTUDO DE FÍSICA DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO TÉCNICO  
PARA OS CURSOS DE MECATRÔNICA, ELETRÔNICA, ELETROTÉCNICA E  
ÁREAS AFINS.

José Francisco de Oliveira

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
Programa de Pós-Graduação da  
UFAM/IFAM no Curso de Mestrado  
Profissional de Ensino de Física (MNPEF),  
como parte dos requisitos necessários à  
obtenção do título de Mestre em Ensino de  
Física.

Orientador:

Wagner Antônio da Silva Nunes

Manaus

Novembro de 2019

UMA PROPOSTA DE UM MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO  
PARA O ESTUDO DE FÍSICA DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO TÉCNICO  
PARA OS CURSOS DE MECATRÔNICA, ELETRÔNICA. ELETROTÉCNICA E  
ÁREAS AFINS.

José Francisco de Oliveira

Orientador:

Prof. Dr. Wagner Antônio Nunes

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação UFAM/IFAM no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física

Aprovada por:

---

Prof. Dr. Wagner Antônio da Silva Nunes  
(IFAM)

---

Prof. Dr. Michel Corci Batista - UTFPR

---

Prof. Dr. Minos Martins Adão Neto  
UFAM

Manaus  
Novembro de 2019

## **Agradecimentos**

Primeiramente agradeço a Deus, pois sem Ele não poderia fazer nada. Agradeço muito ao meu Orientador Professor Wagner Nunes, pela dedicação e pela paciência comigo. Agradeço ao Professor Márcio Gomes por me ajudar a conseguir a bolsa por pelo menos um semestre; ao Professor Von Braun Nascimento da UFMG por me enviar os documentos necessários para minha inscrição no mestrado; aos professores do polo 4; à minha esposa Thalita. Agradeço ao meu pai Lásaro José de Oliveira e minha mãe Neyde Caixeta Tibúrcio de Oliveira, por tudo que fizeram por mim antes de partirem.

## RESUMO

UMA PROPOSTA DE UM MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO  
PARA O ESTUDO DE FÍSICA DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO TÉCNICO  
PARA OS CURSOS DE MECATRÔNICA, ELETRONICA. ELETROTÉCNICA E  
ÁREAS AFINS.

José Francisco de Oliveira

Orientador:

Wagner Antônio Nunes

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação da UFAM/IFAM no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física

A dissertação apresenta o relato de um Material Instrucional (MI), aplicado aos alunos do 1º ano do Ensino Médio Técnico. Os tópicos apresentados aqui, vetores, campo gravitacional, campo elétrico e potencial elétrico, são trabalhados nos livros didáticos analisados, adotados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD 2015). Entretanto, para o estudante do Ensino Técnico alguns temas como campo elétrico e potencial elétrico são necessários já no primeiro ano do curso e esses mesmos temas são cobrados nos livros do PNLD, somente no terceiro ano. Para auxiliar o trabalho dos professores do primeiro ano dos cursos técnicos foi preparado esse MI, inserindo os conceitos de campo elétrico e potencial elétrico no começo o curso. Esse material foi elaborado baseado nos aspectos teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

**Palavras-chave:** Ensino de Física, Ensino Médio e Técnico, campo elétrico e potencial elétrico.

Manaus

Novembro de 2019

## **ABSTRACT**

UMA PROPOSTA DE UM MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO PARA O ESTUDO DE FÍSICA DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO TÉCNICO PARA OS CURSOS DE MECATRÔNICA, ELETRÔNICA. ELETROTÉCNICA E ÁREAS AFINS.

José Francisco de Oliveira

Orientador:

Wagner Antônio Nunes

Master's Dissertation submitted to the Graduate Program of UFAM / IFAM in the Professional Master's Course of Physics Teaching (MNPEF), as part of the requirements necessary to obtain the Master's Degree in Physics Teaching

The dissertation presents the report of an instructional material MI, applied to the students of the 1st year of Technical High School. The topics presented here, vectors, gravitational field, electric field and electric potential, are collected in the textbooks analyzed, adopted by the National Book and Teaching Material Program (PNLD 2015). However, for the student of Technical Education, some subjects such as Electric Field and Electrical Potential are necessary already in the first year of the course and these same subjects are charged in the PNLD books, only in the third year. In order to assist the work of the first year teachers of the technical courses, this MI was prepared, but inserting the concepts of electric field and electric potential at the beginning of the course and not only of the third year. This material was elaborated based on the theoretical aspects of Ausubel's Significant Learning Theory.

Keywords: Teaching Physics, High School and Technical, electric field and electrical potential.

Manaus

Novembro 2019

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A “zona cinza” do contínuo aprendizagem mecânica/aprendizagem significativa. ....	12
Figura 2 – Aplicação do questionário diagnóstico inicial pré-teste.....	19
Figura 3 – Aula expositiva sobre vetores.....	28

## LISTA DE GRÁFICOS E TABELAS

Tabela: Comparação entre Campo Gravitacional e campo elétrico.....	29
Gráfico 1 – Análise da questão 1 do “Questionário diagnóstico inicial” .....	31
Gráfico 2 – Análise da questão 2 do “Questionário diagnóstico inicial” .....	32
Gráfico 3 – Análise da questão 3 do “Questionário diagnóstico inicial” .....	32
Gráfico 4 – Análise da questão 4 do “Questionário diagnóstico inicial” .....	33
Gráfico 5 – Análise da questão 5 do “Questionário diagnóstico inicial” .....	33
Gráfico 6 – Análise da questão 2 do “Questionário diagnóstico inicial: Campo Gravitacional” .....	37
Gráfico 7 – Análise da questão 3 do “Questionário diagnóstico inicial: Campo Gravitacional” .....	37
Gráfico 8 – Análise da questão 4 do “Questionário diagnóstico inicial: Campo Gravitacional” .....	38
Gráfico 9 – Análise da questão 5 do “Questionário diagnóstico inicial: Campo Gravitacional” .....	38
Gráfico 10 – Análise da questão 6 do “Questionário diagnóstico inicial: Campo Gravitacional” .....	39
Gráfico 11 – Análise da questão 7 do “Questionário diagnóstico inicial: Campo Gravitacional” .....	39

## Sumário

<b>1 – Introdução</b> .....	8
<b>2 – Referencial teórico</b> .....	11
2.1 – A teoria da aprendizagem significativa.....	11
2.1.1 – Aprendizagem significativa.....	11
2.1.2 – Condições para que ocorra a aprendizagem significativa.....	13
2.1.3 – O conceito de assimilação em Ausubel.....	14
<b>3 – Metodologia</b> .....	18
3.1 – O Local .....	18
3.2 – Visão dos Professores.....	18
3.3 – O Referencial Teórico no Produto.....	20
3.3.1 – Capítulo 1: Vetores.....	20
3.3.2 – Capítulo 2: Campo gravitacional .....	23
3.3.3 – Capítulo 3: Campo eletrostático.....	25
3.3.4 – Capítulo 4: Trabalho e energia potencial.....	27
<b>4 – Relato da Aplicação</b> .....	27
<b>5 – Resultados</b> .....	30
5.1 – Resultados da aplicação do capítulo 1 do livreto: Vetores .....	32
5.2 – Resultado da aplicação do capítulo 2 do livreto: Campo gravitacional ....	34
5.3 – Resultado da aplicação do capítulo 3 do livreto: Campo Eletrostático .....	38
5.4 – Aplicação do capítulo 4 do livreto: Trabalho e energia potencial.....	39
5.5 – Avaliação Somativa .....	41
<b>6 – Conclusão</b> .....	46
<b>7 – Referências bibliográficas</b> .....	156

## Capítulo 1 - Introdução

A escolha de um tema, veio por sugestão do orientador, que ministrou as aulas de Mecânica Quântica. Nos intervalos das aulas e em alguns encontros individuais, a ideia foi apresentada de uma forma mais detalhada.

Trabalhando em diferentes escolas com diferentes tipos de estudantes e projetos pedagógicos, todo professor pode perceber e sentir as dificuldades dos estudantes em determinados assuntos. Alguns dos problemas relacionados à aprendizagem, de certa forma estão fora do alcance do professor, em sala de aula. São inúmeras as causas, entretanto, alguns pontos estão diretamente ligados à ação do professor em sala de aula. A proposta apresentada nesse trabalho exige uma alteração na sequência inicial do conteúdo normalmente trabalhado no primeiro ano do Ensino Médio nas escolas técnicas. Um tema pode ser melhor compreendido se outros temas forem trabalhados antes. Nem toda escola permite uma alteração no conteúdo a ser trabalhado. Nas escolas técnicas, nos Institutos Federais, de modo geral o professor tem mais autonomia do que, por exemplo, nas escolas particulares. Não se pretende aqui, discutir todas as questões envolvidas nos problemas de aprendizagem nas escolas. Pretende-se propor, por meio de um livreto, uma abordagem diferente para as semanas ou meses iniciais do ensino de Física aos estudantes do primeiro ano de escolas técnicas.

No estudante de Ensino Técnico (concomitante com o Ensino Médio), algumas dificuldades podem ser diretamente relacionadas com a sequência dos conteúdos apresentados de forma tradicional em Física. Isso pode ser identificado mais facilmente. Ele cursa as matérias do Médio, juntamente com as do Técnico. Alguns estudam ambas na mesma escola, já outros frequentam o Médio em uma escola e o Técnico em outra. Isto é possível graças à lei 11.741, de 2008. Independentemente de ser na mesma escola ou não, o fato é que em Física, que é o foco aqui, o conteúdo ministrado no começo do Ensino Médio não tem relação direta com o conteúdo ministrado no começo do Técnico. Neste ponto é que surge a proposta desse trabalho. Dentro das prerrogativas legais, é possível adaptar o começo da Física do Ensino Médio para facilitar a compreensão do conteúdo ensinado concomitante a ele, no Técnico.

Conversando com professores de diferentes escolas de Ensino Técnico e com o

próprio orientador, professor do IFAM, é possível constatar que como regra geral, não há um material, seja livro, apostila ou outro, adaptado ao ensino da Física relacionando com aquilo que é simultaneamente apresentado ao estudante no técnico.

Durante as disciplinas do mestrado, em Processos e Sequências de Ensino e Aprendizagem em Física, os mestrandos analisaram diversos conteúdos tratados em vários livros didáticos. No volume 1 de todos os livros analisados, o conteúdo inicial é praticamente o mesmo: Mecânica. Já o conteúdo inicial do Curso Técnico trata de eletricidade. Nenhum dos livros didáticos analisados trata desse assunto no volume 1. Isso é tratado somente no volume 3 de todas as coleções analisadas.

Os conceitos que surgem no estudo da eletricidade, como campo elétrico e potencial elétrico, por exemplo, são apresentados prontos aos estudantes, o que acaba contribuindo para o que se chama de aprendizagem mecânica em contraste com a aprendizagem significativa, que abordaremos a seguir.

Uma das condições para que ocorra a aprendizagem significativa é que o professor introduza novos conceitos a partir de conceitos prévios conhecidos pelo estudante. Para isso, propomos um livreto onde os assuntos relacionados à eletricidade possam ser trabalhados no primeiro ano. Sendo assim, o objetivo geral desse trabalho é elaborar um livreto para estudantes do primeiro ano de escolas técnicas para os cursos de Mecatrônica, Eletrônica, Eletrotécnica e áreas afins visando uma aprendizagem significativa.

Como objetivos específicos, podemos ressaltar:

- Inserir os conceitos de campo, campo gravitacional, campo elétrico e potencial elétrico no início do Ensino Médio, para alunos de cursos técnicos, com foco nos Institutos Federais;
- Produzir então, um material potencialmente significativo.
- Aplicar o produto, livreto, usando uma sequência didática com alunos do Ensino Técnico, de preferência em um Instituto Federal.
- Produzir um Produto Educacional como material didático que possa ser utilizado por professores do Ensino Médio concomitante com alunos dos cursos técnicos integrado.

A organização desse trabalho foi feita da seguinte forma: no capítulo 1, a introdução: apresentamos o problema e a proposta do trabalho. No capítulo 2, o referencial teórico escolhido: usamos a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, apresentando os principais conceitos da teoria. No capítulo 3, a metodologia: apresentamos o local onde o produto foi aplicado e o referencial teórico no produto. No capítulo 4, os resultados obtidos durante e ao final da aplicação do produto. No capítulo 5: com base nas respostas dos alunos aos questionários apresentados e às atividades desenvolvidas em sala, foi possível chegar a uma conclusão. No capítulo 6, referências bibliográficas.

## **CAPÍTULO 2 – O Referencial Teórico**

### **2.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa**

Inicialmente, é importante destacarmos três tipos gerais de aprendizagem:

Aprendizagem Cognitiva – resulta no armazenamento organizado de informações na mente do aprendiz. Esse complexo organizado é conhecido como a estrutura cognitiva do indivíduo.

Aprendizagem Afetiva – resulta em sinais internos ao indivíduo como por exemplo, prazer, dor, satisfação etc. É fato que, algumas experiências afetivas, acompanham sempre as experiências cognitivas. Ou seja, a aprendizagem afetiva é concomitante com a aprendizagem cognitiva.

Aprendizagem Psicomotora – envolve respostas musculares adquiridas mediante treino e prática.

A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, enfatiza primordialmente a aprendizagem cognitiva. A Estrutura Cognitiva é o conteúdo total e organizado de ideias de um indivíduo envolvendo, conceitos, informações, proposições etc. Essa estrutura normalmente segue uma hierarquia. No contexto escolar ou de aprendizagem, é o conteúdo organizado de ideias numa área particular de conhecimento.

Toda estrutura cognitiva tem os chamados pontos de ancoragem, e a partir desses pontos, novos conceitos, ideias, são organizados e aprendidos.

Para Ausubel a aprendizagem implica na ampliação da estrutura cognitiva, por meio da incorporação de novas ideias, novos conceitos, à essa estrutura. Ou seja, à medida que o indivíduo vai aprendendo sua estrutura cognitiva vai sendo ampliada, inserindo, incorporando ideias e novos conceitos à estrutura já existente. Tudo isso depende também do tipo de ideias já existente e as novas estruturas que serão internalizadas. Dependendo desse tipo de relacionamento, o aprendizado vai do mecânico ao significativo.

#### **2.1.1 – Aprendizagem significativa**

É um processo pelo qual uma nova informação se relacionará com algum (ou alguns) aspectos relevantes da estrutura cognitiva do indivíduo. Ausubel chama esse aspecto relevante de subsunção.

Segundo Ausubel a aprendizagem significativa acontece quando essas novas ideias se relacionam de uma forma não arbitrária e de uma forma substantiva, com as ideias já existentes. Por exemplo, “uma ideia X, presente na estrutura cognitiva e uma nova informação Y que vai se relacionar com X (conceito subsunçor). A relação X com Y não é feita de forma arbitrária e é substantiva. Existe uma relação lógica e explícita entre Y (nova informação) com X (já existente na estrutura cognitiva do indivíduo). Ou seja, essa relação não é feita de forma mecânica. Substantiva quer dizer que aprendido um determinado conteúdo, o indivíduo vai conseguir explicá-lo com suas próprias palavras.

Na aprendizagem mecânica as novas ideias e conceitos não se relacionam de forma lógica e clara com ideias existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Isto é, na estrutura cognitiva não há um conceito subsunçor (ponto de ancoragem). Sendo assim, essa nova ideia, conceito ou informação, será incorporada à estrutura cognitiva de forma mecânica, decorada. Ocorre então um armazenamento arbitrário da nova informação.

Para Ausubel a aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica fazem parte de um contínuo.

Na prática, a aprendizagem não é totalmente mecânica e nem totalmente significativa (Moreira, 2011b), mas estará em uma região entre esses dois pontos. A passagem da aprendizagem mecânica para a aprendizagem significativa não ocorre naturalmente. Boa parte da aprendizagem vai ocorrer na região chamada zona cinza. Veja na figura 2.1.

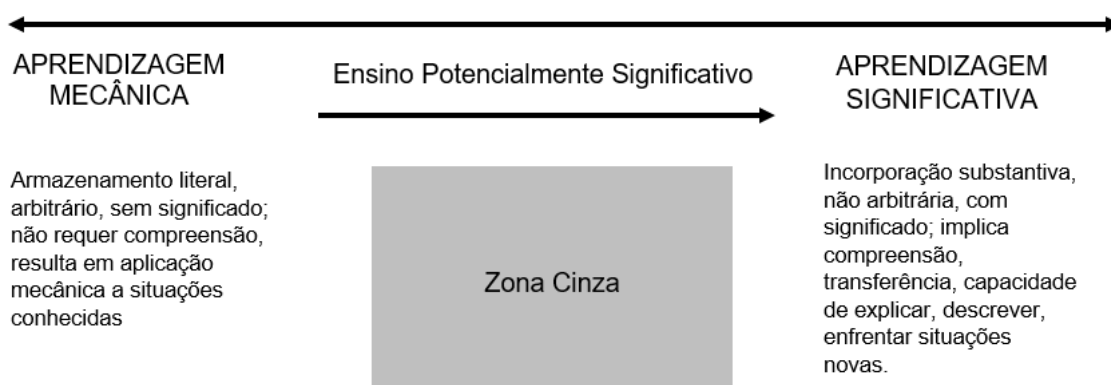


Figura 2.1. Uma visão esquemática do contínuo aprendizagem mecânica-aprendizagem significativa, sugerindo que grande parte da aprendizagem ocorre na zona intermediária desse contínuo. Fonte: Moreira (2011b, p.32)

Segundo Moreira, um ensino potencialmente significativo facilita o percurso do estudante nessa região.

Em algumas situações a aprendizagem mecânica faz-se necessária, principalmente ao iniciar o estudo de um novo conjunto de conhecimento. Alguns conceitos, ideias, proposições, podem ser utilizados como subsunçor temporário, para dar suporte a um novo corpo de conhecimento. Entretanto, não se pode parar nesse tipo de aprendizagem, pois nela não ocorrerá assimilação e organização de novos conceitos e ideias na estrutura cognitiva do indivíduo. Uma síntese da teoria de Ausubel em suas próprias palavras: “Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fator singular mais importante que influencia na aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos” (David Ausubel, 1968).

### **2.1.2 Condições para que ocorra a Aprendizagem Significativa**

Para que ocorra a aprendizagem significativa, Moreira (2011b) aponta duas condições:

I – O material utilizado no processo deve ser incorporável a estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira clara e com subsunçores apropriados. Ou, em outras palavras de forma não-arbitrária e não-literal. Esse material é chamado de potencialmente significativo.

II – O aprendiz deve ter disposição para relacionar o novo material à sua estrutura cognitiva. Se a intensão do aprendiz for somente memorizar o material, o produto da aprendizagem será mecânica (Moreira 2011c, p.36).

A compreensão de um conceito implica em quatro aspectos que devem ser adquiridos pelo estudante: ele deverá ser claro, preciso, diferenciado e transferível. Ausubel, ainda estabelece três tipos de Aprendizagem Significativa.

I – Aprendizagem Representacional.

Envolve a atribuição de significado a determinados símbolos. Por exemplo, árvore (palavra) e árvore (imagem visual). Após inúmeros contatos com a palavra “árvore” e o conteúdo cognitivo (a imagem), à medida que apenas a palavra é apresentada, sem a imagem, o indivíduo estabelece a relação entre o símbolo (palavra) e o objeto (árvore).

II – Aprendizagem de Conceitos.

Conceitos podem ser objetos, situações, eventos, fenômenos, propriedade, com atributo de critérios comuns e podem ser nomeados mediante algum símbolo. Ausubel, distingue dois processos para aquisição de conceitos pelo indivíduo:

1- Formação de Conceitos: o conceito é adquirido pela experiência ao longo da vida, desde a infância, através do contato com objetos, pessoas, situações, eventos.

2- Assimilação de conceitos: o conceito é produzido à medida em que o vocabulário do indivíduo é ampliado. Por exemplo o conceito de árvore com os vários tipos de árvores; bola e os vários tipos de bola; campo e os vários tipos de campo.

### III – Aprendizagem Proposicional

Combinação e relação de várias palavras de forma a produzir uma nova proporção, como por exemplo, “o campo elétrico é muito fraco” ou “essa árvore é muito alta”.

Concomitantemente aos tipos de aprendizagem, há o conceito de Assimilação, na teoria de Ausubel.

#### **2.1.3 O conceito de assimilação em Ausubel.**

Para o processo de aquisição e organização dos conceitos, significados, na estrutura cognitiva, Ausubel propõe o conceito da assimilação. Assimilação: é um processo que ocorre quando um conceito ou proposição A, potencialmente significativo, é assimilado sob uma ideia ou conceito subsunçor mais inclusivo que já existe na estrutura cognitiva.

O conceito geral de “força”, por exemplo. O conceito de força gravitacional é relacionado e assimilado por um conceito mais amplo mais inclusivo que já existe na estrutura cognitiva do sujeito, “força”. O conceito de força gravitacional é assimilado como uma qualificação (exemplo ou extensão) de força. O conceito de força sendo conhecido, é ampliado com a inserção dessa nova informação potencialmente significativa que é força gravitacional. A partir daí temos um produto interacional. O subsunçor força se modificou e pode se unir ao conceito de força gravitacional, força elétrica e força magnética, por exemplo. Assim, não

só o conceito, força gravitacional, mas também o conceito subsunçor “força”, com o qual o novo conceito se relaciona, são modificados.

Assimilação Obliteradora:

Imediatamente após a aprendizagem significativa, começa um segundo estágio da assimilação chamado assimilação obliteradora. Obliterar: quer dizer desaparecer pouco a pouco

As novas informações tornam-se espontâneas e progressivamente menos dissociáveis de seus subsunçores, até não ser mais reproduzíveis em entidades (conceitos) individuais.

No exemplo citado anteriormente, força gravitacional se incorpora ao conceito de força até que não exista mais forma de separá-los (força – força gravitacional-força elétrica). Ou seja, força gravitacional/força elétrica passa a ser uma assimilação obliteradora. O aprendiz não separa mais força de força gravitacional e força elétrica, ele tem agora um conceito que “explica” os tipos de força com diferentes características.

Para Ausubel há três formas de aprendizagem:

I – Aprendizagem Subordinada

A nova informação estabelece uma relação de subordinação com o material pré-existente na estrutura cognitiva. Ou seja, o novo material (conceito) que foi aprendido, guardará uma relação de subordinação como o conceito subsunçor presente na estrutura cognitiva.

Exemplo 1: Material pré-existente → campo

Nova informação → campo elétrico; campo magnético

O novo material “campo elétrico” está subordinado ao material pré-existente: campo. Ou seja, campo elétrico se subordinará a um conceito maior, mais amplo, que é o de “campo”.

Exemplo 2: Material pré-existente → força

Nova informação → força gravitacional, força elétrica

Novamente, o novo material “força gravitacional ou força elétrica” está subordinado ao material pré-existente: “força”. Ou seja, força gravitacional ou força elétrica se subordinará a um conceito maior, mais inclusivo: “força”.

II – Aprendizagem Superordenada.

É exatamente o contrário da subordinada. O conceito ou material potencialmente significativo é mais geral, mais inclusivo, do que os conceitos subsunçores existentes na estrutura cognitiva. Ou seja, essa nova informação incorpora os conceitos que estavam na estrutura cognitiva.

III – Aprendizagem Combinatória

Ocorre quando a aprendizagem não pode ser assimilada por subordinação nem assimilada por superordenação. Nesse caso, faz-se necessário o uso das analogias. Por exemplo, o ovo (e suas partes) para ensinar uma célula e suas partes básicas. Neste caso existe um organizador prévio na estrutura cognitiva que é o ovo. Assim, faz-se uso desse organizador prévio combinado -o com a nova informação, nesse caso a célula e suas partes. Dentro desse processo de aprendizagem vale destacar que ocorre o que é chamado de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Diferenciação Progressiva: ocorre na aprendizagem por subordinação. Nessa última, o novo material interage e ancora um conceito subsunçor. Exemplo: sal de cozinha (tempero), sal rosa do Himalaia, depois o sal kosher (judaico) e sal negro (Índia). O conceito de sal foi progressivamente detalhado e especializado, evoluindo por meio de assimilações subordinadas. Isso também ocorre com Aprendizagem Superordenada e Combinatória. Nesse caso, ocorre uma reconciliação integrativa. No exemplo do sal, suponha que o subsunçor inicial seja o sal kosher. Num dado momento o indivíduo conheceu esse sal, isto é, ele já possui em sua estrutura cognitiva a informação. Ao realizar um estudo sobre religiões se depara com a tradição judaica. O termo kosher é utilizado para designar o tipo de alimento que é permitido de acordo com as leis judaicas. Então uma ideia já estabelecida na estrutura cognitiva; sal kosher, foi reorganizada, ganhando um

novo significado ao ser associado ao judaísmo. Por isso, é chamado de reconciliação: ele reconcilia a ideia/conceito sal com novas informações do estudo da tradição judaica. Essas informações foram reconciliadas e integradas. De acordo com Ausubel o papel do professor exige quatro práticas fundamentais. I – Identificar a estrutura conceitual e proposicional da matéria de ensino. Deve haver uma organização hierárquica de conceitos abrangendo dos mais inclusivos até os mais específicos. Esta tarefa pode ser definida por meio da elaboração de um mapa conceitual (Novak).

Mapa conceitual – na parte superior → conceitos mais gerais

Na parte inferior → conceitos mais específicos e menos inclusivos.

II – Identificar os subsunçores: quais os subsunçores relevantes a serem ensinados que o aprendiz deveria ter em sua estrutura cognitiva.

III – Diagnosticar aquilo que o aprendiz já sabe.

IV – Facilitadores na aquisição de conceitos (de modo significativo). Ensinar recursos e princípios que facilitem a aquisição de conceitos. Exemplo, o uso de organizadores prévios.

## **CAPÍTULO 3 – Metodologia**

### **3.1 – Estratégias iniciais**

Inicialmente foram realizados encontros com o professor orientador, sobre a proposta do trabalho. Após os encontros iniciais começamos a esboçar o que seria uma espécie de livreto para a introdução dos conceitos de campo, campo elétrico, força elétrica, trabalho, energia potencial e potencial elétrico e diferença de potencial para os meses iniciais do 1º ano do Ensino Médio/Técnico dos cursos de Mecatrônica, Eletrônica, Eletrotécnica e Áreas Afins.

### **3.2 – Local**

O local escolhido para aplicar o produto foi o Instituto Federal do Amazonas (IFAM), localizado no Distrito Industrial de Manaus. Trabalhamos com os alunos da primeira série do Ensino Médio/Técnico. O IFAM trabalha com o regime integral. Nas terças-feiras, os alunos possuem o último tempo do matutino livre, e após combinado com o professor de Física, trabalhamos nesse horário. Foram cerca de 30 alunos em média participantes ao longo de 8 encontros.

### **3.3 – Visão dos professores**

Conforme já mencionamos, a ideia do trabalho partiu do professor orientador. Sua vasta experiência no Ensino Técnico, lhe permitiu verificar as dificuldades dos estudantes ao se depararem com o conteúdo de eletricidade já nos meses iniciais do 1º ano do Ensino Técnico. A dificuldade nesse caso, diz respeito a aprendizagem totalmente mecânica dos estudantes. Como mencionamos antes, o conteúdo de eletricidade é trabalhado nos livros didáticos somente no 3º ano. Uma pesquisa feita por outro estudante do MNPEF do polo 4, com professores do Ensino Técnico, por meio de questionário, pode também constatar esta mesma dificuldade relatada pelo professor orientador, dos alunos em relação ao conteúdo de eletricidade no técnico.

O primeiro passo foi, então, preparar um material didático propondo uma alternativa para, em parte, resolver o problema da disciplina Eletricidade, no curso técnico.

Com os estudantes participantes, de forma voluntária, propomos inicialmente um questionário para verificar seus conhecimentos prévios. Na teoria de Ausubel,

em que se baseia nosso referencial teórico, diz que o fator isolado de maior influencia na aprendizagem de um aluno é o que ele já sabe. O questionário com questões qualitativas e quantitativas, foi respondido por 30 alunos do primeiro ano, que em seguida participaram da pesquisa de aplicação do produto educacional.



Figura 3.1 Aplicação do questionário para levantamento dos conhecimentos prévios dos estudantes. Fonte: Autor

Com base nas respostas dos estudantes ao questionário de conhecimentos prévios, fizemos algumas alterações no texto do livreto, antes de trabalhá-lo com os alunos.

### 3.4 – O referencial teórico no Produto Proposto

#### 3.4.1 – Capítulo 1 – Vetores

Um dos principais objetivos desse trabalho é introduzir o conceito de campo elétrico nos primeiros meses do primeiro ano do Ensino Médio, para estudantes de cursos técnicos. Campo elétrico é uma grandeza vetorial, assim como campo gravitacional, e, vetores não é o assunto inicial dos livros adotados para o Ensino Médio regular.

Ao estudar campo elétrico e força elétrica, as características vetoriais dessas grandezas se manifestam. Assim, faz-se necessário que o conceito de vetor, esteja presente na estrutura cognitiva do estudante.

Ao começarmos o estudo com vetores estamos utilizando esse assunto como um **organizador prévio**. O uso de organizadores prévios é proposto por Ausubel como estratégia para manipular a estrutura cognitiva com o intuito de facilitar a aprendizagem significativa.

Um rio com corredeira, pedras e diferentes profundidades, são conceitos/figuras presentes na estrutura cognitiva de qualquer estudante. No primeiro ano, o conceito intuitivo de velocidade também já faz parte dessa estrutura. Ao usar essa situação que foi mostrada na figura introdutória do capítulo 1 do produto, a ideia inicial de campo, nesse caso campo de velocidades, pode ser introduzida. O conceito de grandeza física foi colocado a partir de subsunçores presentes na estrutura cognitiva dos estudantes. A massa (quantidade) de sorvete que a criança coloca numa balança da sorveteria, a quantidade (volume) de refrigerante em um copo, são exemplos do conceito de grandeza física. Na estrutura cognitiva do estudante o conceito de grandeza como algo que se pode medir, foi adquirido principalmente pelo processo de formação de conceitos. A ideia de algo que não se pode medir, como amor, raiva etc, também faz parte desse processo. Nos anos anteriores, no Ensino Fundamental (e no cotidiano de cada um) coisas que podem e não podem ser medidas foram estudadas, vivenciadas, aprendidas e estruturadas na mente do estudante. Sendo assim, a definição de grandeza física como algo que pode ser medido, de certa forma já faz parte da estrutura cognitiva do aluno.

Segundo Ausubel, na aprendizagem significativa, a nova informação, nesse caso vetores, se relacionará com aspectos relevantes da estrutura cognitiva do

estudante (um subsunçor). No exemplo 1 desse capítulo, a situação apresentada de uma pessoa no centro de uma praça, foi usada como subsunçor para a nova informação: **direção e sentido**. Uma atividade proposta no final do capítulo, reforça a ideia de direção e sentido, sua importância e sua ligação com o cotidiano das pessoas. No exemplo 2: o subsunçor utilizado foi a ideia/conceito da distância entre dois postes, para definir o conceito de **grandeza escalar**. Ao longo de sua vida o estudante entrou em contato diversas vezes com o conceito de distância. Esse conceito vai sendo modificado e expandido à medida que a criança cresce. Segundo Moreira, em crianças, os conceitos adquiridos principalmente por um processo chamado de **formação de conceitos** (citado anteriormente). Esse processo envolve generalizações de instâncias específicas (Moreira, 2006 p20).

As operações com vetores e os exemplos e exercícios resolvidos que se seguem no texto do livroto, fundamentam-se, segundo Moreira em: o estudante de certa forma pode querer memorizar o conceito de vetor e suas operações (aprendizagem mecânica), mas, à medida que avança analisando mais exemplos, caminha para a chamada zona cinza (continuo entre a aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa). Em algumas situações, a aprendizagem mecânica é utilizada principalmente no início do estudo de um novo conjunto de conhecimento. Conforme Moreira(2011b), o material utilizado, nesse caso o livroto, precisa se incorporar na estrutura cognitiva do estudante, de maneira clara e com os subsunçores apropriados (situações do cotidiano, conceitos já assimilados etc).

A regra do Polígono, regra do Paralelogramo e a lei dos cossenos, apoiam-se em tópicos já estudados pelo estudante no Ensino Fundamental (oitavo e nono anos). O aluno estudou polígonos regulares, diagonais de um polígono, trigonometria no triângulo retângulo além da lei dos senos e lei dos cossenos. Conforme dito no parágrafo anterior, utilizando esses estudos iniciais como âncoras para novos conhecimentos, ainda que sejam lembrados e decorados novamente pelo estudante (aprendizagem mecânica), pode avançar para a zona cinzenta (Moreira 2011).

Ao mostrar que o teorema de Pitágoras é um caso particular da lei dos cossenos, o material (livreto) se propõe a apresentar um conceito mais inclusivo para o

aluno. O teorema de Pitágoras ou a lei dos cossenos, será utilizada pelo estudante ao longo de todo Ensino Médio em diversas situações nas quais o vetor resultante que representa uma grandeza física estará sendo calculado. Desse modo ao apresentar a lei dos cossenos nesse primeiro capítulo o material (livreto) contribui para uma aprendizagem significativa dessa lei e do cálculo com grandezas vetoriais. Conceitos podem ser desenvolvidos, diferenciados e elaborados por meio de sucessivas interações à medida que a aprendizagem significativa ocorre (Moreira 2006p29). Do ponto de vista de Ausubel o desenvolvimento de conceitos ou ideias, como vetores (lei dos cossenos), tornam-se mais fáceis quando um conceito/lei mais inclusivo de um conteúdo, como a lei dos cossenos, é introduzido primeiro. Depois, esse conceito (ou lei) pode ser progressivamente diferenciado, como no caso do teorema de Pitágoras. De acordo com Ausubel, o princípio da diferenciação progressiva precisa ser considerado ao se programar o conteúdo.

Seguindo no capítulo, os exemplos apresentados no cálculo de vetores resultantes e lei dos cossenos, reforçam o conceito inicial de força, visto pelo estudante também no nono ano. Nesses exemplos já se insere também um cálculo de força elétrica. O conceito de força elétrica é explorado mais detalhadamente somente no terceiro ano do Ensino Médio. Mas, conceitos básicos de eletricidade são apresentados aos estudantes em Ciências, no nono ano. Nesta etapa, a noção de força elétrica de atração e força elétrica de repulsão já começou a fazer parte da estrutura cognitiva do aluno. Ao efetuar o cálculo da força elétrica sobre uma carga em um campo, ainda que este seja feito inicialmente de forma mecânica, no estudo de eletricidade no curso técnico, o aluno poderá transitar para a zona cinza. Assim, o que inicialmente era simplesmente uma operação mecânica, vai ganhando mais significado. De acordo com Moreira 2011b, o estudante segue sua caminhada pela zona cinza, ou seja, o contínuo entre a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa. Então, expande-se o subsunçor força existente na estrutura cognitiva do aluno, preparando-o para o capítulo de campo gravitacional e campo elétrico.

Outro exercício resolvido no capítulo, apresenta uma situação de soma de forças resultantes para o caso mecânico. Tais conceitos foram introduzidos no Ensino

Fundamental, agora é apresentado concomitante com conceito de vetores. O subsunçor força e o conceito recém apresentado se expande. Ainda no estudo de Física do primeiro ano do Ensino Médio, o estudante entrará em contato mais detalhado com o conceito de força em seus estudos sobre as leis de Newton. Nesse ponto, o conceito de vetor e força já fará parte da estrutura cognitiva do estudante e poderá servir de ancoragem para novos conceitos.

Projeção ortogonal de um vetor trata de um assunto novo para boa parte dos estudantes. Entretanto os conceitos recém estudados de vetores e funções trigonométricas servem de organizadores prévios nesse ponto. O assunto em si é apresentado pronto, mas não chega a ser uma proposta de aprendizagem mecânica, pois tem forte integração com outros conceitos (vetores) relevantes na estrutura cognitiva. Trata-se, segundo Ausubel, de aprendizagem por recepção. Ao longo do Ensino Médio e de exercícios propostos, a aprendizagem por recepção é significativa se a nova informação, nesse caso projeção ortogonal, incorporar-se de forma não arbitrária e não literal à estrutura cognitiva. Tanto esse último tópico como o conceito de vetores e suas operações e as leis do seno e cosseno, podem ser simplesmente memorizados pelo estudante, mesmo buscando no livreto fazer algum tipo de associação. Entretanto, Ausubel, não propõe a distinção entre aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa como se fosse uma dicotomia. Na verdade, como já mencionado antes trata-se de um contínuo. O estudante pode caminhar através da chamada zona cinza e chegar efetivamente à aprendizagem significativa desses conceitos/leis.

### **3.4.2 – Capítulo 2- Campo Gravitacional**

O objetivo desse capítulo no produto proposto é preparar o caminho para o estudo inicial do campo elétrico e potencial elétrico. Preparar o caminho nesse caso, conforme Ausubel, é usar o que o estudante já sabe sobre o assunto como subsunçor, ainda que pouco elaborado.

No Ensino Fundamental II, o estudante tem a oportunidade de estudar, em Ciências, um pouco de Astronomia e conseqüentemente, os efeitos gravitacionais do Sol e da Lua sobre a Terra, mesmo que o assunto não seja tratado de forma muito aprofundada.

A ideia de gravidade e mesmo campo gravitacional, fazem parte do processo mencionado anteriormente conhecido como *formação de conceito*, que envolve generalizações de instâncias específicas (Moreira e Masini, 2006, p20). Seja na escola no estudo de Ciências no Ensino Fundamental II, filmes de ficção científica ou mesmo desenho animado, o fato é que gravidade e campo gravitacional não são ideias totalmente desconhecidas pela criança em idade escolar. Esses conceitos/ideias normalmente não estão bem elaborados quando o estudante chega ao Ensino Médio. Entretanto, a maioria das crianças quando chegam na idade escolar, já possuem conceitos que permitem a aprendizagem significativa por recepção. Depois disso, a maioria dos novos conceitos é adquirida por meio da assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa (Novak, 1977b). Ausubel considera que a formação de conceitos é um tipo de aprendizagem por descoberta (Moreira, 2006,p38).

O conceito de gravidade ou a ideia de campo gravitacional é adquirido espontaneamente por meio de ideias genéricas e por experiências próprias (cair de uma árvore, cair de bicicleta ou observando uma fruta cair no chão). É uma forma de aprendizagem por descoberta que envolve certos processos psicológicos ainda que primitivos.

O empurrar/puxar uma cadeira, ou observar uma fruta cair da árvore, como mencionamos no começo do capítulo 2 do produto, faz parte do processo de formação de conceitos adquiridos de forma espontânea de ideias genéricas por meio de experiências do cotidiano.

Assim como o conceito de campo, o conceito de força, ainda que não totalmente organizado, já existe na estrutura cognitiva do aluno. Sendo assim, pode servir de subsunçor para novas informações referentes a força de contato e força de campo por exemplo, caminhando para uma **diferenciação progressiva**. Com base nessa ideia, foi usado o exemplo de força de uma mola comprimida/esticada sobre um objeto (força de contato) e a queda de uma fruta de uma árvore (força de campo). À medida que esses novos conceitos de força de contato e força de campo, forem aprendidos de forma significativa, o resultado final será um crescimento na elaboração dos subsunçores iniciais de força (Moreira e Masini, 2006, p18).

A ideia intuitiva (ou não) do conceito de força que já existe na estrutura cognitiva do aluno serviu de subsunçor para uma nova informação; a força restauradora da mola. Ao longo do curso, novas informações como força de atrito, força normal, força elétrica são apresentadas. Então o conceito de força fica mais elaborado. O mesmo ocorre com o conceito de campo. No produto, foi mostrado a ideia de força de contato e força de campo, além da força normal. Após a definição de força restauradora o texto mostra que a ideia de força sem contato, a ação à distância, nos leva naturalmente ao conceito de campo.

A figura 3, apresentada, mostra esse conceito visualmente. A trajetória do asteroide é modificada pela ação da força gravitacional (força de campo). O conceito inicial do subsunçor força e campo, vai se tornando mais elaborado, mais inclusivo.

Assim como foi feito para a lei dos cossenos, a lei da gravitação de Newton também foi apresentada pronta. Ainda que se esforce para evitar a memorização da expressão dessa lei, isso poderá ser feito por muitos estudantes. Mas, como dito anteriormente, para Ausubel não há uma dicotomia entre a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa. Há sim, um contínuo à medida que o aluno avança. Assim, após apresentar a lei da gravitação de Newton, através do processo da fatoraçoão, já visto pelo aluno no Ensino Fundamental, chegamos na expressão para o campo gravitacional.

### **3.4.3 – Capítulo 3 – Campo Elétrico**

No capítulo anterior sobre campo gravitacional, buscou se um aprimoramento do subsunçor campo e campo gravitacional. Então na introdução desse capítulo a ideia é revista rapidamente. A partir da ideia de campo gravitacional, como uma perturbação do espaço em torno de uma massa, a ideia de campo elétrico é introduzida como uma perturbação do espaço em torno de uma carga elétrica. É a ideia da diferenciação progressiva.

Na seção 2.1.3 mostra que conforme Ausubel há três formas de aprendizagem. Ao comparar a expressão para a força eletrostática de Coulomb com a expressão para a força gravitacional de Newton estamos lançando mão da aprendizagem combinatória. Assim como no exemplo das partes do ovo para estudar as partes simplificada da célula.

A Diferenciação Progressiva ocorre na aprendizagem por subordinação. Nessa última, o novo material interage e ancora um conceito subsunçor. As linhas de força com sentidos diferentes conforme a carga, interage com o conceito subsunçor “vetores”. Uma ideia já estabelecida na estrutura cognitiva; vetores, foi reorganizada, e ganha um novo significado ao ser associado às linhas de força do campo elétrico. O mesmo ocorre quando comparamos a definição de campo elétrico com a definição de campo gravitacional.

Busca-se da mesma forma a diferenciação progressiva para os dois tipos de campo elétrico. São eles: o campo eletrostático (criado por cargas em repouso e conservativo) e o campo elétrico de natureza não eletrostática (criado por uma bateria, por exemplo, e não conservativo).

Para a caracterização da lei de Coulomb os conceitos recém adquiridos de *direção e sentido* são necessários e reforçados.

O estudante do ensino técnico terá contato com equipamentos ao longo de todo curso. Uma breve descrição da balança de torção é apresentada. A ideia/situação de *formação de conceitos*, nesse caso a compreensão de um equipamento, deve ser desenvolvida no estudante.

Mais uma vez recorre-se a analogia com o campo gravitacional. O campo elétrico agente intermediário para a transmissão à distância das forças elétricas entre as cargas.

Os conceitos relacionados a vetores, ganham novos significados: no cálculo do campo de uma carga puntiforme, nesse caso como fator determinante para o movimento de uma carga de prova.

No final do capítulo de campo gravitacional foi definido as condições para considerar um campo gravitacional uniforme. Nesse capítulo, a ideia de um campo uniforme reaparece, mostrando em que condições um campo elétrico pode ser considerado uniforme.

Nesse capítulo, o assunto está longe de ser esgotado. Mas o objetivo aqui não é esse. O objetivo, como já foi dito, propor os conceitos iniciais de campo, campo elétrico para conduzir o estudante a uma aprendizagem significativa do conteúdo de eletricidade no curso técnico.

Carga elétrica, campo elétrico e lei de Coulomb será estudado com mais detalhes no terceiro ano do Ensino Médio, em Física 3.

### **3.4.4 – Capítulo 4 – Trabalho e Energia Potencial**

O capítulo inicia com os conceitos da mecânica. A mecânica está mais próxima do cotidiano do estudante, do ponto de vista visual. É mais fácil imaginar ou ver uma massa sendo erguida a uma certa altura, ou abandonada de uma certa altura do que imaginar uma carga em posições diferentes em um campo elétrico. Isto está relacionado com a **formação de conceitos**, que já foi mencionado anteriormente.

#### **Definição de trabalho mais geral, mais inclusiva.**

Na definição aparece o cosseno do ângulo entre a força e o deslocamento. O conceito de seno e cosseno revisto no capítulo do livreto, quando foi apresentada a lei dos cossenos, é reforçado agora em uma situação diferente mais inclusiva. Essa parte pode até ser decorada pelo estudante, mas abre caminho para conduzi-lo através da zona cinza. A **diferenciação progressiva** aparece novamente.

#### **Trabalho de uma força (força mecânica), trabalho da força peso, trabalho da força elétrica.**

O cálculo do trabalho através da área de um gráfico é apresentado aqui. O cálculo de área é estudado no fundamental.

O trabalho da força gravitacional vai tornar o trabalho de uma força mais inclusivo.

#### **Manipulação da estrutura cognitiva para novos conteúdos.**

Tanto o trabalho da força gravitacional quanto a energia potencial e a diferença de energia potencial são organizadores prévios para o que se apresenta a seguir. O objetivo é chegar no conceito de potencial elétrico e diferença de potencial elétrico. Esses conceitos são extremamente importantes para o estudante do curso técnico e nas condições normais, como apresentadas nos livros didáticos, são estudadas somente no volume 3, no terceiro ano.

### **4 – Relato da aplicação**

O objetivo principal do trabalho, conforme já mencionado, é introduzir os conceitos de campo elétrico, e potencial elétrico para alunos do primeiro ano do Ensino Médio/Técnico, de modo a levá-los a uma aprendizagem significativa dos conceitos de eletricidade que são apresentados a eles na disciplina

“Eletricidade”, no início do Técnico. Para uma melhor compreensão do conceito de campo elétrico faz-se necessário a ideia de vetores e a própria ideia de campo. Assim, optamos por começar, no primeiro encontro, procurar descobrir quais os conhecimentos prévios dos estudantes sobre vetores, força de campo e campo.

No primeiro encontro, inicialmente foi apresentado o projeto aos alunos, com a presença de seu professor de Física, que sabe das dificuldades dos alunos através de seus contatos com o professor de eletricidade. Ficou claro para os estudantes que não se tratava do estudo de um tema específico, mas sim de vários temas contidos em um livreto direcionado a estudantes de escolas técnicas. A ideia de um livro específico para estudantes de escola técnica, agradou muito aos alunos participantes. A seguir, ainda no primeiro encontro, os alunos responderam à um questionário denominado **“Questionário Diagnóstico Inicial”**, cujo objetivo era descobrir os conceitos e conhecimentos prévios na estrutura cognitiva dos alunos. Ao final do horário todos os alunos devolveram o questionário respondido.

Uma análise das respostas foi feita e comparada ao texto do produto educacional proposto.

No segundo encontro inicialmente foi proposta uma atividade sobre vetores “Atividade 1”. Em seguida alguns tópicos do Capítulo 1 do livreto foram apresentados aos alunos em forma de aula expositiva. Os estudantes acompanhavam a aula de posse do Capítulo 1 do livreto que receberam digitalmente pelo celular. Cada capítulo trabalhado foi enviado para os alunos via aplicativo de mensagens WhatsApp.



Figura 3: Exposição sobre vetores

Fonte: Autor

No terceiro encontro, foi retomado alguns pontos do encontro anterior sobre vetores. A seguir os estudantes responderam um “**Questionário Diagnóstico: campo gravitacional**” no qual buscava-se verificar os conceitos de força, força de contato, força de campo estavam presentes em suas estruturas cognitivas.

No quarto encontro houve um ligeiro aprofundamento sobre campo gravitacional. A dinâmica foi uma aula expositiva com uma atividade (“**Atividade 2**”) corrigida em sala sobre o valor do campo gravitacional em diferentes altitudes e o cálculo da força de atração gravitacional entre Terra-Lua e entre duas pessoas. Nesse último cálculo dois estudantes serviram de modelos para o cálculo. A intenção aqui, foi que os estudantes percebessem também que a força gravitacional é muito pequena para massas pequenas comparadas às massas dos corpos celestes.

No quinto encontro foi apresentado o capítulo sobre Campo Eletrostático do livro. A dinâmica foi uma aula expositiva. Os alunos acompanhavam o texto do livro, pelo celular, pois haviam recebido o capítulo antes da aula. A aula, nesse encontro, teve como objetivo apresentar o conceito de campo eletrostático a partir da ideia de campo gravitacional, apresentado nos dois encontros anteriores. Foi proposto um cálculo da força elétrica entre um próton e um elétron situados a um metro de distância para em seguida comparar com a intensidade da força de atração gravitacional entre dois dos alunos e entre a Terra e a Lua, feita na aula anterior. As forças calculadas foram comparadas com a força necessária para segurar uma massa de 200 gramas (a massa de um celular). Uma atividade (“**Atividade 3**”) para casa, foi proposta aos estudantes.

No sexto encontro a Atividade 3, proposta na aula anterior foi corrigida. Mais alguns tópicos do capítulo foram trabalhados: a balança de torção, campo elétrico uniforme e ainda uma comparação com o campo gravitacional uniforme. Uma tabela comparativa entre campo gravitacional e campo elétrico foi apresentada e discutida com os alunos.

#### **Campo Gravitacional**

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m}$$

#### **Campo Elétrico**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q}$$

$$F_G = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

*Direção: reta que une as duas massas*

*Sentido: de atração*

$$g = \frac{G \cdot m_1}{d^2}$$

$\vec{g} \rightarrow$  é um mediador entre  $m_1$  e  $m_2$

$$F_E = \frac{k \cdot q_1 q_2}{d^2}$$

*Direção: reta que une as duas cargas*

*Sentido: de atração ou repulsão*

$$E = \frac{k \cdot Q}{d^2}$$

$\vec{E} \rightarrow$  é um mediador entre  $q_1$  e  $q_2$

Tabela: Comparação entre Campo Gravitacional e Campo Elétrico

No sétimo encontro foi apresentado o capítulo sobre Potencial Elétrico. A dinâmica sofreu alguns ajustes devido ao tempo disponível dos alunos. Desta vez não houve uma aula expositiva sobre o assunto. Inicialmente essa mudança na dinâmica foi passada aos alunos. O capítulo já havia sido enviado para o celular dos estudantes, via aplicativo de mensagens. Na aula, formando duplas, eles responderam um questionário (**“Atividade 4”**) sobre o assunto, consultando o texto do capítulo no celular. A Atividade 4, trata de questões, em sua maioria conceituais. Com o tempo reduzido, um questionário mais conceitual era necessário para investigar a clareza do texto do produto (livreto) e com isso também perceber a importância do professor na sala em uma aula expositiva. Era necessário, de acordo com o referencial teórico, que houvesse uma avaliação final sobre todo o trabalho com os alunos. Deste modo no oitavo e último encontro foi feita uma **Avaliação Somativa** que busca verificar a compreensão, captação de significados e capacidade de transferência dos conceitos envolvidos.

## 5 – RESULTADOS

### 5.1 – Resultados da aplicação do capítulo 1 do livreto: Vetores

O conhecimento prévio do aprendiz é a variável que mais influencia para uma aprendizagem significativa (Moreira, 2011). Assim, conforme dito anteriormente, A atividade foi iniciada aplicando-se um questionário cujo objetivo era identificar algumas ideias e conceitos prévios que poderiam servir de subsunçores, na estrutura cognitiva dos alunos.

O primeiro questionário foi sobre o conceito de vetores, **“Questionário Diagnóstico Inicial”**, uma vez que o primeiro tema proposto no produto é justamente sobre vetores.

Os gráficos a seguir apresentam os resultados.

A primeira pergunta no questionário (figura 5.1) foi se a aluno sabe o que é um vetor.

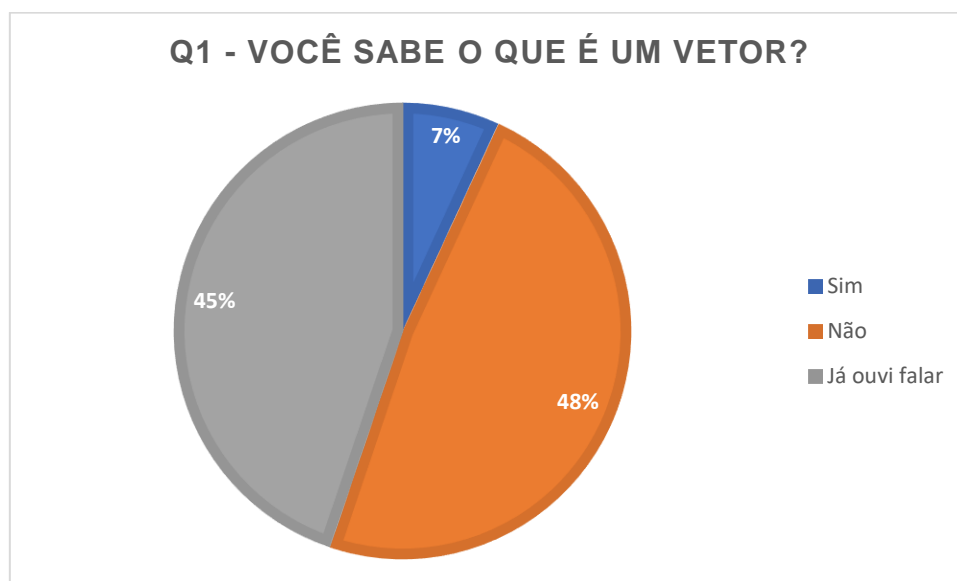


Figura 5.1. Fonte: autor

O gráfico mostra que a maioria ou apenas já ouviu falar ou simplesmente não sabe o que é. Em conversas com os estudantes no primeiro encontro alguns poucos relataram ter estudado um pouco sobre o assunto no nono ano do Ensino Fundamental.

O começo do capítulo sobre vetores relaciona o assunto com o cotidiano do estudante. O capítulo em si é um **organizador prévio** para a introdução de outros conceitos da proposta principal do produto. Nas atividades propostas e no texto do livreto, o estudante não necessitará de uma análise vetorial, entretanto, o conceito de vetor é necessário para introduzir campo elétrico. Ao longo do curso técnico e médio, campo elétrico e outros conceitos serão aprofundados e o subsunção vetores, já estará na estrutura cognitiva do estudante.

A segunda pergunta (figura 5.2) é sobre o conhecimento do estudante sobre o conceito de grandeza física.

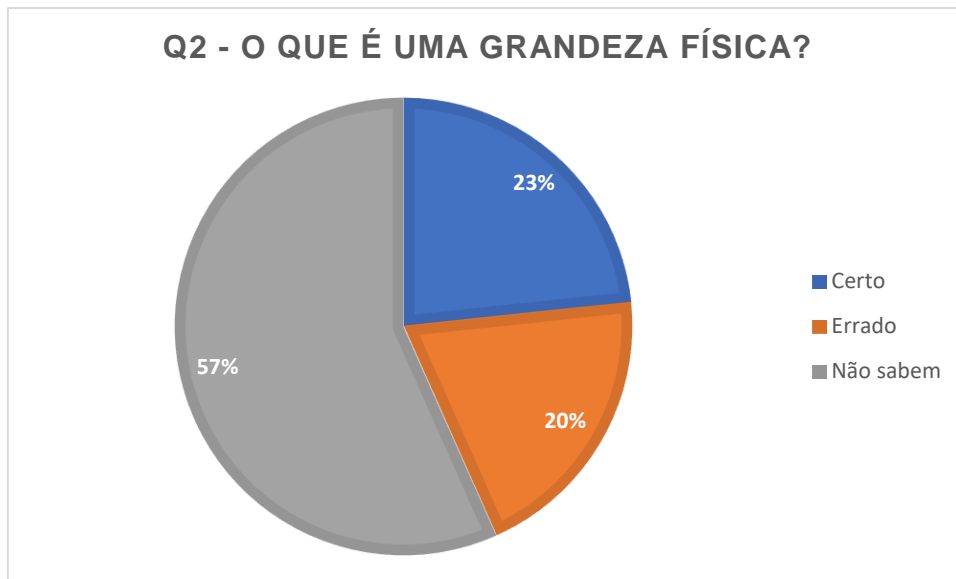


Figura 5.2: Fonte: autor

No 9º ano do Ensino Fundamental os estudantes já entram em contato com vários conceitos da Física. Mas é interessante perceber que mais da metade dos alunos que participaram do trabalho não sabem o que é grandeza física. Isso leva a uma modificação (um acréscimo) no texto do produto (livreto). O conceito “grandeza física” deve ser tratado.

A terceira pergunta (figura 5.3) teve o intuito de confirmar o que já se suspeitava. O estudante teve o contato nos anos anteriores com a Física, mas não diferencia grandeza escalar de vetorial, mesmo tendo visto força, velocidade, aceleração (grandezas vetoriais) e distância tempo, temperatura (grandezas escalares) no Ensino Fundamental.

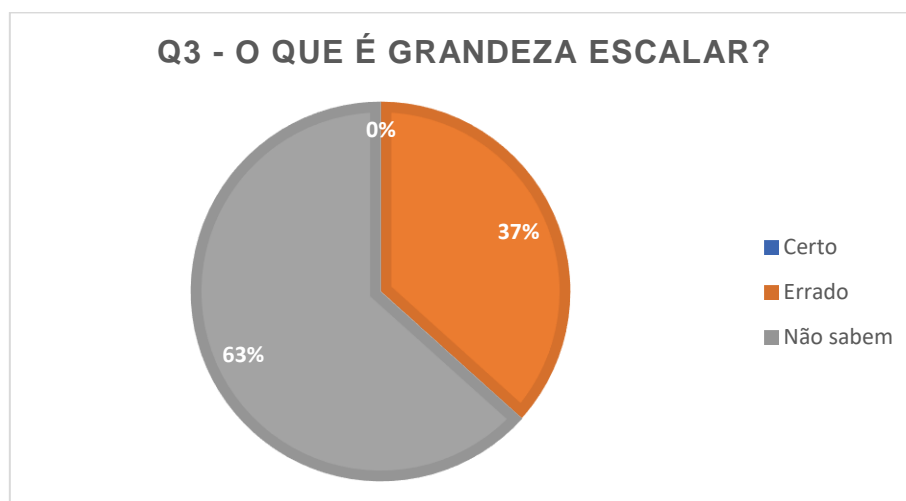


Figura 5.3. Fonte: autor

Obviamente se o estudante não sabe exatamente o que é uma grandeza física, terá dificuldade em saber o que é uma grandeza escalar (ou grandeza vetorial). Isso está bem demonstrado no resultado da pergunta três, como pode ser visto no gráfico anterior.

Os conceitos a que se refere a pergunta quatro (figura 5.4), são vetores, grandeza física, grandeza escalar. Isso foi deixado claro durante a aplicação do questionário com os alunos. A grande maioria não sabe dizer se tais conceitos fazem parte do seu cotidiano. Isso mostra que esses alunos tiveram, de modo geral, uma introdução à Física no Ensino Fundamental, descontextualizada. Ausubel diz, nesse caso, que houve uma aprendizagem mecânica.

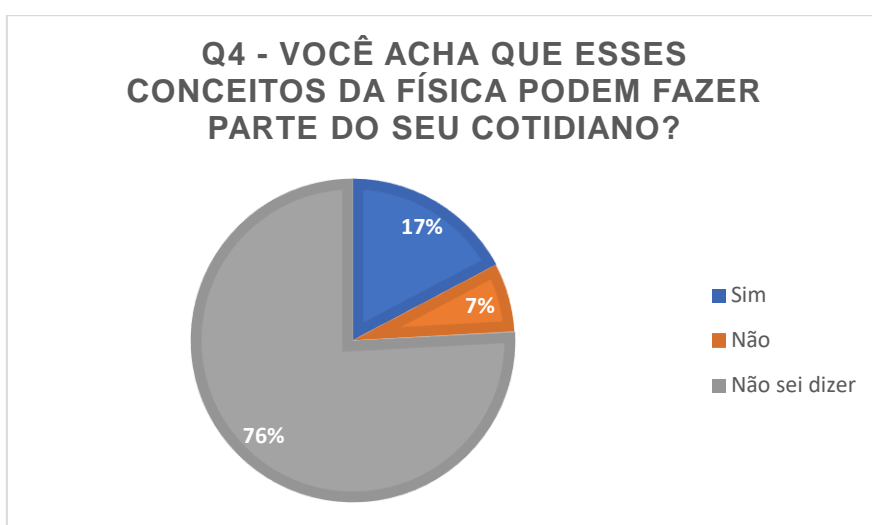


Figura 5.4. Fonte: autor

Faz-se necessário saber, do ponto de vista do estudante, quais os principais problemas que impedem uma aprendizagem significativa. É o que se propõe na quinta pergunta (figura 5.5).

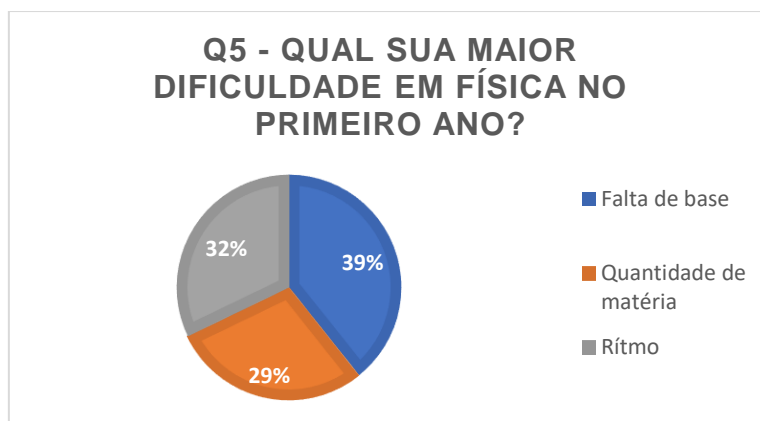


Figura 5.5. Fonte: autor

A pergunta foi apresentada sem alternativas. Mas, ao tabular as respostas as três maiores dificuldades apresentadas pelos alunos foram: a falta de base; a quantidade de matéria e o ritmo das aulas. Durante a aplicação do questionário alguns alunos se manifestaram dizendo que sentem que os conceitos de Física apresentados no Ensino Fundamental, principalmente 9º ano, são vagos e imprecisos.

Após o primeiro momento, com apresentação do projeto e aplicação do questionário, num segundo momento foi trabalhado com os estudantes o conteúdo do capítulo. Isto foi feito na forma de uma aula expositiva. Cada estudante recebeu em seu celular, através do aplicativo WhatsApp, todo o capítulo 1 do produto, que trata de vetores.

Após esse encontro o assunto foi trabalhado em mais aulas pelo professor, com base no texto do livreto recebido pelos alunos.

## **5.2 – Resultado da aplicação do capítulo 2 do livreto: Campo gravitacional**

No ensino de Ciências no 9º ano, os estudantes trabalham com uma visão geral da Física e são apresentados às três leis de Newton. Entretanto ao responder a primeira pergunta do questionário “**Questionário Diagnóstico Inicial: Campo Gravitacional**”, podemos verificar que o conceito ainda precisa ser lapidado na estrutura cognitiva do estudante. Foi pedido ao aluno, na questão 1, dizer com suas próprias palavras o conceito de força

Na questão 2, veja na figura 5.6, menos da metade dos alunos acham que os corpos podem interagir sem ter contato. Ou seja, o conceito de campo não está estabelecido. Analisando alguns livros de 9º ano, observamos que é trabalhado Física e Química com os alunos. Entretanto, o número de aulas de ciências não permite, em geral, detalhar conceitos e ideias. O estudante realmente entra em contato com o conceito de força, porém, normalmente é fixado e não necessariamente compreendido, apenas a ideia de força de contato.

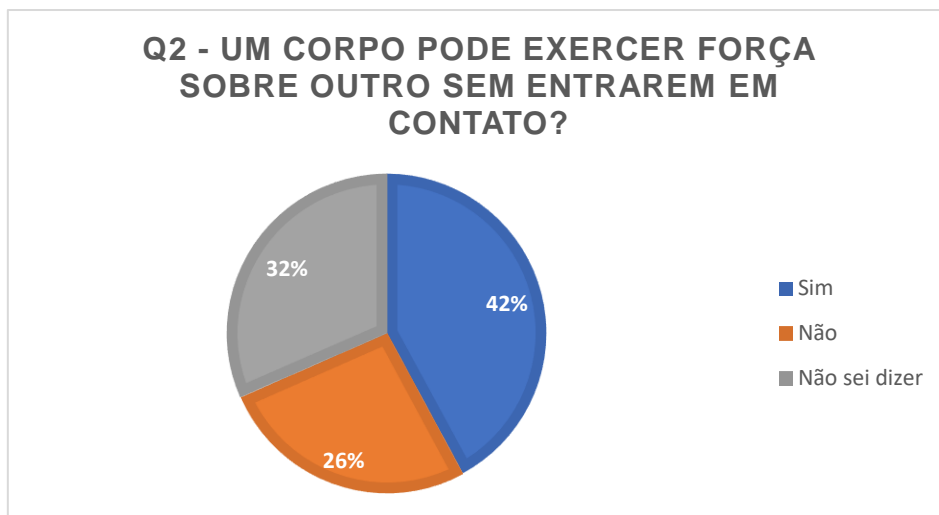


Figura 5.6. Fonte: autor

De modo geral constatamos o que já se podia prever com base na análise das respostas apresentadas na questão 1, isto é, o conceito de campo ou força de campo, não está presente na estrutura cognitiva do estudante (figura 5.7)

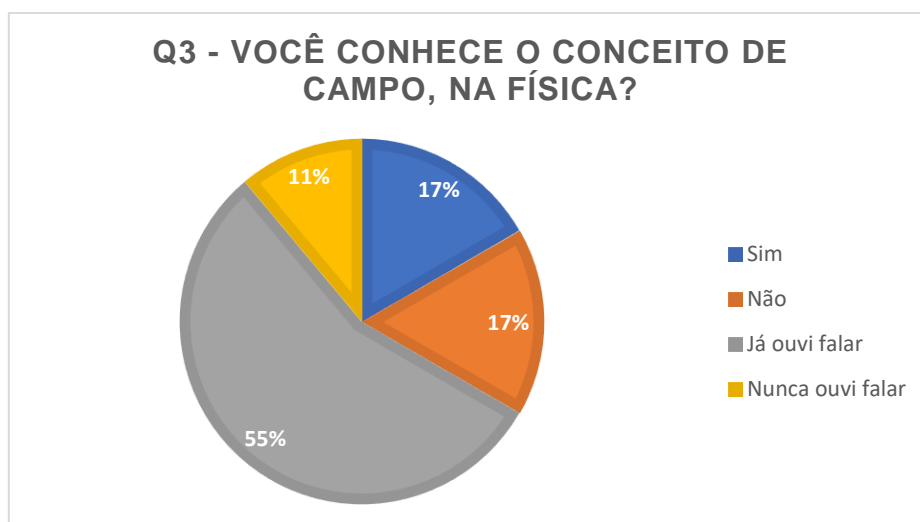


Figura 5.7. Fonte: autor

É interessante observar que apesar do conceito de campo não está presente na maioria dos estudantes, o conceito de campo gravitacional já está mais estruturado. É o que mostra o gráfico da questão 4 (figura 5.8). Conversando com os estudantes durante a aplicação, percebemos que alguns dizem saber o conceito, mas não consegue explicar. Entretanto outros diziam que sabiam explicar, mas em suas respostas ocorria algumas confusões com os conceitos envolvidos.

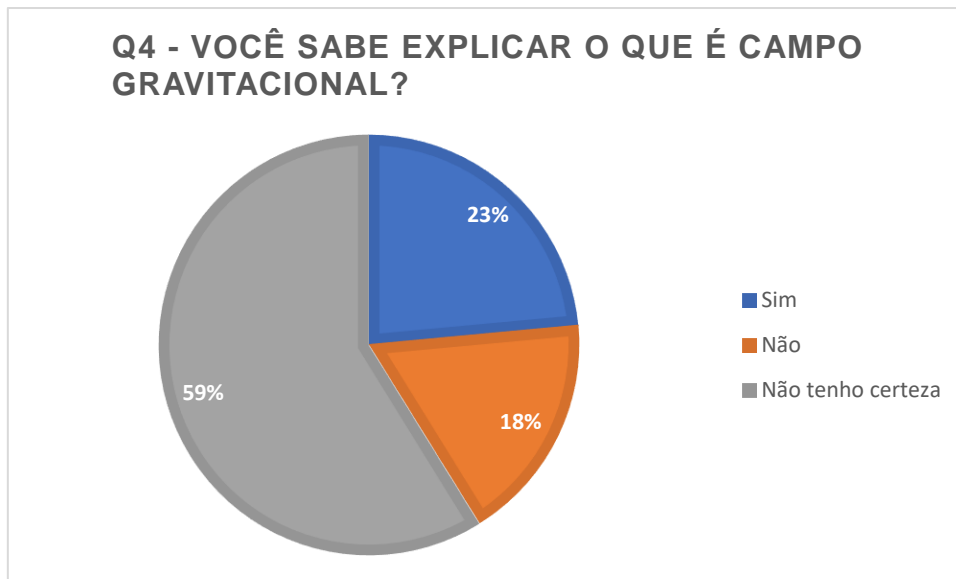


Figura 5.8. Fonte: autor

O processo de formação de conceitos apresentado por Moreira (2011), ajuda-nos a analisar o resultado da questão 5 e seu gráfico (figura 5.9). Ainda que o conceito não esteja organizado na estrutura cognitiva de cada estudante, esses percebem que tal conceito está relacionado ao seu cotidiano, pelo menos para a grande maioria.

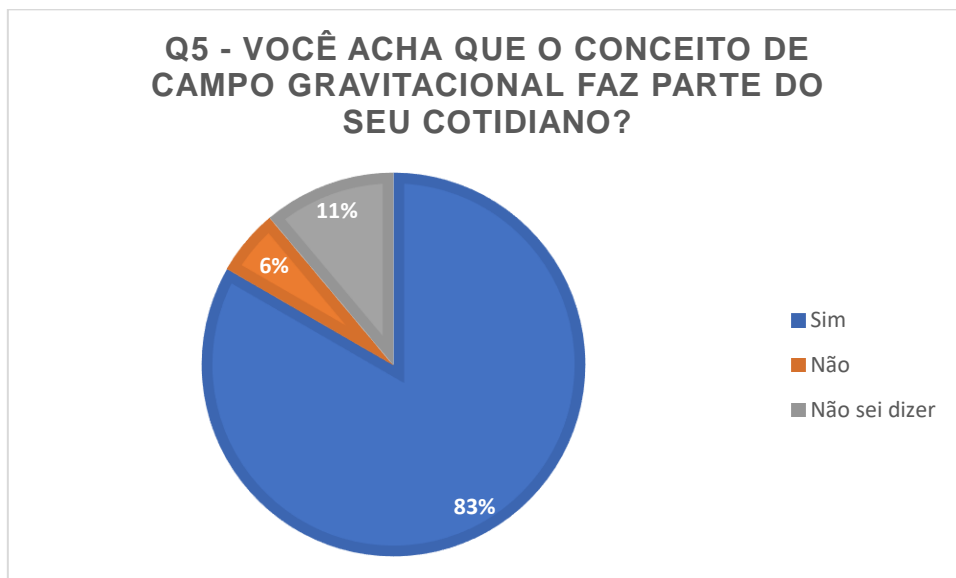


Figura 5.9. Fonte: autor

Podemos dizer que o conceito de força de campo não faz parte da estrutura cognitiva do aluno. Embora se fale de campo gravitacional e gravidade no Ensino Fundamental, percebe-se que (figura 5.10) não há um aprofundamento maior explorando a assunto.

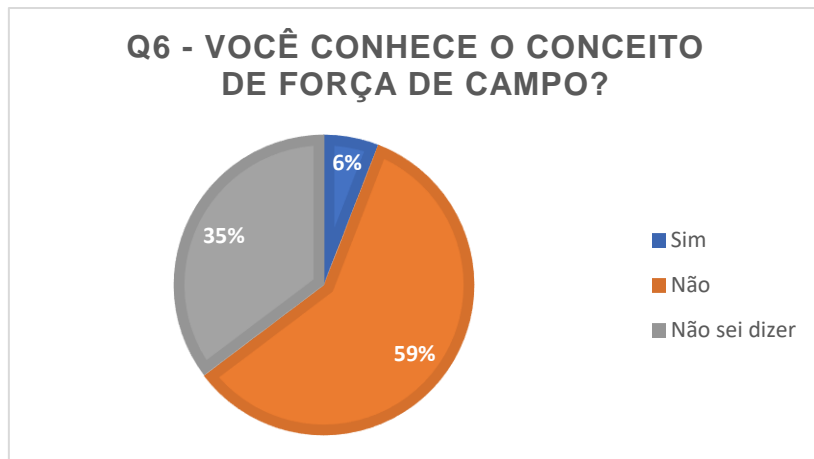


Figura 5.10. Fonte: autor

Muitas informações, ou conceitos da Ciência de modo geral, são mencionados em filmes, series, documentários etc. O acesso rápido e fácil à internet não pode ser desconsiderado quando buscamos um organizador prévio para introduzir determinados assuntos/conceitos. Vários canais de tv a cabo passam documentários, e para aqueles alunos que não costumam assistir esses canais, os filmes de ficção científica e super-heróis têm sido uma constante nos cinemas nos últimos anos. Ainda que nesses filmes a precisão científica não esteja presente, os termos, gravidade, campo gravitacional, buracos negros, viagens espaciais, etc, estão sempre presentes. Analisando o gráfico da pergunta 7(figura 5.11), podemos observar que a influencia do cinema e tv na formação de conceitos, não pode ser desprezada.

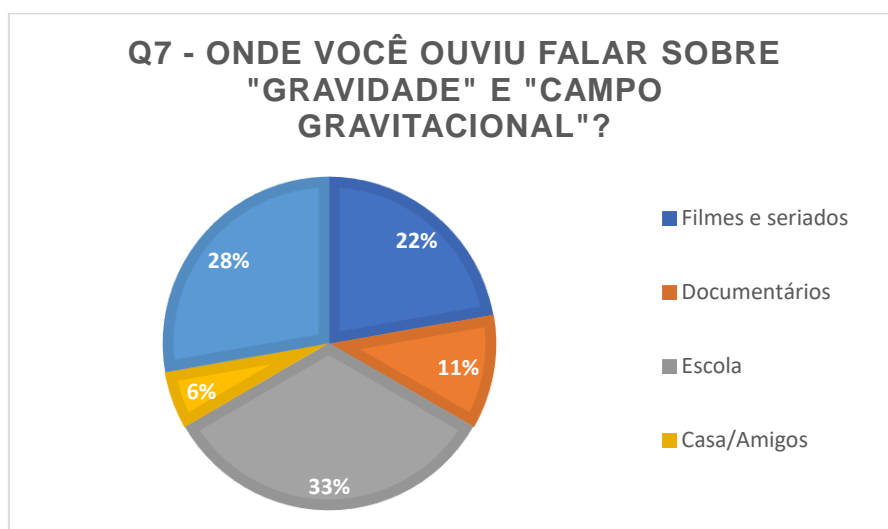


Figura 5.11. Fonte: autor

É interessante observar que, a escola tem um papel importante na formação desses conceitos na estrutura cognitiva dos estudantes.

A interação dos alunos com o material foi muito satisfatória. Conforme foi dito anteriormente, eles receberam os capítulos do livreto em seus celulares. A manipulação do celular é muito familiar para todo aluno. Deste modo, acompanhar o conteúdo da aula sobre o capítulo 2 do livreto, pelo aparelho em mãos, foi um processo “natural” e prazeroso para eles. Foi pedido a eles que olhassem rapidamente o capítulo, as figuras e equações, lessem algumas partes e depois dessem suas opiniões sobre tudo que perceberam. Todos observavam atentamente seus celulares, ampliando as figuras, descendo e subindo a tela, comentando entre eles detalhes que cada um percebia. Em relação ao encontro anterior, o número de alunos praticamente continuou o mesmo (30) com apenas duas faltas. A interação com o mestrando foi bastante amigável e de modo geral todos demonstraram muito interesse. Um aluno perguntou se no livreto havia algum *link* para páginas de Física na internet ou vídeos. Essa possibilidade foi discutida anteriormente com o professor orientador e pode ser adotada em futuras versões do livreto. Foi possível perceber que a linguagem estava de acordo com o nível a que se propõe o produto.

### **5.3 – Resultado da aplicação do capítulo 3 do livreto: Campo Eletrostático**

Neste encontro, percebeu-se uma facilidade maior de boa parte dos alunos em relação aos conceitos apresentados. No encontro anterior o trabalho feito com campo gravitacional serviu de âncora (subsunçor). O conceito de campo foi expandido. As respostas e dúvidas apresentadas pelos estudantes em sala apontam para uma aprendizagem significativa.

As questões conceituais (1,3 e 5) apresentadas no Atividade 3(no apêndice C), trabalhada em sala, tiveram respostas satisfatórias. Alguns alunos demonstraram dificuldades com a linguagem escrita, com a ortografia, mas não necessariamente com os conceitos físicos apresentados.

**Na questão 1.** Algumas respostas:

Aluno A: “...representam como o campo elétrico está orientado, ou seja, ele pode estar saindo da carga ou entrando nela dependendo do sinal...”

Aluno B: "... elas mostram a direção e o sentido do campo elétrico em volta de uma carga".

Aluno C: "...essas linhas servem para ter uma ideia de como funciona o campo elétrico em volta da carga, se está saindo ou entrando na carga ou também pode mostrar o tamanho do campo, se ele é fraco ou forte".

**Na Questão 2 e 4**, a dificuldade no cálculo foi acentuada. Embora a maioria tenha chegado no valor correto, isso só aconteceu depois de várias tentativas. Erros com unidades de medida, multiplicação e divisão e regras de operações com as potências de dez puderam ser percebidos. A dificuldade com a matemática não pode ser ignorada.

#### **5.4 – Aplicação do capítulo 4 do livreto: Trabalho e energia potencial**

Neste encontro com os estudantes o tempo de trabalho foi maior do que de um horário normal. Após uma breve introdução sobre o assunto os estudantes tiveram acesso ao texto do capítulo. Os alunos sentaram em duplas e, à medida que liam o capítulo, discutiam entre si e respondiam perguntas relacionadas ao capítulo. A ideia aqui foi verificar se, sem muita interferência do professor, o texto estava acessível ao aluno.

Na **questão 1**, a pergunta foi "De acordo com a definição, como o ângulo entre a força (**F**) e o deslocamento (**d**), afeta o resultado do cálculo do trabalho realizado pela força?"

Algumas respostas foram consistentes indicando que, caso o material seja utilizado por um período de tempo maior, o estudante pode avançar na zona cinza mencionada anteriormente, conforme Moreira (201b). Veja figura 2 da página 10. Outras respostas indicam que as relações algébricas associadas a conceitos físicos, devem ser construídos na estrutura cognitiva de alguns estudantes.

Como exemplo de aluno que já avança na zona cinza veja:

"...o trabalho é associado à uma força que não seja perpendicular (90 graus) à direção do deslocamento...".

outro diz “...o ângulo define se o trabalho é motor ou se o trabalho é resistente...”, e ainda “...de acordo com o ângulo (se for maior ou menor) conseguimos definir o tipo de trabalho que será realizado...”.

Percebe-se uma tentativa de explicar usando as próprias palavras. Entretanto, algumas respostas revelam que houve simplesmente uma transcrição de parte do texto:

“...o trabalho é associado a uma força que age sobre um objeto produzindo um deslocamento...”.

Na **questão 2** a pergunta foi “De quais maneiras podemos calcular o trabalho realizado por uma força?”

Todos responderam que o trabalho pode ser calculado pela definição, citando a fórmula  $W_F = F \cdot d \cdot \cos \theta$ . Alguns estudantes responderam também que o trabalho pode ser calculado por meio de um gráfico:

“...usamos a fórmula  $W_F = F \cdot d \cdot \cos \theta$ , ou calculamos no gráfico a área entre os dois pontos...” nesse caso o aluno se refere ao gráfico exposto no livreto.

“...usando a definição ou construindo um gráfico da componente da força paralela ao deslocamento versus deslocamento...”.

A pergunta é simples, mas mostra que o aluno é capaz de identificar a expressão correspondente ao cálculo do trabalho de uma força. Não houve tempo para discutir situações de trabalho resultante e trabalho realizado por forças de atrito, etc. Mas, o conceito pode sim, ser trabalhado com os alunos do primeiro ano, uma vez que a ideia de trabalho e leis de Newton começou a ser desenvolvida no Ensino Fundamental.

Na **questão 3** a pergunta foi “Por que a força gravitacional é uma força conservativa?” Como já foi mencionado, usamos o campo gravitacional, que já faz parte da estrutura cognitiva do estudante, como subsunçor, para entrar com o conceito de campo elétrico em seguida. A força gravitacional, assim como a

força elétrica é conservativa. Entretanto a primeira é mais perceptível, pois está no processo que Ausubel chama de formação de conceito. Algumas respostas:

“...quando seu trabalho (da força gravitacional) entre dois pontos é independente do caminho que os liga. O que depende é do desnível vertical (altura) entre esses dois pontos, e da massa transportada...”

Nesta e outras respostas semelhantes percebe-se o começo da expansão do subunçor força. O estudante começa a incorporar ao conceito de força, a força gravitacional e suas características. É certo que a estrutura da linguagem utilizada pelos alunos ainda está se organizando. Em uma outra resposta:

“...porque o trabalho de uma força conservativa é calculado entre dois pontos quaisquer independente do caminho que liga esses dois pontos, ou seja, a força entre dois pontos é calculada independentemente do caminho traçado.” Pode-se perceber uma tentativa do aluno explicar o conceito com suas próprias palavras, embora sua estrutura cognitiva esteja ainda incorporando novos elementos.

Na **questão 4** foi pedido: “Diga com suas palavras o conceito de Potencial Elétrico”. Para responder esta questão a maioria dos alunos tiveram muita dificuldade. Nos conceitos anteriores, de campo elétrico, força elétrica e trabalho foi possível perceber um indicativo de que os alunos caminhavam pela zona cinza estabelecida por Moreira (2011b). Acreditamos que, no caso de Potencial Elétrico, seria necessário um tempo maior com os estudantes pois o assunto foi trabalhado em um tempo reduzido. Entretanto, com tempo adequado, há subsunçores suficientes para que o conceito seja compreendido de modo a alcançar uma aprendizagem significativa.

#### **4.5 – Avaliação Somativa.**

**Questão 1** – “O que são grandezas vetoriais? Dê um exemplo e explique-o”

Aluno A: “É aquela que não fica perfeitamente determinada só pelo significado físico e um valor numérico, necessitando de mais dois elementos, a

direção e o sentido. Por exemplo a velocidade que tem um valor, uma direção e o sentido.”

O aluno, dentro de seu domínio da linguagem escrita, consegue explicar o conceito de grandeza vetorial com suas próprias palavras.

Aluno B: “Grandezas que precisam de direção e sentido. Ex: velocidade, ela precisa do número do sentido e da direção para fazer sentido.”

Há uma dificuldade para se expressar, mas percebe-se, ainda assim, que a ideia está se formando na estrutura cognitiva. Percebe-se nas respostas e nas conversas com os estudantes que muitos têm dificuldades de organizar as palavras, até mesmo quando se trata de um assunto familiar.

Aluno C: “São grandezas que não podem ser medidas apenas em quantidade (número), mas também dá informações de sentido e direção.”

Aluno D: “São grandezas que somente ficam completas com intensidade direção e sentido. Exemplo: força.”

Aluno E: “é uma grandeza que indica direção sentido e intensidade. Uma pessoa andando na rua, pois ele pode ir horizontalmente para a esquerda e para a direita com diferente intensidade de passos.”

**Questão 2** – explique com suas palavras o que é a lei dos cossenos.

Todos os alunos participantes responderam, com suas próprias palavras, que a lei dos cossenos é uma relação entre os lados de um triângulo qualquer com um dos ângulos internos. Dois dos alunos, por exemplo, responderam

Aluno D: “A lei dos cossenos serve para calcular o tamanho/intensidade de um lado do triângulo usando os outros dois lados e usando o valor do cosseno do ângulo de dentro do triângulo.”

Aluno A: A lei dos cossenos pode ser utilizada em situações envolvendo triângulos.”

Nesse caso o estudante fez um desenho de um triângulo escaleno, identificando os lados, vértices e ângulos internos, e escreveu a fórmula matemática.

É interessante mencionar que um dos estudantes disse que a lei dos cossenos é “uma parte” do Teorema de Pitágoras.

“É a parte do teorema de Pitágoras que pode ser aplicada a qualquer triângulo.”

Esta ideia do aluno de certo modo se justifica considerando que no 9º ano do Ensino Fundamental o estudante vê, muitas vezes exaustivamente, o Teorema de Pitágoras em suas aulas de Matemática. Mas, muitas vezes não lhe é mostrado que o Teorema, na verdade, é um caso particular da lei dos cossenos.

**Questão 3-** Explique, com suas palavras, a diferença entre força de contato e força de campo. Dê um exemplo de cada.

Em boa parte das respostas dadas pelos alunos participantes, as explicações dos conceitos e ideias introduzidos foram feitas com suas próprias palavras. Para Ausubel, a aprendizagem significativa acontece quando as novas ideias se relacionam de forma substantiva e não arbitrária, com ideias/conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aluno. Como já mencionado, substantiva quer dizer que aprendido um determinado conteúdo, o aprendiz é capaz de explicá-lo com suas próprias palavras.

Aluno A: “Força de contato são aquelas em que ocorre contato direto entre as superfícies dos corpos que estão interagindo, por exemplo a força normal. Força de campo é aquela que atua sem um contato direto por exemplo a força magnética.”

Aluno B: “Força de contato é a força de um em contato entre dois corpos. Força de campo é uma força quase imperceptível que age entre dois corpos que não se tocam.”

Expressando-se oralmente, o aluno B diz “imperceptível” como algo que não se pode ver e não como uma força muito fraca.

Aluno C: “Força de contato: apenas quando os corpos estão se tocando. Força de campo: que não estão em contato, porém agem uma sobre a outra, por conta de uma força.”

Pelas respostas analisadas pode-se constatar que, após o trabalho desenvolvido, todos os alunos percebem agora força de ação à distância e não apenas a força de contato.

É importante destacar que no questionário inicial pré-teste aplicado aos alunos apenas 42% deles diziam que um corpo pode exercer força sobre outro sem

estarem em conta to. A ideia de força de campo já começa, então, a fazer parte da estrutura cognitiva dos alunos.

**Questão 4** – Com suas palavras, defina “campo” do ponto de vista da Física.

É possível perceber que a ideia de campo, começa a se formar na estrutura cognitiva dos alunos nesse ponto do trabalho. Algumas respostas são mostradas a seguir:

Aluno A: “Uma região do espaço onde os efeitos físicos se fazem sentir. Fenômeno ocorre sem que dois corpos estejam em contato diretamente na superfície”.

Aluno B: “Campo na Física seria um entorno de um objeto perto de outro objeto que mesmo não percebendo, faz os corpos exercerem uma força entre si.”

Aluno C: “Área em volta (externa) que age sobre outros corpos com uma determinada força, tanto de atração ou repulsão”

Aluno D: “É uma força (ou interação) que um corpo exerce sobre outro corpo sem a necessidade de um contato direto com o mesmo.”

Aluno E: “É a área onde um corpo pode exercer força de campo em outro corpo.”

O conceito de campo não é destacado de modo geral, nos livros didáticos de Física no Ensino Médio e menos ainda nos livros de Ciências do Ensino Fundamental. Fala-se de campo gravitacional, campo elétrico, campo magnético, mas não especificamente o que é um campo.

**Questão 5** – Quais as diferenças entre campo gravitacional e campo elétrico? Explique com suas palavras.

É importante lembrar que para responder essas perguntas os alunos não se prepararam como se prepara para uma prova. Embora pudessem consultar o texto, já disponível em seus respectivos celulares, não haveria tempo para consultar todas as respostas. Desse modo, as respostas em sua maioria foram com suas próprias palavras, dentro do que haviam compreendido.

Aluno A: “Campo gravitacional é gerado nas regiões próximas aos corpos que tem massa. Campo elétrico é uma grandeza física vetorial usada para definir o módulo da força elétrica.”

Aluno B: “O campo gravitacional é uma força que o corpo maior aplica sobre o menor mesmo não o tocando.”

Aluno C: “Campo gravitacional: é o campo em que há uma força de atração para o centro. Campo elétrico: é o campo em que pode se conduzir a eletricidade.

Aluno D: “O campo gravitacional é criado por uma massa e o campo elétrico é criado por uma carga, mas o campo gravitacional só atrai e o campo elétrico atrai ou repele”.

Aluno E: “O Campo gravitacional atinge uma área muito maior já o campo elétrico atua sobre cargas perto umas das outras”.

## 6 – Conclusão

Conforme dito anteriormente, não foi trabalhado um único tema ou assunto, ao longo dos encontros com os estudantes do IFAM, local onde o produto foi aplicado. Caso um professor de alguma escola técnica ou IF, utilize o produto, o tempo para trabalhar com seus alunos será muito maior. Nesse caso, os conceitos e ideias poderão ser tratados com maiores detalhes, avançando ainda mais na zona cinza em direção à uma aprendizagem significativa. Isto pode ser percebido nas respostas dos estudantes às atividades e questionários aplicados. No produto apresentado, as novidades para o Ensino de Física do 1º ano do Ensino Médio são principalmente os conceitos de campo elétrico, diferença de potencial e potencial elétrico. No início do mesmo ano, no Técnico, esses conceitos são utilizados na disciplina de Eletricidade, em um contexto normalmente mais prático. Assim, o contato do aluno com tais conceitos, caso o produto seja utilizado, junto com o contato na prática em Eletricidade e ainda no 3º ano do Ensino Médio, com maiores detalhes teóricos, levarão os estudantes a uma aprendizagem realmente significativa de todo assunto.

No produto apresentado, os conceitos relacionados à mecânica, como força de contato e força de campo, vetores e campo gravitacional também são trabalhados, servindo como subsunçor (âncora) para introdução dos conceitos relacionados à eletricidade. Foi apresentado aos alunos, somente a parte Estática. Ainda no 1º ano do Ensino Médio o estudante estuda toda parte Dinâmica, onde os conceitos são novamente trabalhados.

Um outro estudante do polo 4, do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, apresenta um produto voltado para esses mesmos estudante do Ensino Técnico do 1º ano, que trata da parte Dinâmica da Física, inclusive o movimento em campos magnéticos.

Caso um professor de escola técnica resolva usar somente o produto apresentado aqui, os conceitos mencionados são trabalhados para auxiliar o estudante no estudo da Eletricidade, o restante do conteúdo de Física pode também ser trabalhado em um livro tradicional de Primeiro ano, normalmente o volume 1 de qualquer coleção.

Na aprendizagem significativa, o processo é a relação entre a nova informação, ou aprofundamento de uma informação ou conceito, com aspectos relevantes da

estrutura cognitiva do estudante. Então, os conceitos apresentados neste trabalho aos estudantes, como serão tratados em outros momentos de sua jornada pelo Ensino Médio e Técnico, servirão de subsunçores. Esta é o principal objetivo e um dos pilares da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel.

Em boa parte das respostas dadas pelos alunos participantes, as explicações dos conceitos e ideias introduzidos foram feitas com suas próprias palavras. Para Ausubel, a aprendizagem significativa acontece quando as novas ideias se relacionam de forma substantiva e não arbitrária, com ideias/conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aluno. Como já mencionado, substantiva quer dizer que aprendido um determinado conteúdo, o aprendiz é capaz de explica-lo com suas próprias palavras. Outro ponto importante da teoria de Ausubel é que para que haja uma aprendizagem significativa, é necessário também que o aprendiz, tenha disposição para aprender. Um estudante que se dispõe à um curso técnico, de modo geral cumpre esse ponto da teoria ausubeliana.

É possível perceber que os conceitos subsunçores utilizados e expandidos e aqueles que começaram a ser incorporados à estrutura cognitiva dos alunos podem efetivamente servir de âncora para novos conteúdos ao longo de sua jornada pelo Ensino Médio/Técnico. No primeiro ano do Ensino Médio, muitos estudantes ainda têm dificuldades para se expressar usando a linguagem escrita formal. O vocabulário técnico/científico ainda não é suficientemente abrangente para respostas mais elaboradas, assim como a própria compreensão dos conceitos e fenômenos. Uma estrutura cognitiva com conceitos mais elaborados certamente dará mais clareza às argumentações dos estudantes. Quando questionados sobre a ideia de um livro/livreto de Física voltado exclusivamente para estudantes de Ensino Técnico, todos os participantes aprovaram e gostariam que isso fosse uma realidade.



## PRODUTO EDUCACIONAL

UMA PROPOSTA DE UM MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO PARA O ESTUDO DE FÍSICA DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO TÉCNICO PARA OS CURSOS DE MECATRÔNICA, ELETRÔNICA, ELETROTÉCNICA E ÁREAS AFINS.

José Francisco de Oliveira

## SUMÁRIO LIVRETO

<b>Capítulo1 - Vetores: Introdução</b> .....	53
Grandeza Escalar .....	54
Grandeza Vetorial .....	55
O que é um vetor .....	56
Direção e Sentido .....	57
Operação com Vetores.....	57
Regra do Polígono.....	59
Regra do Paralelogramo .....	61
Lei dos cossenos .....	65
Projeção ortogonal de um vetor.....	74
Vetores unitários.....	75
Exercícios do capítulo.....	78
<b>Capítulo 2 – Campo Gravitacional</b> .....	81
Forças de contato e forças de campo.....	81
Efeito estático das forças.....	82
Conceito de campo .....	84
Força de campo gravitacional – Gravitação.....	84
Campo gravitacional <b>g</b> .....	87
Campo gravitacional da Terra .....	89
Campo gravitacional Uniforme.....	90
Resumo do capítulo .....	91
<b>Capítulo 3 – Campo Eletrostático – Introdução</b> .....	92
Força de Campo <b>F</b> – lei de Coulomb.....	93
Campo Elétrico da Carga Puntiforme .....	95
Campo Elétrico Uniforme .....	96
Resumo do Capítulo .....	98
Atividade Experimental.....	98
Exercícios do Capítulo .....	99
<b>Capítulo 4 – Trabalho e Energia Potencial</b> .....	103
Trabalho de uma força .....	104
Trabalho da força gravitacional .....	106

Energia Potencial gravitacional .....	107
A diferença de potencial gravitacional .....	111
Trabalho da força elétrica e da força potencial elétrica.....	113
Diferença de potencial elétrico.....	114
Resumo do capítulo .....	116
Exercícios do Capítulo.....	117
<b>Capítulo 5 – Hidrostática.....</b>	<b>118</b>
Massa específica e densidade .....	119
Pressão .....	120
Princípio de Pascal .....	121
Teorema de Stevin .....	122
Pressão atmosférica .....	123
Princípio de Arquimedes .....	124
Exercícios do Capítulo.....	126
Resumo do Capítulo .....	129
<b>Capítulo 6 – Estática dos corpos .....</b>	<b>131</b>
Condições de Equilíbrio.....	131
Como determinar as forças em situações de equilíbrio.....	132
Momento de uma força.....	134
Momento do binário .....	135
Condições de equilíbrio de um corpo extenso .....	136
Alavancas .....	138
Tipos de equilíbrio .....	139
Exercícios do capítulo.....	140

## Capítulo 1

### Vetores



Figura 2

Fonte: [pixabay.com/pt/photos/cataratas-do-iguazu-cachoeira-377990/](https://pixabay.com/pt/photos/cataratas-do-iguazu-cachoeira-377990/)

### Introdução

Uma importante ferramenta no estudo dos fenômenos físicos, tanto na descrição mais clara de todas as suas propriedades quanto na sua forma compacta de expressá-las é o ente matemático que chamamos de *vetor*. Podemos dizer que praticamente toda a Física é construída com esta ferramenta. Daí a grande necessidade de sua compreensão e uso.

A figura introdutória deste capítulo mostra a água escoando num rio e chegando até numa cachoeira. O fundo do rio é totalmente irregular, com pedras de diferentes tamanhos e formas, diferentes profundidades etc. Logo, a velocidade do escoamento da água não é a mesma em todos os pontos. Em cada ponto no líquido podemos caracterizar a velocidade de escoamento, expressando sua **intensidade, direção e sentido**, como mostrado através das setas indicativas. Chamamos esse campo de vetores das velocidades da água em cada ponto de ***campo de velocidades***.

Faremos o estudo dos vetores sobre o ponto de vista gráfico, definindo desta maneira as operações de soma, subtração e multiplicação por escalar.

Em Física as grandezas envolvidas nos fenômenos podem ser classificadas em dois grupos: **grandezas escalares** e **grandezas vetoriais**. Faremos a distinção entre elas e mostraremos a necessidade do estudo de vetores.



Figura 3

### Exemplo 1

Uma pessoa está parada em uma praça circular onde há o cruzamento de quatro avenidas retilíneas. Essa pessoa tem 4 DIREÇÕES para se deslocar: cada avenida (cada reta) é

uma **DIREÇÃO** sobre a qual o movimento pode

ocorrer. Quando a pessoa decide qual avenida (direção) resta ainda decidir se ela vai subir ou descer a avenida, ou seja, resta decidir o **SENTIDO** do movimento. Para cada avenida que essa pessoa escolher ela terá que decidir se sobe ou desce a avenida escolhida, ou seja, para cada **DIREÇÃO** do movimento há dois **SENTIDOS** possíveis.

## Grandeza Escalar

Dizemos que uma grandeza é *escalar* quando para caracterizá-la completamente basta que informemos o seu módulo (valor) e sua unidade de medida.

### Exemplo 2

Quando dizemos que **distância** entre dois postes de iluminação pública em uma avenida é de 30 metros, caracterizamos perfeitamente a grandeza **distância**, não restando nada além disso a informar. A distância entre dois pontos quaisquer, é uma grandeza escalar.

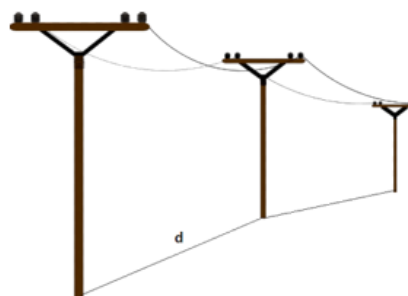


Figura 4

**Grandeza Escalar:** distância (d)

**Módulo e unidade de medida:**  $d = 30 \text{ m}$

Outras grandezas escalares que podemos nomear são: a temperatura  $T$ , o volume  $V$ , o tempo  $t$ , a densidade  $d$  de um corpo, a energia  $E$ , o potencial elétrico  $V$ , etc...

## Notação para as grandezas escalares

As grandezas escalares serão representadas por letras latinas ou gregas maiúsculas ou minúsculas sem nenhuma outra convenção. Se por exemplo, quisermos informar que a massa de um corpo é 15 Kg, faremos a indicação  $m = 15 \text{ Kg}$ , e assim o faremos para todas as grandezas escalares. Por exemplo: o volume de um recipiente é  $V = 12 \text{ m}^3$ ; o tempo gasto para percorrer uma certa distância é  $t = 8 \text{ segundos}$ ; a temperatura de uma substância é  $T = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ , etc.

## Grandeza Vetorial

Para caracterizar completamente uma grandeza vetorial é necessário informar, além do módulo (intensidade) e unidade de medida, sua *direção* e sentido. Por exemplo, considere um avião que sobrevoa um campo com velocidade cuja intensidade é  $v = 200 \text{ km/h}$  (veja a figura 5<sup>1</sup>).



Figura 5. Fonte:

[bandab.com.br/cidades/aeronave-que-da-rasantes-intriga-moradores-de-curitiba-saiba-o-motivo-para-voltas/](http://bandab.com.br/cidades/aeronave-que-da-rasantes-intriga-moradores-de-curitiba-saiba-o-motivo-para-voltas/)

Nesse caso você tem o módulo (e unidade de medida), mas essa informação *não é suficiente* para dar todas as características da grandeza velocidade. Naturalmente surgem as seguintes perguntas: para que lado o avião foi? Ou, em que direção e em que sentido o avião sobrevoa o campo? A

informação “um avião a 200 km/h deslocando-se para o norte”, é diferente de “um avião a 200 km/h indo para o sul”. Uma informação completa seria: um avião sobrevoa um campo com velocidade de 200 km/h na direção norte – sul, indo para o sul. Nesse caso:

**Grandeza Vetorial:** velocidade ( $v$ )  
**Módulo e unidade de medida:** 200 km/h  
**Direção:** norte-sul  
**Sentido:** de norte para o sul

Observe que o avião poderia estar a 200 km/h na direção norte-sul, porém indo para o norte. Nesse caso,

**Módulo e unidade de medida:** 200 km/h  
**Direção:** norte-sul  
**Sentido:** de sul para o norte

Veja que, mesmo sendo a mesma direção nos dois casos, são duas situações distintas. Então, dizemos que velocidade é uma grandeza vetorial, pois

além do módulo é necessário também informar a direção e o sentido para caracterizar perfeitamente a velocidade. Outros exemplos de grandezas vetoriais

são: aceleração, força, campo gravitacional, campo elétrico, campo magnético, etc.

### Notação para as grandezas vetoriais

Usaremos a seguinte notação para uma grandeza vetorial: uma letra maiúscula ou minúscula **em negrito** ou colocando-se uma “flechinha” sobre ela. Por exemplo:

$\vec{v}$  ou **v** → vetor velocidade (lê-se: vetor v)

$\vec{a}$  ou **a** → vetor aceleração (lê-se: vetor a)

$\vec{F}$  ou **F** → vetor força (lê-se: vetor F)

$\vec{E}$  ou **E** → vetor campo elétrico, (lê-se: vetor E), etc.

#### Exemplo 3

Considere o que foi dito no exemplo 1. Nesse caso imagine que alguém lhe diz que a pessoa no centro da praça saiu correndo com uma velocidade de 5

m/s. Com essa informação você sabe somente o valor (módulo) da velocidade, mas não tem ideia de pra onde exatamente a pessoa correu. Para se ter uma informação completa é necessário saber, além do módulo da velocidade, a direção e sentido do movimento (qual avenida e se subindo ou descendo).

Por exemplo, ela pode ter seguido a **direção** da linha AA' ou na **direção** BB'. Se tiver seguido na linha AA' ainda será necessário indicar o **sentido**, de A para A' ou de A' para A. Da mesma forma que sobre a reta BB', ou sobre qualquer reta que você possa imaginar.

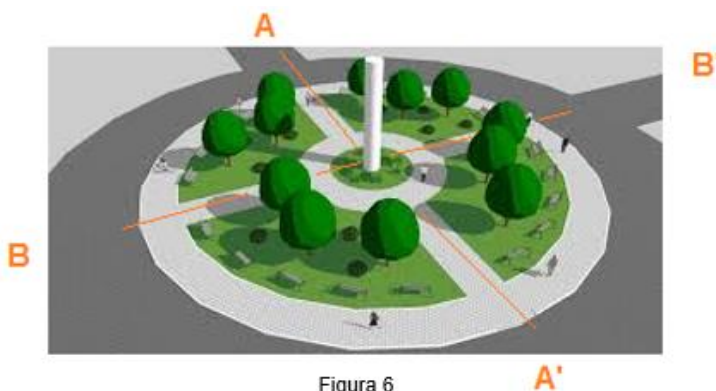


Figura 6

## O que é um vetor?

Vetor é um objeto matemático que possui **módulo** (valor, intensidade), **direção** e **sentido**. Para se caracterizar um vetor, precisamos conhecer seu módulo, direção e sentido. Para se caracterizar um escalar, basta conhecer seu módulo.



Figura 7

A representação gráfica de uma grandeza vetorial, como a velocidade, por exemplo, é feita através de um segmento de reta orientado como o mostrado na figura a seguir. De forma bastante compacta e simples, o segmento de reta orientado representa as grandezas vetoriais, pois, a direção da grandeza vetorial é a direção da reta que contém o segmento de reta. O sentido da grandeza vetorial é o sentido do segmento orientado de reta e o módulo da grandeza vetorial é o comprimento do segmento de reta. Por exemplo, se chamarmos dois segmentos de reta orientados de  $v_1$  e  $v_2$  de comprimentos diferentes, aquele que tem comprimento maior representa uma velocidade maior.

## DIREÇÃO

Observe a figura ao lado. Nela temos um conjunto de retas  $r$ ,  $s$  e  $t$  **paralelas** entre si, possuindo então, todas uma **mesma** direção no plano. Em geral, a direção de uma reta é definida através do ângulo, medido no sentido anti-horário, entre ela e um eixo de referência arbitrariamente adotado. Por exemplo, tomando a reta  $w$  como um

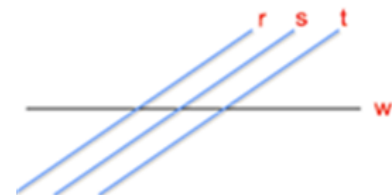


Figura 8

eixo de referência, as

retas  $r$ ,  $s$  e  $t$ , formam um mesmo ângulo com a reta  $w$ , definindo uma única direção no plano.

**Uma vez definida a direção de uma** reta, fica definida a direção do segmento de reta nela contido, como por exemplo, o segmento de reta **AB**, de origem em **A** e extremidade em **B**.



Figura 9

## SENTIDO

Cada reta (direção) pode ser percorrida em dois sentidos, que indicaremos através de uma seta (ponta da “flecha”). Observe então que para cada direção estabelecida, há dois sentidos possíveis que podemos nos mover sobre ela.

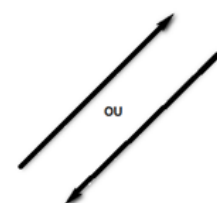


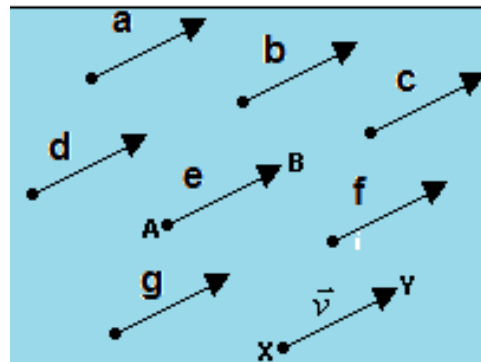
Figura 10

## Operações com Vetores

Uma vez que vetores e escalares são objetos matemáticos de naturezas diferentes, precisamos estabelecer regras que definam de que maneira as operações podem ser feitas sobre os vetores. Já sabemos como os *escalares* são operacionalizados com relação a soma, a subtração e o produto entre eles. Precisamos agora operacionalizar com os vetores. Isto é, devemos definir a igualdade, a soma e a subtração entre os vetores. Devemos saber ainda, se podemos construir operações combinadas usando escalares e vetores.

### ◆ Igualdade de Vetores

Dois vetores são chamados idênticos (iguais), se possuem o mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido. Sendo, portanto, representados pelo mesmo segmento orientado de reta. Na Fig. todos os vetores são iguais àquele representado pelo segmento orientado **AB** de origem em **A** e extremidade em **B**. Observe que a origem e a extremidade dos vetores podem estar em pontos diferentes,



como no caso do vetor  $\vec{v}$ , cuja origem é o ponto X e a extremidade está em Y. Desta forma, podemos dizer que, em cada ponto do espaço existe um vetor igual a um certo vetor dado.

### ◆ Adição de Vetores

Assim como podemos fazer operações de soma com números, os vetores também podem ser somados.

Somar ou subtrair grandezas escalares é simples. Por exemplo, você pode somar a massa de vários objetos ao final terá a **massa resultante**:

$$3 \text{ kg} + 2 \text{ kg} + 10 \text{ kg} - 4 \text{ kg} = 11 \text{ kg}$$

A massa ( $m$ ) é uma grandeza escalar.

Para somar grandezas escalares basta verificar se elas possuem a **mesma unidade de medida** e efetuar a operação. Entretanto, ao longo de seus estudos em Física, você perceberá que constantemente será necessário usar combinações de grandezas vetoriais. Nesse caso, devemos levar em consideração o módulo (valor) e a orientação de cada grandeza vetorial.

Suponha agora que você está à margem de um rio vendo um barco de passeio navegando. Suponha que a intensidade da velocidade da correnteza ( $v_c$ ) desse rio é  $v_c = 2 \text{ m/s}$ . O barco se move nesse rio e seu velocímetro marca uma velocidade  $v_B = 8 \text{ m/s}$ . Note que há duas velocidades envolvidas. Qual é então, a **velocidade resultante** desse barco? Nesse caso não podemos simplesmente somar as velocidades da correnteza e do barco, conhecendo somente seus módulos. Precisamos também conhecer a direção e o sentido dos movimentos tanto do barco quanto da correnteza. Se o barco viaja contra a correnteza sua velocidade resultante deverá ter intensidade menor que a intensidade quando desce o rio, a favor da correnteza. O barco também pode estar atravessando o rio, de uma margem para outra. O que fazer nesses casos para somar as velocidades do barco e da correnteza?



Figura 11. Fonte: pixnio.com/pt/media/pescador-barco-de-pesca-mar-agua-barco-2

Vamos utilizar o método gráfico para definirmos a operação soma de vetores<sup>1</sup>. Neste sentido, somar e subtrair vetores significa desenhar vetores, seguindo regras apropriadas para tanto. No caso da soma há duas regras equivalentes chamadas de **regra do polígono** e **regra do paralelogramo**.

## Exercício Resolvido

Dois vetores  $\vec{E}_1$  e  $\vec{E}_2$  têm módulos iguais a 20 e 8 respectivamente. Determine o vetor resultante sabendo que eles têm a mesma direção e sentido.

**Resolução:**

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \text{ como eles têm mesma direção e sentido,}$$

$$E_R = E_1 + E_2$$

$$E_R = 20 + 8 = 28$$

## Regra do Polígono

É comum o IBAMA colocar um chip em algum animal e monitorá-lo em seus deslocamentos no seu habitat ao longo dos dias. Uma onça por exemplo, começa seu movimento em um ponto X qualquer da floresta, desloca-se para vários pontos e ao final do dia para em um determinado ponto Y qualquer. O **deslocamento final** dessa onça ao final do dia será simplesmente uma linha

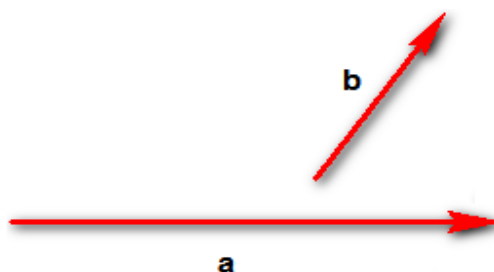
<sup>1</sup> E também para as operações de subtração e produto por escalar.

rela ligando o ponto X, inicial ao ponto Y, final. O movimento dessa onça está relacionado com a regra do polígono.

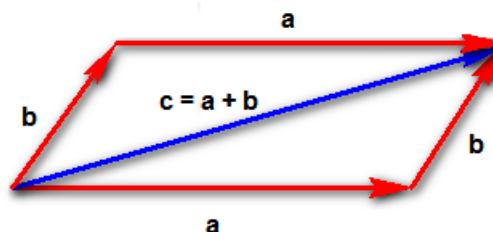
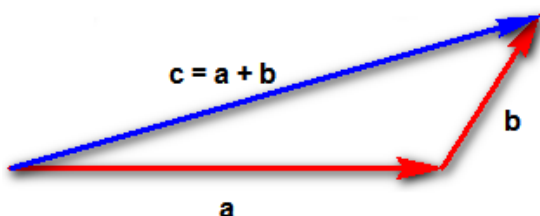
Essa regra gráfica de soma vetorial se refere à construção de uma linha poligonal colocando-se os vetores em sequência: **origem de um na extremidade do outro** para qualquer quantidade de vetores. O vetor chamado de vetor soma é aquele construído ligando-se a origem do primeiro até a extremidade do último. Para exemplificar o anteriormente exposto, considere que desejamos somar os dois vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  na figura.



Fixando o vetor  $\vec{a}$  colocamos a origem do vetor  $\vec{b}$  na extremidade de  $\vec{a}$ . Representamos o vetor  $\vec{a} + \vec{b}$ , pelo segmento orientado  $\vec{c}$ . O ponto inicial (ou origem) de  $\vec{c}$  é o ponto inicial (ou origem) do vetor  $\vec{a}$ . O ponto final (ou extremidade) de  $\vec{c}$  é o ponto final (ou extremidade) de  $\vec{b}$ .

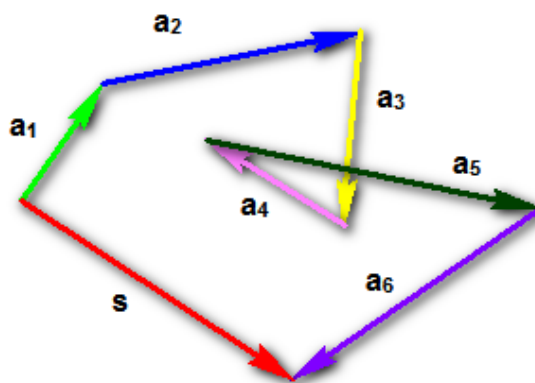


Observe que a soma de vetores obedece a uma propriedade chamada de **propriedade comutativa**, pois a soma de vetores não depende da ordem que somamos os vetores, como é mostrado na figura abaixo:



$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}.$$

De forma resumida, quando somamos *dois ou mais vetores*, dizemos que o **vetor resultante** da soma desses vetores, tem origem na origem do primeiro e extremidade na extremidade do último vetor somado, isto é, o vetor resultante é aquele que fecha a linha poligonal. A figura ao lado mostra a soma dos vetores  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4, \vec{a}_5$  e  $\vec{a}_6$  cuja soma é  $\vec{s}$ ,



$$\vec{s} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4 + \vec{a}_5 + \vec{a}_6$$

Essa situação mostrada na figura anterior pode representar, por exemplo, os deslocamentos sucessivos de um corpo em movimento, sendo o vetor  $\vec{s}$ , o deslocamento resultante. Como no caso da onça monitorada pelo IBAMA.

É importante ressaltar que distância e deslocamento são grandezas distintas. A **distância** é uma grandeza escalar, medida metro a metro ao longo de toda trajetória, já o **deslocamento** é uma grandeza vetorial que obedece a regra para soma de vetores.

### Exercício Resolvido

Um avião parte de Porto Alegre com destino a Campo Grande, fazendo escalas em São Paulo, Rio de Janeiro e Belo Horizonte. Cada deslocamento é mostrado no mapa a seguir.

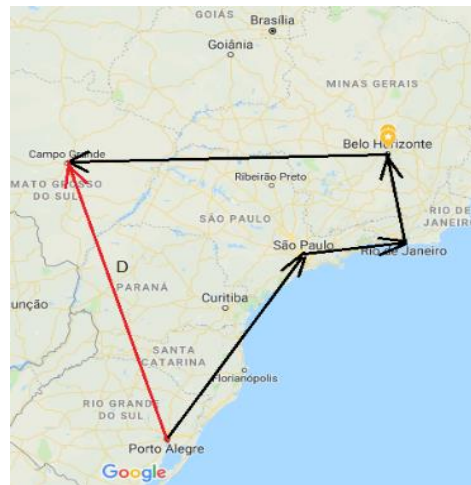


Figura 12. Fonte: Google Maps

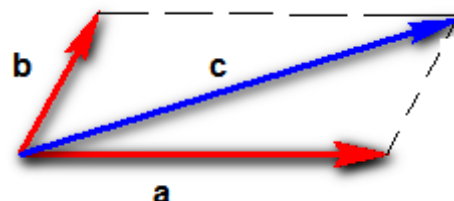
Caracterize o vetor deslocamento final do avião.

**Resolução:** O deslocamento final do avião será representado por um vetor ligando Porto Alegre a Campo Grande (linha vermelha no mapa). O módulo do deslocamento é a medida (em linha reta) de Porto Alegre a Campo Grande, ou seja,  $D = 1120$  km (consultando em mapas de viagem e na internet). Observe que a **distância total** percorrida é maior do que os 1120 km do deslocamento.

### Regra do Paralelogramo

Uma pessoa ao atravessar um rio nadando perceberá que à medida que nada numa direção, é arrastada pela correnteza rio abaixo. A velocidade que a pessoa nada e a velocidade da correnteza, faz com que ela se mova em uma única direção com uma única **velocidade resultante**. Podemos associar um vetor para a velocidade da pessoa e outro vetor para a velocidade da correnteza.

Uma forma equivalente de somar dois vetores é usando o que chamamos de **regra do paralelogramo**. Os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  estão dispostos como na figura ao lado, onde as origens de  $\vec{a}$  e de  $\vec{b}$  situam-se no mesmo ponto. O paralelogramo é construído traçando-se as retas paralelas a cada vetor

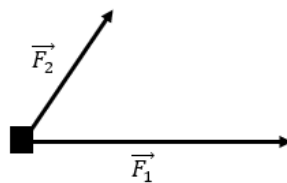


que se interceptam. A soma desses dois vetores  $\vec{a} + \vec{b}$  tem como resultado o vetor  $\vec{c}$ , representado pela diagonal desse paralelogramo.

Essa situação em Física, pode representar, por exemplo, a soma de duas forças  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ , aplicadas sobre um objeto, sendo o vetor  $\vec{c}$ , a força resultante sobre ele.

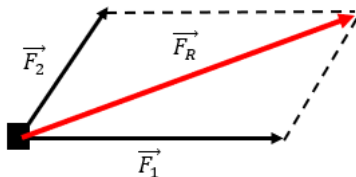
### Exercício Resolvido

Duas pessoas, aplicando forças diferentes, puxam uma caixa apoiada sobre uma superfície lisa. A figura a seguir mostra a representação dessas forças vistas do alto.



Determine a direção e sentido da força resultante sobre a caixa.

**Resolução:**



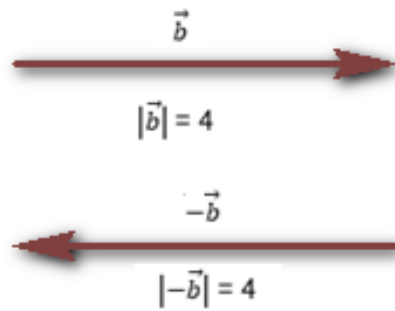
Usando a regra do paralelogramo, vemos que a força resultante terá a direção e sentido mostrado na figura ao lado em vermelho.

### ◆ Subtração de Vetores

Para subtrair dois números reais  $m$  e  $n$ , basta fazer  $m - n$  que é na verdade a operação soma de  $m$  com o número  $-n$ , chamado de **oposto** de  $n$ . Por exemplo:

$$5 - 2 = 5 + (-2) = 3$$

Para subtrair dois vetores, usamos também o conceito de oposto. O **vetor oposto** de um vetor  $\vec{b}$ , que chamaremos de  $-\vec{b}$ , é um vetor que possui o mesmo módulo, mesma direção, mas sentido contrário de  $\vec{b}$ . Veja, por exemplo, a figura a seguir. Nela o vetor  $\vec{b}$  tem direção horizontal, sentido para a direita e intensidade 4 unidades. Já o vetor  $-\vec{b}$  tem as mesmas características, exceto que aponta para a esquerda. Isto é, o vetor oposto  $-\vec{b}$  é tal que sua soma com o vetor  $\vec{b}$  produz o vetor de comprimento nulo (vetor nulo).

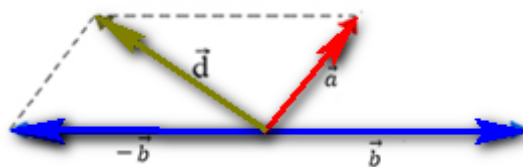
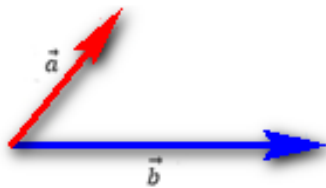


$$\vec{b} + (-\vec{b}) = \vec{0}$$

Então, dados dois vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ , a diferença  $\vec{d}$ , entre eles será representada da seguinte maneira:

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$

Exemplificando, considere os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  dados abaixo, onde já estão ligados pelas suas origens. Invertendo o sentido encontramos o vetor  $-\vec{b}$ . O vetor diferença  $\vec{d}$  é obtido somando o vetor  $\vec{a}$  com o vetor  $-\vec{b}$  usando a regra do polígono ou paralelogramo. Por exemplo, desenhando o paralelogramo como mostra a figura a seguir.



### Exercício Resolvido

Dois vetores  $\vec{E}_1$  e  $\vec{E}_2$  têm módulos iguais a 20 e 8 respectivamente. Determine o vetor resultante sabendo que eles têm a mesma direção e sentidos opostos.

**Resolução:**

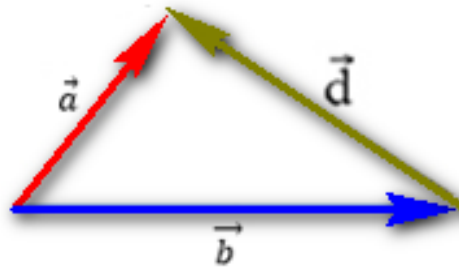
$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \text{ como eles agora têm sentidos opostos,}$$

$$E_R = E_1 + (-E_2)$$

$$E_R = 20 - 8 = 12$$

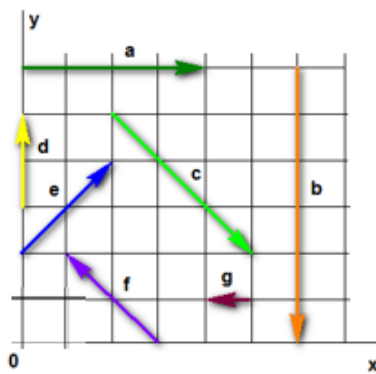
## Regra prática para a subtração de vetores

Uma regra bastante ágil para a subtração de vetores é exemplificada na figura ao lado. Note também que o mesmo vetor diferença  $\vec{d}$  pode ser obtido ligando os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  pelas suas extremidades. Como queremos determinar  $\vec{a} - \vec{b}$  ligamos da extremidade de  $\vec{b}$  para a extremidade de  $\vec{a}$ . Se quisermos  $\vec{b} - \vec{a}$  ligamos da extremidade de  $\vec{a}$  para a extremidade de  $\vec{b}$ .

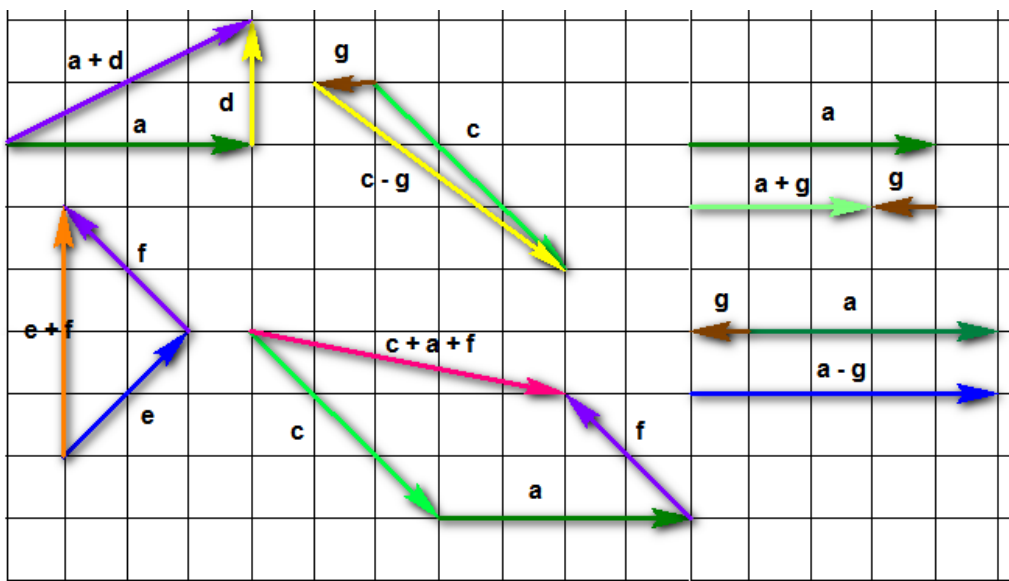


## Exercício Resolvido

Sejam os vetores dados na região quadriculada abaixo. Encontre os vetores que representam: (a)  $\vec{a} + \vec{d}$ ; (b)  $\vec{e} + \vec{f}$ ; (c)  $\vec{c} - \vec{g}$ ; (d)  $\vec{a} + \vec{c} + \vec{f}$ ; (e)  $\vec{a} + \vec{g}$ ; (f)  $\vec{a} - \vec{g}$ ;

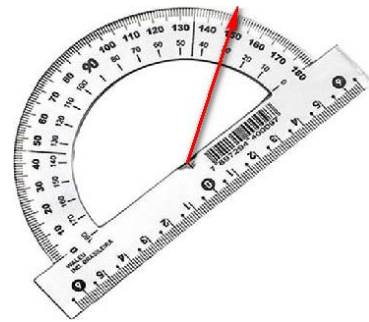


## Solução



## Cálculo das intensidades dos vetores soma $\vec{s}$ e diferença $\vec{d}$

Vamos agora determinar as intensidades dos vetores soma e diferença. Pelo método gráfico a intensidade dos vetores soma e diferença é dada simplesmente pela medida do seu comprimento com a régua e sua direção, em relação a uma reta de referência, através da medida do ângulo com o transferidor.



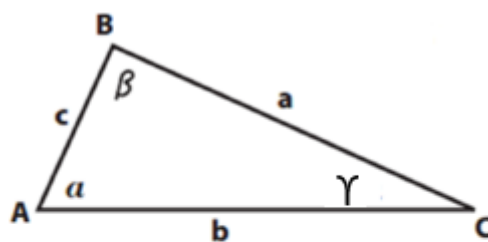
Podemos determinar a medida das intensidades dos vetores soma e diferença analiticamente através de ferramentas da geometria plana, como a **lei dos cossenos** e a **lei dos senos**.

**Lei dos Cossenos:** Seja um triângulo qualquer, de vértices A, B e C e cujas medidas dos lados são, respectivamente,

$$\overline{AB} = c, \quad \overline{BC} = a, \quad \overline{AC} = b$$

e ângulos *internos* do triângulo  $\gamma$ ,  $\beta$  e  $\alpha$ , opostos aos respectivos lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$ .

O quadrado da medida de um dos lados é dado pelas expressões:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

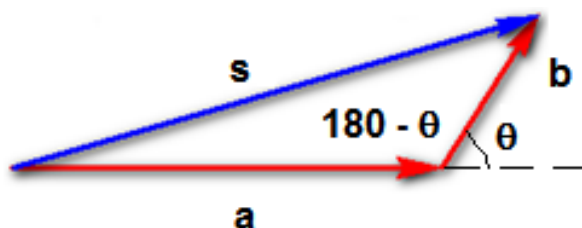
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

**Lei dos Senos:** A razão entre a medida de um lado e o seno do ângulo oposto a esse lado é constante.

$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$$

### Intensidade do Vetor Soma $\vec{s}$

Considere a figura abaixo onde apresentamos a soma dos vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ , cujo resultado é o vetor  $\vec{s}$ , que desejamos calcular seu comprimento. Definimos o ângulo entre dois vetores ao **menor ângulo** entre eles quando são **ligados pela origem**. Veja que o ângulo entre as direções dos vetores é  $\theta$  que não é interno ao triângulo.



Para aplicarmos a lei dos cossenos devemos conhecer o ângulo **interno ao triângulo** oposto ao lado de medida  $s$ . Esse ângulo mede  $180 - \theta$ . Substituindo na lei dos cossenos temos:

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(180 - \theta).$$

Uma identidade importante que você logo verá no seu curso de matemática é que,

$$\cos(180 - \theta) = -\cos\theta.$$

Assim, escrevemos:

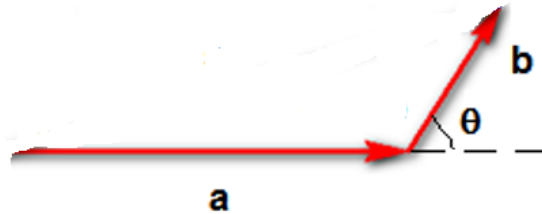
$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(180 - \theta)$$

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab (-\cos\theta)$$

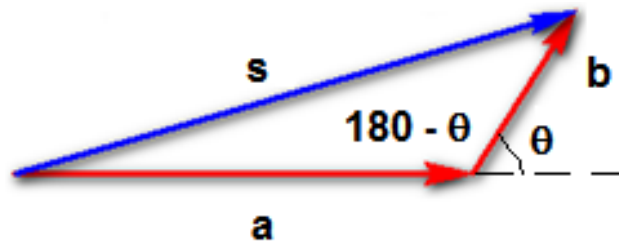
$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos\theta$$

## Exercício Resolvido

Uma partícula sofre dois deslocamentos  $a$  e  $b$  conforme mostrado na figura a seguir, sendo  $\theta = 60^\circ$ . O módulo do primeiro deslocamento é de 20 m e do segundo é de 5 m. Determine o deslocamento resultante.



Solução: usando a regra do polígono, determinamos o vetor resultante  $s$ .



O módulo de  $s$  é dado pela lei dos cossenos:

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta$$

$$s^2 = 20^2 + 5^2 + 2 \cdot 20 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ$$

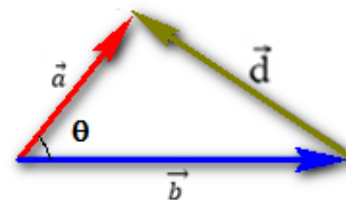
$$s^2 = 525$$

$$s = 22,9 \text{ m}$$

## Intensidade do Vetor Diferença $\vec{d}$

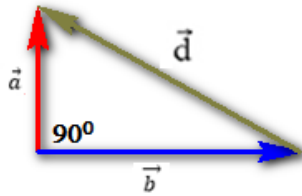
Na figura abaixo  $\vec{d}$  é o vetor diferença e  $\theta$  é o ângulo entre os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ . Observe que  $\theta$  é ângulo interno ao triângulo oposto ao lado de medida  $d$ . A intensidade do vetor diferença  $\vec{d}$  dada pela *lei dos cossenos*<sup>1</sup> é,

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta.$$



Note que quando  $\theta = 90^\circ$ , o triângulo é retângulo e a lei dos cossenos torna-se o **Teorema de Pitágoras**, ou seja, o valor de  $d$  é a hipotenusa do triângulo retângulo formado pelos catetos  $a$  e  $b$ . O teorema de Pitágoras é um caso particular da lei dos cossenos:

$$d^2 = a^2 + b^2$$



### Exercício Resolvido

Mostre que quando o ângulo entre dois vetores é de  $90^\circ$ , os comprimentos dos vetores soma e diferença são iguais.

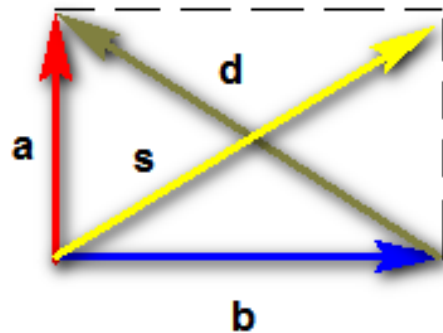
### Solução

Com o auxílio das equações anteriores e lembrando que  $\cos 90^\circ = 0$ , vemos que  $s^2 = a^2 + b^2$

$$d^2 = a^2 + b^2,$$

O que implica,

$$s = d.$$



### Exercício Resolvido

Sobre a caixa colocada sobre o piso da sala atuam as forças indicadas na figura abaixo. Encontre a intensidade, direção e sentido da resultante das forças sobre a caixa.



### Solução

Vamos inicialmente calcular a resultante das forças horizontais que apontam para a esquerda. Uma tem intensidade 20 N e a outra 30 N. O ângulo entre elas é  $0^\circ$  como podemos ver na figura a baixo, onde usamos o método do polígono para desenharmos a resultante entre elas. Pela lei dos cossenos a resultante entre elas vale:

$$s^2 = 20^2 + 30^2 + 2 \cdot 20 \cdot 30 \cos 0^\circ;$$

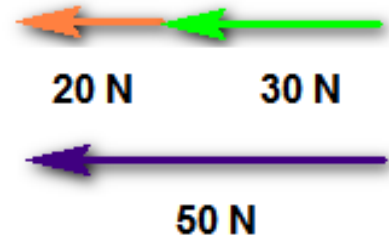
$$s^2 = 20^2 + 30^2 + 2 \cdot 20 \cdot 30 \cdot 1;$$

$$s^2 = 20^2 + 30^2 + 2 \cdot 20 \cdot 30 =$$

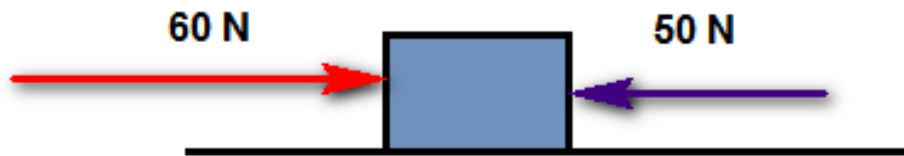
$$(20 + 30)^2;$$

$$s^2 = (20 + 30)^2 = 50^2;$$

$$s = 50 \text{ N.}$$



Este resultado indica que as duas forças para a esquerda podem ser substituídas por uma **única força de intensidade 50 N** também para a esquerda. Isto é, reduzimos o problema original ao seguinte problema:



Calculando a resultante entre elas pela lei dos cossenos encontramos:

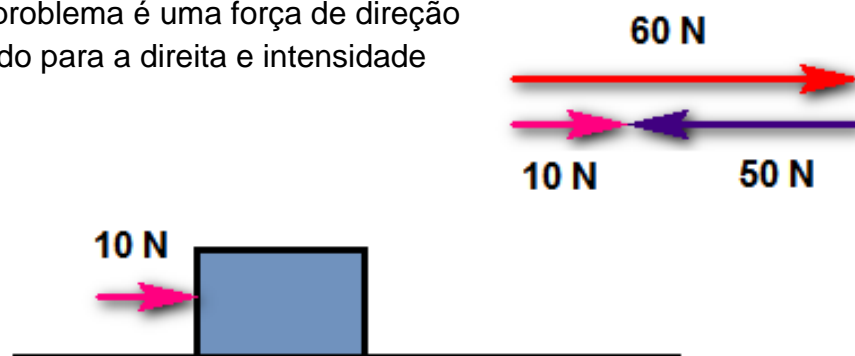
$$F_R^2 = 60^2 + 50^2 + 2 \cdot 60 \cdot 50 \cos 180^\circ;$$

$$F_R^2 = 60^2 + 50^2 + 2 \cdot 60 \cdot 50 (-1);$$

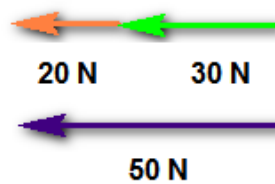
$$F_R^2 = 60^2 + 50^2 - 2 \cdot 60 \cdot 50 = (60 - 50)^2 = 10^2;$$

$$F_R = 10 \text{ N.}$$

O resultado do problema é uma força de direção horizontal, sentido para a direita e intensidade de 10 N.

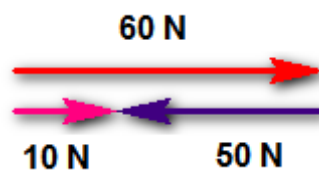


- Observe que quando duas forças tem a mesma direção e sentido a intensidade da resultante entre elas é simplesmente a soma das suas intensidades:  $F_R = F_1 + F_2$ .



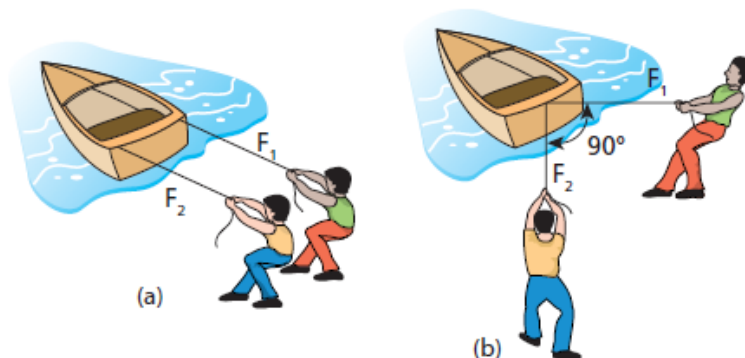
- Observe que quando duas forças tem a mesma direção e sentidos opostos a intensidade da resultante entre elas é simplesmente o módulo da subtração das suas intensidades:

$$F_R = |F_1 - F_2|.$$



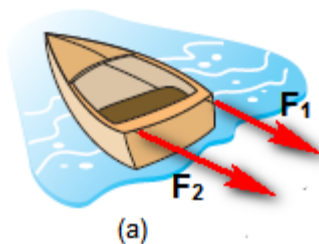
### Exercício Resolvido

(PUC-SP) Os esquemas seguintes mostram um barco sendo retirado de um rio por dois homens. Em (a), são usadas cordas que transmitem ao barco forças paralelas de intensidades  $F_1$  e  $F_2$ . Em (b), são usadas cordas inclinadas de  $90^\circ$  que transmitem ao barco forças de intensidades iguais às anteriores. Sabe-se que, no caso (a), a força resultante transmitida ao barco tem valor 700 N e, no caso (b), 500 N. Nessas condições, calcule  $F_1$  e  $F_2$ .



### Solução

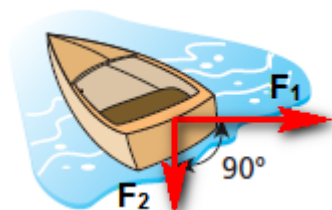
Vemos que no caso da figura (a) as forças são de mesma direção e sentido, como mostra a figura abaixo:



Como vimos no exemplo anterior a intensidade da força resultante é dada por:

$$F_R = F_1 + F_2 = 700 \text{ N.}$$

Já no caso da figura (b) existe um ângulo de  $90^\circ$  e a resultante é dada pelo teorema de Pitágoras



$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 = 500^2.$$

Da primeira das duas equações isolamos o valor de  $F_1$  e substituímos na outra.

$$F_1 = 700 - F_2;$$

$$(700 - F_2)^2 + F_2^2 = 500^2,$$

cujos resultados (confira) são :  $F_2 = 400 \text{ N}$  e  $F_2 = 300 \text{ N}$ .

Se  $F_2 = 400 \text{ N}$  temos  $F_1 = 300 \text{ N}$ . Se  $F_2 = 300 \text{ N}$  temos  $F_1 = 400 \text{ N}$ .

### ◆ Multiplicação de um vetor por um escalar

Agora vamos descrever uma operação, chamada de produto por escalar, na qual combinamos escalares e vetores.

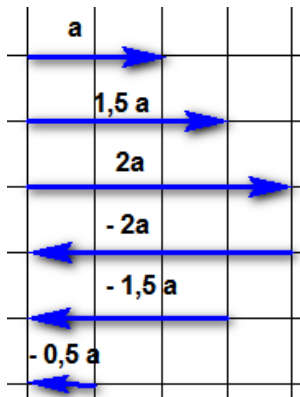
Um vetor  $\vec{a}$  pode ser multiplicado por um número real  $n$  qualquer. O resultado dessa multiplicação será um novo vetor  $\vec{A}$ , cujo módulo será  $n$  vezes o módulo do vetor  $\vec{a}$ . Escrevemos,

$$\vec{A} = n \cdot \vec{a}$$

Suponha que o módulo do vetor  $\vec{a}$  seja 5. Ou seja,  $a = 5$ . Nesse caso o módulo do vetor  $\vec{A}$  será  $n$  vezes 5, ou seja,  $A = n \cdot 5$ . A direção de  $\vec{A}$  será a mesma de  $\vec{a}$ . O sentido de  $\vec{A}$  depende do sinal de  $n$ :

- se  $n$  for positivo,  $\vec{A}$  terá o mesmo sentido de  $\vec{a}$ .
- se  $n$  for negativo,  $\vec{A}$  terá o sentido contrário ao de  $\vec{a}$ .

Na figura mostramos o produto do vetor  $\vec{a}$  pelos escalares  $n = 1,5$ ,  $n = 2$ ,  $n = -2$  e  $n = -1,5$  e  $n = -0,5$ . Observe a mudança de sentido quando multiplicamos  $\vec{a}$  pelo número real negativo. Observe ainda que a direção dos vetores não se modifica quando eles são multiplicados por escalares.



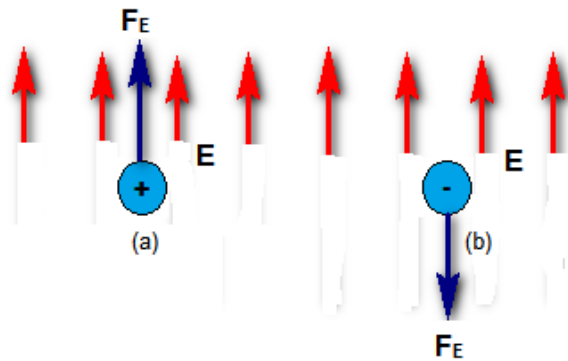
Podemos definir ainda que  $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$  e  $n \cdot \vec{0} = \vec{0}$ .

### Exercício Resolvido

No seu estudo de eletricidade você verá uma grandeza física chamada de campo eletrostático ou simplesmente campo elétrico  $\vec{E}$ . Ela é uma grandeza vetorial e sua relação com a força elétrica  $\vec{F}_E$  é dada através do produto por escalar

$$\vec{F}_E = q\vec{E},$$

onde  $q$  é a grandeza escalar chamada de carga elétrica, cuja unidade de medida é o Coulomb (C). Se em certa região do espaço existe um campo elétrico de direção vertical, sentido para cima e intensidade  $E = \frac{10N}{C}$ , determine as características (direção, sentido e intensidade) da força elétrica exercida pelo campo sobre uma carga (a)  $q = 2\text{ C}$  e (b)  $q = -2\text{ C}$ .



### Solução

(a) Sendo  $q > 0$ , a direção e sentido da força elétrica é o mesmo do campo, vertical para cima. Sua intensidade vale:

$$F_E = qE = 2 \cdot 10 = 20\text{ N}.$$

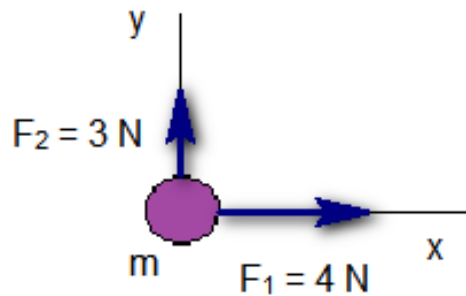
(b) Sendo  $q < 0$ , a direção da força elétrica é a mesma do campo e seu sentido é contrário ao campo. Sua intensidade é a mesma que no caso (a).

### Exercício Resolvido

No seu estudo da Dinâmica você verá o princípio fundamental que diz: “A resultante das forças que atuam sobre uma partícula é igual ao produto de sua massa pela aceleração produzida pela resultante,

$$\vec{F}_R = m\vec{a}.”$$

Considere então a seguinte situação: Uma partícula de massa  $m = 2 \text{ kg}$  é submetida às duas forças como indica a figura ao lado. (a) Encontre as características (intensidade, direção e sentido) da força resultante dessas forças. (b) Encontre as características da aceleração da partícula.



## Solução

(a) Primeiramente efetuemos a soma das forças. A figura mostre essa soma através da regra do paralelogramo. Como o ângulo entre as forças é de  $90^\circ$  a intensidade é dada diretamente pelo teorema de Pitágoras:

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$F_R = 5 \text{ N.}$$

O ângulo (direção) entre a resultante e o eixo dos x é  $\theta$ , cujo valor é:

$$\cos \theta = \frac{4}{5} = 0,8.$$

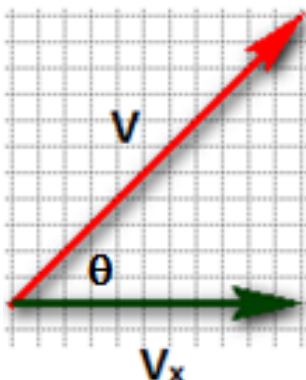
Com o auxílio da calculadora encontramos o ângulo:  $\theta = 36,87^\circ$ .

(b) Do princípio fundamental vemos que  $\frac{\vec{F}_R}{m} = \vec{a}$ . Sendo a massa  $m$  um escalar positivo, a direção e sentido da aceleração é o mesmo da força resultante. Só falta calcular a intensidade. Fazemos o cálculo:

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{5}{2} = 2,5 \frac{\text{N}}{\text{kg}}.$$

## Projeção Ortogonal de um Vetor – Componentes Cartesianas

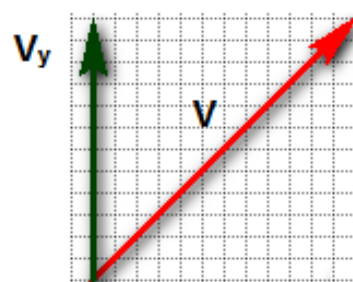
Considere o vetor  $\mathbf{V}$  indicado na figura abaixo. Ele faz um ângulo  $\theta$  com o eixo x. Esse ângulo, medido no sentido anti-horário a partir do eixo x, define a direção de  $\mathbf{V}$ . Traçando uma perpendicular ao eixo (linha tracejada) a partir da extremidade do vetor  $\mathbf{V}$ , construímos o vetor sobre o eixo x que designamos por  $\mathbf{V}_x$ . Dizemos que o vetor  $\mathbf{V}_x$  é a projeção ortogonal de  $\mathbf{V}$  sobre o eixo x. A intensidade do vetor  $\mathbf{V}_x$  é dada por



$$V_x = V \cos \theta$$

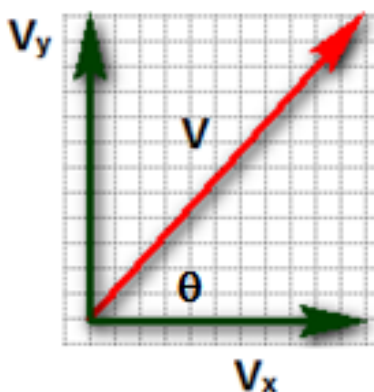
Da mesma forma, podemos encontrar a projeção ortogonal de  $\mathbf{V}$  sobre o eixo y. Chamamos de  $\mathbf{V}_y$  essa projeção ortogonal. A intensidade de  $\mathbf{V}_y$  é dada com o auxílio do seno do ângulo  $\theta$ , isto é:

$$V_y = V \sin \theta$$



Desta forma todo vetor contido no plano pode ser decomposto em duas componentes que são as suas projeções ortogonais nas direções dos eixos cartesianos x e y.

Observe que a figura que mostra o vetor  $\mathbf{V}$  e as suas projeções ortogonais em x ( $\mathbf{V}_x$ ) e em y ( $\mathbf{V}_y$ ) é justamente a regra do paralelogramo da soma vetorial. Assim,  $\mathbf{V}$  é a soma vetorial dos vetores  $\mathbf{V}_x$  e  $\mathbf{V}_y$ .



$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y.$$

Como  $\mathbf{V}_x$  e  $\mathbf{V}_y$  compõem a soma que determina  $\mathbf{V}$ , eles também são chamados de componentes cartesianas x e y do vetor  $\mathbf{V}$ .

Observe que o ângulo entre os vetores componentes  $\mathbf{V}_x$  e  $\mathbf{V}_y$  é sempre  $90^\circ$ , valendo o teorema de Pitágoras para o cálculo da intensidade do vetor  $\mathbf{V}$ , caso sejam conhecidas as intensidades

$V_x$  e  $V_y$  de suas projeções:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}.$$

A direção de  $\mathbf{V}$  também pode ser obtida a partir do conhecimento das intensidades de suas componentes x e y, pois podemos determinar por exemplo a tangente do ângulo  $\theta$  que define a direção de  $\mathbf{V}$  com relação ao eixo x, isto é:

$$\tan \theta = \frac{V_y}{V_x}$$

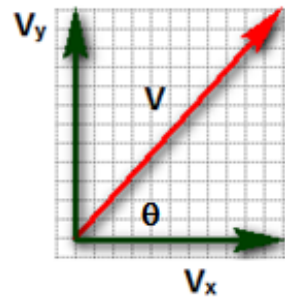
Também poderíamos recorrer ao seno ou ao cosseno do ângulo  $\theta$  para determinarmos a direção de  $\mathbf{V}$ .

$$\sin \theta = \frac{V_y}{V} = \frac{V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}},$$

$$\cos \theta = \frac{V_x}{V} = \frac{V_x}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$$

### Exercício Resolvido

As componentes ou projeções, nos eixos  $x$  e  $y$ , do vetor velocidade  $\mathbf{V}$  de uma partícula que se move no plano são  $V_x = 0,6$  m/s e  $V_y = 0,8$  m/s. Determine (a) a intensidade do vetor velocidade da partícula e (b) a sua direção.



### Solução

Usando o teorema de Pitágoras determinamos o comprimento (módulo) do vetor  $\mathbf{V}$ .

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$V = \sqrt{0,6^2 + 0,8^2} = 1,0$$

Usamos  $\cos \theta = \frac{0,6}{1} = 0,6$  ou  $\sin \theta = \frac{0,8}{1}$ , ou ainda

$$\tan \theta = \frac{V_y}{V_x} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$$

para determinarmos a direção de  $\mathbf{V}$ . Com o auxílio da calculadora encontramos:

$$\theta = 53,13^\circ,$$

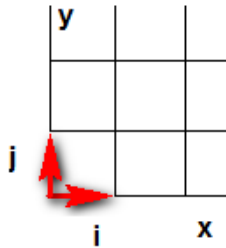
Com o eixo  $Ox$  medido no sentido anti-horário.

### Vetores Unitários

Por definição um vetor é chamado de *vetor unitário* se seu comprimento é igual a 1. Este vetor está associado a uma direção no espaço e serve para

escrevermos todos os vetores que estiverem na mesma direção do vetor unitário através do produto por escalar.

Vamos definir dois vetores unitários que determinam as direções dos eixos coordenados x e y no plano cartesiano. Chamaremos de **vetor unitário  $\hat{i}$**  ao vetor que indica a direção e sentido do eixo dos x e chamaremos de **vetor unitário  $\hat{j}$**  ao vetor que indica a direção e o sentido do eixo y no plano cartesiano. Veja a figura ao lado.



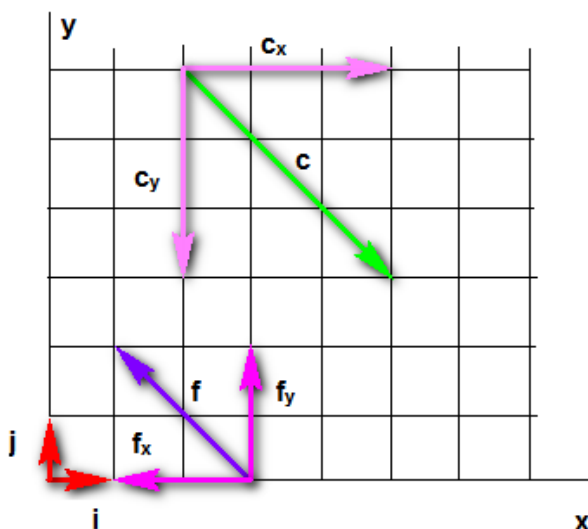
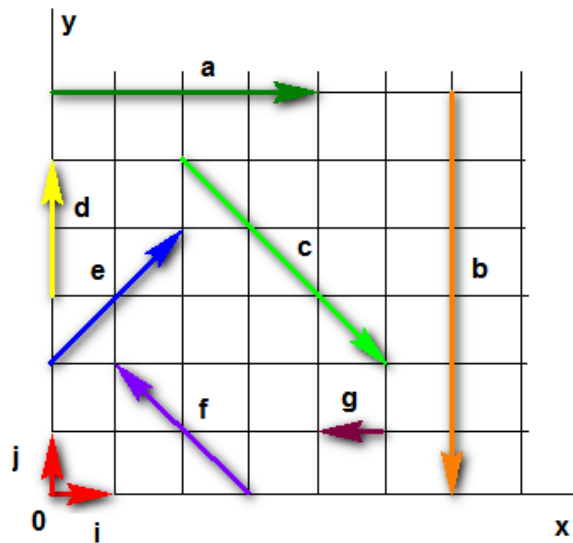
Esses vetores unitários são de grande importância e geram bastante simplicidade para operarmos os vetores. Por

exemplo, considere os vetores  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}, \vec{f}$  e  $\vec{g}$  indicados na figura abaixo onde cada lado de um quadrado representa uma unidade de medida. Observe que o vetor  $\vec{a}$  tem a direção do eixo x, seu sentido é para a direita e tem comprimento 4 unidades de medida. Então podemos escrever que,

$$\vec{a} = 4\hat{i}.$$

O vetor  $\vec{d}$  é vertical para cima. Então  $\vec{d}$  tem a direção e sentido do vetor unitário  $\hat{j}$ , isto é,

$$\vec{d} = 2\hat{j}.$$



Já o vetor  $\vec{b}$  tem a direção mas seu sentido é oposto ao vetor unitário  $\hat{j}$ . Então escrevemos:  $\vec{b} = -6\hat{j}$ .

Observemos agora o vetor  $\vec{c}$ . Ele pode ser decomposto em dois vetores  $\vec{c}_x$  e  $\vec{c}_y$ , tais que:

$$\vec{c} = \vec{c}_x + \vec{c}_y.$$

Mas, da figura vemos que:

$$\vec{c}_x = 3\hat{i} \text{ e } \vec{c}_y = -3\hat{j}.$$

Desta forma escrevemos  $\vec{c}$  da seguinte maneira,

$$\vec{c} = 3\hat{i} - 3\hat{j}.$$

Analogamente,

$$\vec{f} = -2\hat{i} + 2\hat{j}.$$

Usando o mesmo procedimento escrevemos,

$$\vec{e} = 2\hat{i} + 2\hat{j},$$

$$\vec{g} = -\hat{i}.$$

### Exercício Resolvido

Utilize os vetores definidos na figura anterior e o auxílio dos vetores unitários  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$  para efetuar as seguintes operações: (a)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ; (b)  $\vec{c} - \vec{f}$  e (c)  $2\vec{e} + \vec{b}$ .

### Solução

$$(a) \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 4\hat{i} + (-6\hat{j}) + 3\hat{i} - 3\hat{j} = 7\hat{i} - 9\hat{j};$$

$$(b) \vec{c} - \vec{f} = 3\hat{i} - 3\hat{j} - (-2\hat{i} + 2\hat{j}) = 5\hat{i} - 5\hat{j}.$$

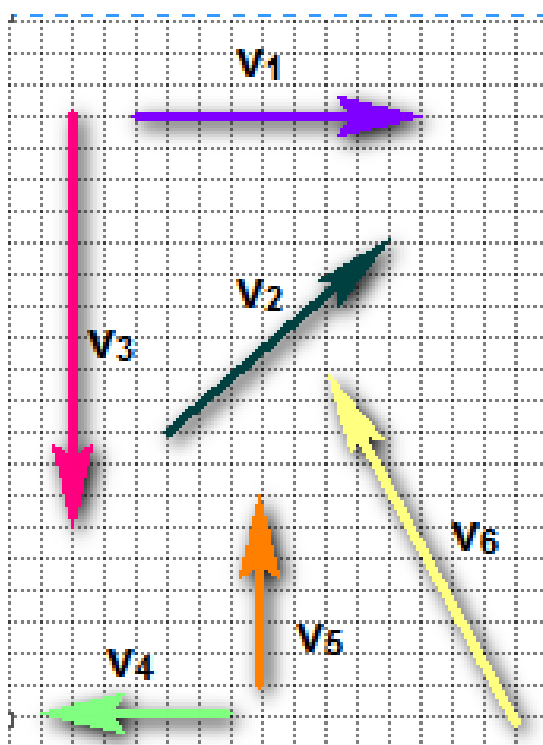
$$(c) 2\vec{e} + \vec{b} = 2(2\hat{i} + 2\hat{j}) + (-6\hat{j}) = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{j} = 4\hat{i} - 2\hat{j}.$$

## Exercícios do Capítulo

1. Usando a folha de papel milimetrado e os vetores indicados na região quadriculada abaixo efetue o que se pede:

(a)  $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 - \vec{V}_4$ ; (b)  $2\vec{V}_1 + \vec{V}_2 - 3\vec{V}_4$ ; (c)  $\vec{V}_5 - \vec{V}_4$ ;

(d)  $\vec{V}_5 - \vec{V}_2$ ; (e)  $\vec{V}_1 + \vec{V}_4$ ; (f)  $\vec{V}_3 - \vec{V}_5$ ; (g)  $\vec{V}_3 + \vec{V}_2$ .



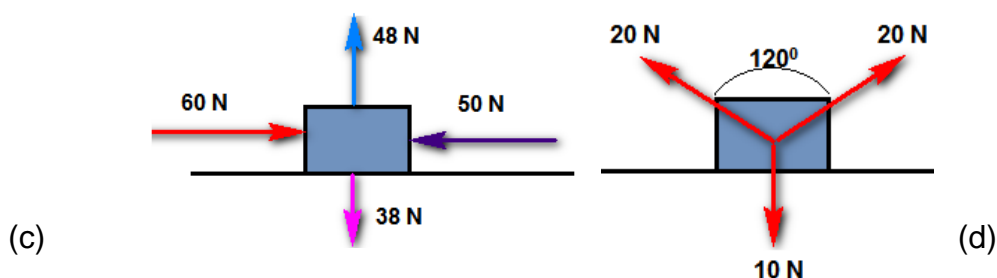
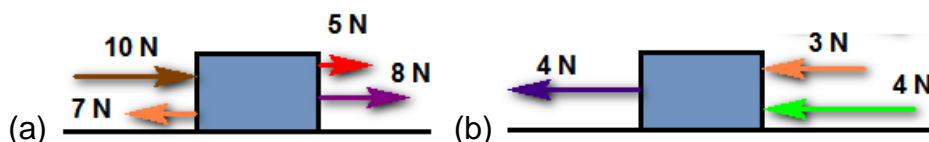
2. Escreva os vetores indicados na região quadriculada como combinação dos vetores unitários  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ . Considere o vetor  $\hat{i}$  orientado na horizontal para a direita e o vetor  $\hat{j}$  vertical para cima.

3. Faça as operações solicitadas no exercício 1 utilizando-se dos vetores unitários.

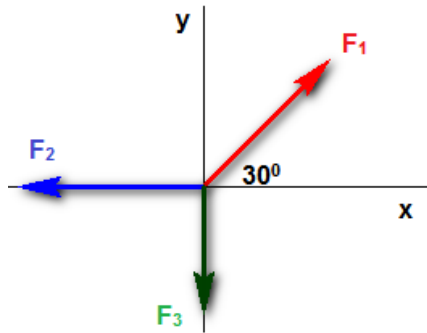
4. Dois vetores  $\vec{E}_1$  e  $\vec{E}_2$  têm intensidades 3 N/C e 4 N/C, respectivamente, e fazem um ângulo  $\theta$  entre si quando ligados pela origem. Encontre a intensidade da resultante entre eles nos casos: (a)  $\theta = 0^\circ$ , (b)  $\theta = 30^\circ$ , (c)  $\theta = 60^\circ$ , (d)  $\theta = 90^\circ$ , (e)  $\theta = 120^\circ$ , (f)  $\theta = 150^\circ$ .

5. Utilize o enunciado do exercício 4 para encontrar a intensidade do vetor diferença  $\vec{d} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2$  nos itens de (a) até (f);

6. Encontre a intensidade da resultante das forças em cada caso abaixo:



7. As forças indicadas na figura têm intensidades iguais  $F_1 = 10\text{ N}$ ,  $F_2 = 10\text{ N}$  e  $F_3 = 8\text{ N}$ . (a) Encontre as projeções de cada uma das forças nos eixos coordenados; (b) Encontre a soma das projeções das forças na direção x; (c) Encontre a soma das projeções das forças no eixo y; (d) Faça um desenho mostrando os vetores correspondentes aos itens (b) e (c); (e) Escreva esses vetores em função dos vetores unitários  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ . (e) Encontre a intensidade da resultante de  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  e  $\vec{F}_3$ .



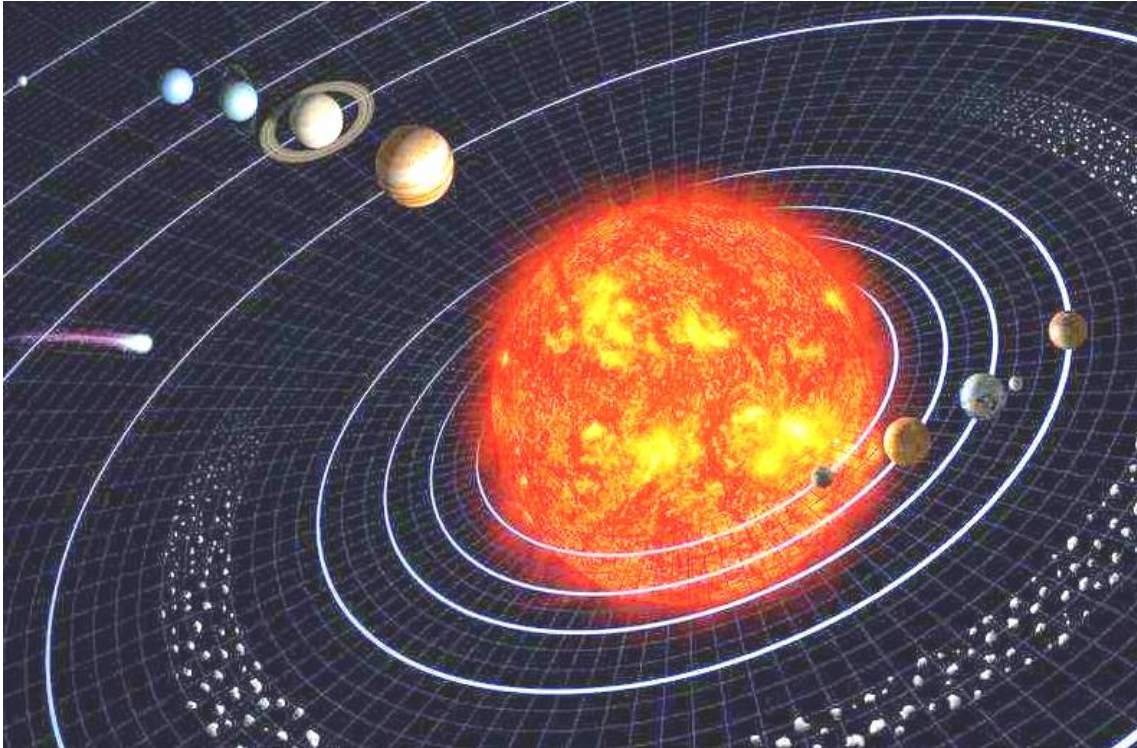
## RESUMO DO CAPÍTULO

- Em Física as grandezas envolvidas nos fenômenos podem ser classificadas em dois grupos: **grandezas escalares** e **grandezas vetoriais**.
  - Uma grandeza escalar requer somente módulo e unidade de medida para ser caracterizada.
  - Uma grandeza vetorial requer módulo (e unidade de medida), direção e sentido para ser totalmente caracterizada.
- Vetor é um objeto matemático que possui módulo direção e sentido e sua representação é feita através de um segmento de reta orientado.
- Para se somar vetores há duas regras equivalentes; regra do paralelogramo e regra do polígono.
- Podemos determinar a medida das intensidades dos vetores soma e diferença analiticamente através de ferramentas da geometria plana, como a lei dos cossenos e a lei dos senos.
- Um vetor  $\vec{a}$  pode ser multiplicado por um número real  $n$  qualquer. O resultado dessa multiplicação será um novo vetor  $\vec{A}$ , cujo módulo será  $n$  vezes o módulo do vetor  $\vec{a}$ .
- Um vetor  $V$  que forma um ângulo  $\theta$  com o eixo  $x$  terá suas componentes  $x$  e  $y$  dadas por:

$$V_x = V \cos\theta \quad \text{e} \quad V_y = V \sin\theta$$

## Cap. 2

### Campo Gravitacional



#### Introdução

Neste capítulo, uma das forças fundamentais da natureza, a *força gravitacional* será estudada e no próximo capítulo será a vez da força elétrica. Para isto, faremos a definição de força sob o ponto de vista estático e uma classificação, de forma a levar em conta a distância entre os corpos que interagem mutuamente.

#### Forças de contato e Forças de Campo

Quando você empurra uma cadeira deslocando-a pela sala de aula o estado de movimento dela foi alterado do repouso para o movimento. Quando chuta uma bola de futebol o mesmo acontece. Ao empurrar a cadeira ou chutar a bola, ocorreu uma interação através do contato entre você e esses objetos. O resultado dessa interação foi a mudança no estado de movimento da cadeira e da bola.

Uma manga que amadurece e se desprende da mangueira, cai no chão. Essa queda é o resultado da interação entre a manga e a Terra. A Terra atraiu a manga fazendo-a cair. Essa interação da Terra com a manga não foi através do contato, como aconteceu entre você e a cadeira. Veremos adiante.

## Efeito Estático das Forças

Forças são interações entre corpos cujos efeitos são produzir deformações e/ou variação de velocidades nos corpos. Trataremos inicialmente o caso da deformação. Um caso importante é aquele no qual a força atua sobre um corpo elástico, como por exemplo, uma mola.

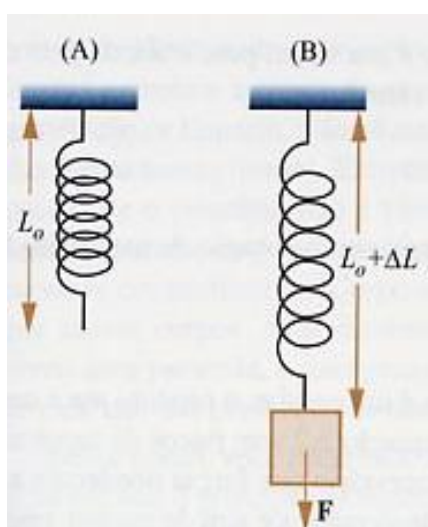


Figura 1: (A) Mola não deformada; (B) Mola deformada

Considere uma mola, de comprimento inicial  $L_0$ , presa à parede em uma de suas extremidades e solicitada por uma força  $\vec{F}$ , aplicada à outra extremidade. A figura 2.1(A) mostra a mola em seu comprimento natural ( $L_0$ ) quando não solicitada pela força e a Fig. 2.1(B) mostra a mola já deformada pela ação de  $\vec{F}$ .

A experiência mostra que, a força  $\vec{F}$  produzirá na mola uma *deformação*, isto é, um aumento de suas dimensões<sup>2</sup> na direção da força, de  $L_0$  para  $L$ , que depende da *intensidade de  $\vec{F}$* .

Chamamos de deformação  $x$  sofrida pela mola pela a ação de  $\vec{F}$ , à diferença entre os seus comprimentos quando deformada e não deformada,

$$x = L - L_0 \quad 2.1$$

Se  $x > 0$ , a mola estará esticada com  $L > L_0$ . Se  $x < 0$ , a mola estará comprimida com  $L < L_0$  e se  $x = 0$  a mola não está deformada com  $L = L_0$ .

<sup>2</sup> As dimensões da mola também podem mudar pela ação da temperatura.

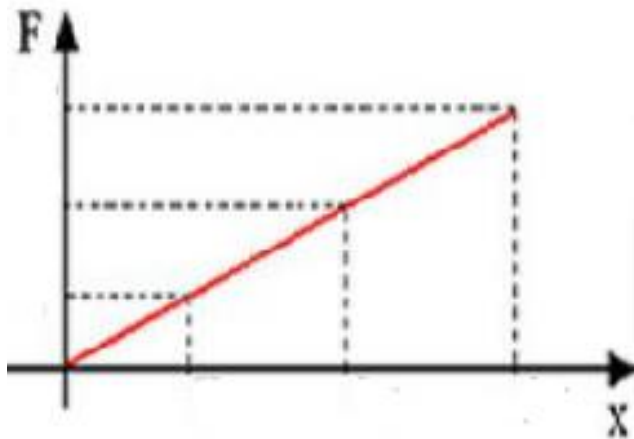


Gráfico- -2: Dependência entre a força  $F$  e a deformação  $x$ .

Se  $\vec{F}$  não possui uma intensidade muito grande, verifica-se uma proporcionalidade entre a intensidade da força aplicada sobre a mola e a deformação sofrida (quanto maior a força aplicada, maior será a deformação da mola). O gráfico 1 mostra essa dependência linear entre  $F$  e  $x$ . Dele observamos que

a razão força/deformação é constante. Chamamos essa constante de constante elástica da mola  $k$ ,

$$k = \frac{F}{x}. \quad 2.2$$

Chamando de Newton (N) a unidade de força e metro (m) a unidade de medida de comprimento (deformação sofrida),  $k$  terá dimensões de Newton/metro (N/m).

Do gráfico 1 vemos que  $k$  é numericamente igual a tangente do ângulo entre a reta e o eixo  $X$ .

$$k = \tan \theta.$$

Usando a Eq.(2.2) expressamos a relação entre a intensidade da força e a deformação sofrida pela mola da seguinte forma:

$$F = -kx, \quad 2.3$$

que é conhecida como Lei de Hooke. Na Eq. (2.3),  $F$  é a intensidade da força que a mola exerce sobre o agente externo de modo a se opor à deformação que este produz sobre a mola. Por isso, um sinal negativo é colocado na equação, pois se  $x > 0$  (deslocamento da extremidade da mola para a direita)  $\vec{F}$  apontará para a esquerda. Se  $x < 0$  (deslocamento da extremidade da mola para a esquerda)  $\vec{F}$  apontará para a direita, isto é,  $\vec{F}$  será tal que sua tendência será de restaurar o comprimento natural da mola. Dizemos que  $\vec{F}$  é uma **força restauradora**.

## Exercício Resolvido

(UFSM-adaptada) Durante os exercícios de força realizados por um corredor, é usada uma tira de borracha presa ao seu abdome. Nos arranques, o atleta obtém os seguintes resultados:

Semana	1	2	3	4	5
$\Delta x(cm)$	20	24	26	27	28

Determine o máximo de força atingido pelo atleta, sabendo-se que a constante elástica da tira é de 300 N/m e que obedece à lei de Hooke.

**Solução:**

$$F = -k \cdot x$$

$$F = -300 \cdot 0,28$$

$$F = -84 \text{ N}$$

A força é de 84 N, o sinal negativo indica que essa força é contrária à força de restauração da mola.

Uma força que, atuando num meio elástico tem as características mencionadas, será chamada de força elástica. Ela é uma força de contato, pois o agente externo precisa entrar em contato com a mola para deformá-la. Outros exemplos de força de contato são: a força de tração ( $\vec{T}$ ), que atua em fios e cabos, a força de atrito ( $f_{at}$ ) de deslizamento entre duas superfícies em contato, a força normal ( $\vec{N}$ ) que é perpendicular às superfícies em contato, etc..

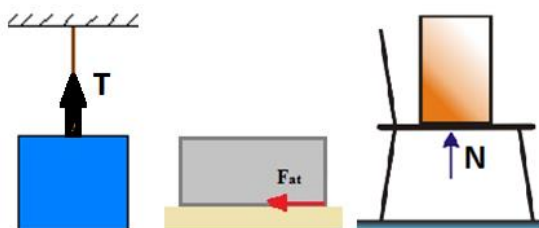


Figura 2: Forças de tração T, atrito  $f_{at}$  e normal N.

## Conceito de Campo

Existem forças nas quais os corpos interagem mesmo **sem estarem em contato**. Essa interação à distância entre os corpos nos leva naturalmente ao *conceito de campo*.

Chamamos de força de campo (em oposição às forças de contato) àquelas nas quais os corpos interagem mesmo quando estão separados por uma distância  $d$  finita ( $d \neq 0$ ).

Três exemplos importantes de força de campo<sup>3</sup> que serão tratados inicialmente no nosso curso são: a *força gravitacional*, a *força elétrica* e a *força magnética*.

### **Força de Campo Gravitacional. Lei da Gravitação de Newton**

Um asteroide, no espaço, viajaria infinitamente em linha reta com velocidade constante, se não passasse próximo de nenhum corpo celeste ou não sofresse nenhuma colisão. Se, entretanto, passar próximo de um corpo celeste, como a Terra por exemplo, sofreria um desvio em sua trajetória. Veja a figura a seguir.



Figura 3

Não houve contato entre a Terra e o asteroide, mas este “percebeu” a presença da Terra. O fato é que a massa de um corpo, “perturba” o espaço à sua volta. Quanto maior a massa do corpo, maior será essa perturbação que ele provoca no espaço. Chamamos essa perturbação de campo gravitacional.

Dois corpos, de formas quaisquer, de massas  $m$  e  $M$  e separados por uma distância  $d$  atraem-se mutuamente, através de uma força chamada de *força gravitacional*. Na situação mostrada, o asteroide é atraído pela Terra, desviando-se de sua rota inicial devido a interação gravitacional.

Consideraremos apenas o caso mais simples, na qual a interação gravitacional se dá entre dois corpos pontuais (duas partículas). A exceção a

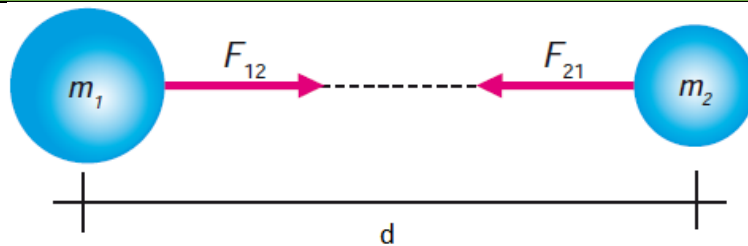
---

<sup>3</sup> Outro exemplo importante é o campo magnético.

este caso é a interação entre corpos perfeitamente esféricos, pois estes se comportam como corpos pontuais colocados nos seus centros.

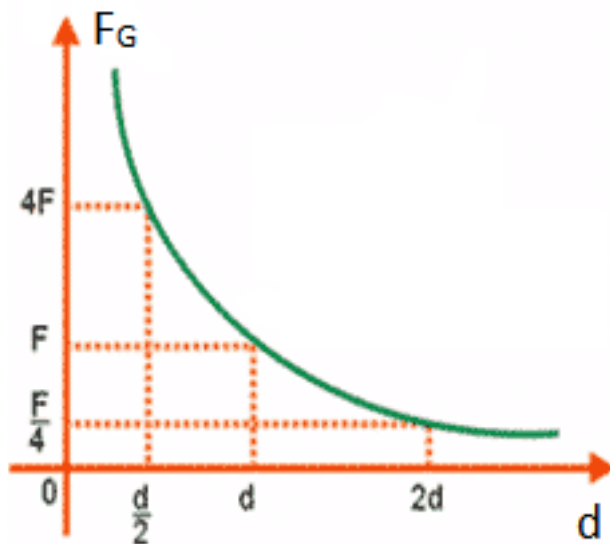
“Quando duas partículas de massas  $m_1$  e  $m_2$ , estão separados por uma distância  $d$ , uma atua (à distância) sobre a outra de modo que a interação mútua possui as seguintes características:

**Direção:** da reta que une as partículas.  
**Sentido:** é sempre de aproximação (força atrativa).  
**Intensidade:**  $F_G = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$       2.4



Onde  $G$  é uma constante que independe do meio no qual as partículas estão imersas, chamada de constante da gravitação universal. Seu valor é o mesmo para todos os pares de partículas (corpos) microscópicas ou macroscópicas:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$



**Gráfico- -3: Dependência da força gravitacional com a distância  $d$  entre duas partículas.**

Devido ao fato da constante da gravitação universal ser muito pequena, a interação gravitacional é extremamente pequena para massas de pequena ordem de grandezas. Somente quando as massas são grandes (como massas de planetas ou astros) é que o efeito gravitacional é apreciável. A Eq. (2.4) em sua forma vetorial é chamada de Lei de Newton para a gravitação.

A força gravitacional entre duas partículas, possui intensidade proporcional ao produto das massas das partículas e inversamente proporcional ao quadrado da

distância entre elas. O gráfico 2 evidencia essa dependência com a distância para  $m_1$  e  $m_2$  fixos. Dobrando-se a distância entre as partículas a intensidade da força cai à 1/4 do valor anterior.

### Exercício Resolvido

Qual o valor da força, em newtons, de atração entre a Terra e a Lua? Os dados são:

$m_1 = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$  (massa da Terra);  $m_2 = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$  (massa da Lua);  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ . A distância Terra-Lua é de 384.000 km.

**Solução:**

$$F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / d^2$$

$$F = 6,67 \times 10^{-11} \cdot 5,97 \times 10^{24} \cdot 7,34 \times 10^{22} / (3,84 \times 10^8)^2$$

$$F = 292,27 \times 10^{35} / 14,74 \times 10^{16}$$

$$F = 19,82 \times 10^{19} = 1,98 \times 10^{20} \text{ N}$$

### Campo Gravitacional $\vec{g}$

Fatorando  $m_2$  na Eq. 2.4, isto é, escrevendo

$$F_G = \left[ \frac{Gm_1}{d^2} \right] m_2,$$

podemos interpretar este resultado dizendo que, quando  $m_2$  estiver à distância  $d$  da massa  $m_1$ , ela sofrerá uma força gravitacional devido a  $m_1$  proporcional à sua massa, de modo que, a força gravitacional pode ser escrita na forma

$$F_G = g \cdot m_2, \quad 2.5$$

onde  $g = \frac{G \cdot m_1}{d^2} = \frac{F_G}{m_2}$ , é a intensidade de  $g$  (independente de  $m_2$ .)

Como  $m_2$  é um escalar, a característica vetorial de  $\vec{F}_G$  é inteiramente incorporada por  $g$ , isto é,  $g$  é uma grandeza vetorial ( $\vec{g}$ ) com as seguintes características:

- **Direção:** da reta que une as partículas
- **Sentido:** de aproximação (atrativo)
- **Intensidade:**  $g = \frac{G \cdot m_1}{d^2}$

Da definição do vetor campo gravitacional  $\vec{g}$ , vemos que sua intensidade é proporcional à massa  $m_1$ ,

$$g = \left(\frac{G}{d^2}\right)m_1, \quad 2.6$$

inversamente proporcional ao quadrado da distância, tem a direção da reta que une  $m_1$  a  $m_2$  e sentido de forma a atrair  $m_2$  para  $m_1$ .

Se  $m_1 \neq 0$ , a equação nos diz que  $g \neq 0$ . Isto é, se o corpo possui massa, esta cria ao seu redor uma região de influência sobre massas chamado de campo gravitacional  $\vec{g}$ . Dizemos que massa cria gravidade.

Supondo  $m_1$  fixa, na equação 2.4,  $m_2$  é atraída para  $m_1$  com a força

$$\vec{F}_G = m_2\vec{g}.$$

Desta forma  $\vec{g}$  se comporta como algo intermediário entre  $m_1$  e  $m_2$ , de modo que uma força entre elas apareça mesmo não havendo contato. A essa característica de intermediário entre as massas para o aparecimento da força gravitacional chamamos de campo gravitacional  $\vec{g}$ .

De uma maneira concreta, definimos o campo gravitacional  $\vec{g}$ , no ponto onde colocamos a massa  $m_2$ , como força gravitacional entre  $m_1$  (de forma qualquer – não precisa ser partícula) e  $m_2$  dividida pela massa  $m_2$ ,

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m_2}. \quad 2.7$$

### Exercício Resolvido

Determine o módulo do campo gravitacional terrestre em um ponto na superfície do planeta, considerando:

$d = 6378$  km o raio equatorial da Terra.

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$

$m_1 = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$  a massa da Terra.

#### Solução

Usando a equação 2.6

$$g = \left(\frac{G}{d^2}\right)m_1$$

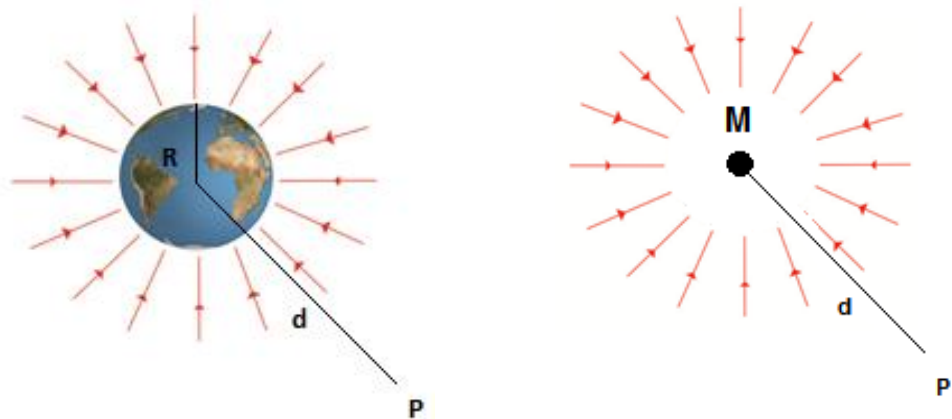
$$g = \frac{6,67 \times 10^{-11}}{(6,378 \times 10^6)^2}$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

## Campo Gravitacional da Terra

Para pontos **P** situados a uma altura  $h = d - R$ , além da superfície, o campo gravitacional terrestre é do mesmo tipo daquele como se toda a massa **M** da terra estivesse concentrada no seu centro, isto é:

$$g = G \frac{M}{d^2} = G \frac{M}{(R + h)^2} \quad 2.8$$



Veja a semelhança entre as figuras anteriores. O que você precisa compreender é que, o campo gravitacional da Terra (ou de um corpo esférico qualquer) para pontos situados *fora do corpo esférico* ( $d > R$ ) é *do mesmo tipo daquele produzido por uma massa puntiforme*  $M$  igual à massa do planeta. Para pontos dentro do corpo esférico não é do mesmo tipo, mas para fora sim. Então, se quisermos resolver um problema onde a pergunta é o valor do campo gravitacional criado por um corpo esférico de massa  $M$  e raio  $R$  a uma distância  $d$  ( $d > R$ ) do seu centro, resolvemos outro problema que possui a mesma resposta. Esse problema é o campo criado por uma massa puntiforme  $M$  a uma distância  $d$  da massa.

E se quisermos calcular o campo num ponto no interior do planeta ( $d < R$ ) o que devemos fazer? Inicialmente não podemos dizer que o valor desse campo é igual ao produzido por uma massa puntiforme a uma distância  $d$  da mesma, pois isso só vale para pontos fora da esfera.

### Exercício Resolvido

Considere um ponto no espaço situado a uma distância 300 km da superfície, onde está aproximadamente a ISS (Estação Espacial Internacional). Determine o valor do campo gravitacional  $g$ , na estação.

## Solução

$$g = G \frac{M}{(R + h)^2}$$

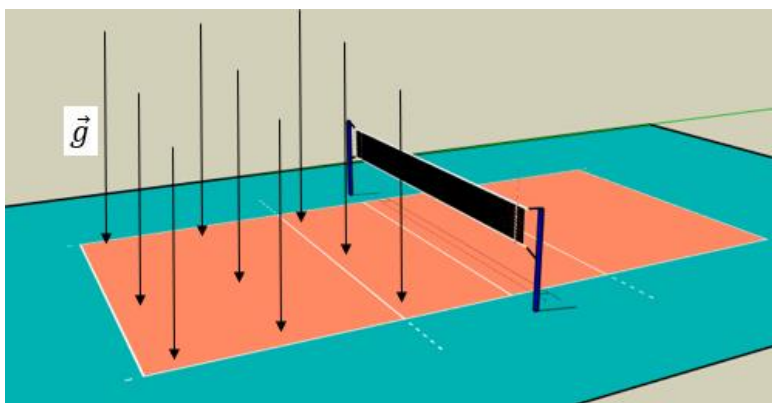
$$g = 6,67 \times 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \times 10^{24}}{(6,378 \times 10^6 + 3 \times 10^5)^2}$$

$$g = 8,92 \text{ m/s}^2$$

Observe que o valor de  $g$  a 300 km de altitude é menor do que o valor de  $g$  na superfície, entretanto, essa diferença não é tão grande quanto muitos estudantes pensam.

## Campo Gravitacional Uniforme

Você pôde ver que o valor do campo gravitacional da Terra varia com a distância  $d$  (equação 2.8). À medida que distanciamos da superfície da Terra, o valor de  $g$  vai diminuindo. Entretanto, se consideramos uma região, e não um ponto, pequena comparada ao raio da Terra, o valor de  $d$  pouco vai variar e conseqüentemente o valor de  $g$ . Nesse caso, nessa região o campo gravitacional também vai variar muito pouco e, pode ser considerado constante. Por exemplo: em um jogo de vôlei, a região da quadra onde ocorre a partida, a altura do teto do ginásio, é muito pequena comparada ao raio da Terra. Assim, a bola à dois metros de altura ou à 6 metros, não perceberá mudança significativa no valor do campo gravitacional  $g$ .



Então, considerando pequenas variações de altura, comparadas ao raio da Terra, o campo gravitacional nessa região pode ser considerado constante.

Isso significa que em todos os pontos nessa região do espaço, o campo gravitacional tem o mesmo módulo a direção e o mesmo sentido. Nos seus estudos de queda livre perceberá que o valor de  $g$  ( $9,8 \text{ m/s}^2$ ), será sempre considerando o campo gravitacional uniforme nas proximidades da superfície da Terra.

## RESUMO DO CAPÍTULO

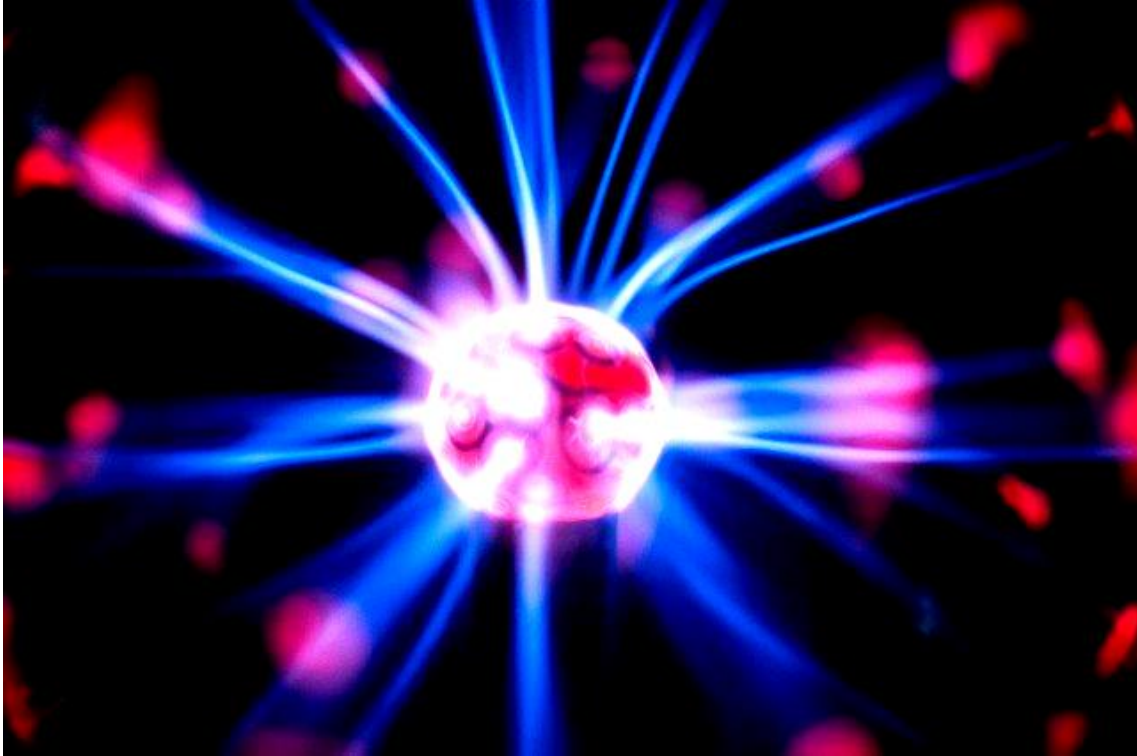
1. Vimos dois tipos de força: força de contato e força de campo.
2. Forças são interações entre corpos cujos efeitos são produzir deformações e/ou variação de velocidades nos corpos.
3. No Sistema Internacional, a unidade de força é o N(Newton).
4. A lei de Hooke estabelece que a força de restauração de uma mola é dada por  $F = -k \cdot x$ , onde  $k$  é a constante elástica característica da mola.
5. Forças de campo são aquelas nas quais os corpos interagem mesmo quando estão separados por uma distância  $d$  finita.
6. A força de interação gravitacional entre dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$  e separados por uma distância  $d$ , é dada pela Lei da Gravitação de Newton

$$F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

7. O grampo gravitacional  $g$  gerado por uma massa  $m$ , à uma distância  $d$ , é  $g = \frac{G \cdot m}{d^2}$
8. O valor do campo gravitacional  $g$  em um ponto qualquer onde colocamos uma massa  $m_2$  como massa de prova, é dado por  $\vec{g} = \frac{F_G}{m_2}$  onde  $F_G$  é a força gravitacional e  $m_2$  a massa de prova.
9. Em uma pequena região do espaço em torno da Terra o campo gravitacional pode ser considerado constante.

## Cap. 3

### Campo Eletrostático



#### Introdução

Um experimento extremamente simples, que provavelmente você já deve ter feito ou visto, consiste em esfregar uma régua de plástico nos cabelos (quando secos) e atrair pequenos pedaços de papel. Você pode usar no lugar de papel, pequenas esferas de isopor. As esferas, como os pedacinhos de papel, são atraídas pela régua atritada.

Você estudará mais tarde, com mais detalhes, que ao atritar (esfregar) a régua de plástico no cabelo, ocorre uma transferência de elétrons dos cabelos para a régua. Ou seja, os cabelos cedem elétrons para a régua. Então os cabelos adquirem carga positiva, pois perderam elétrons, e a régua fica com carga negativa, pois ganhou elétrons.

Ao aproximar, então, a régua eletrizada (com excesso de cargas negativa) de um pequeno pedaço de papel (eletricamente neutro), há uma interação à distância, pois o papel “sente” a presença da carga elétrica da régua.

Vimos que a presença de uma massa  $M$  perturba o espaço à sua volta (campo gravitacional). A massa cria gravidade. Da mesma forma, a presença de carga

elétrica  $Q$ , perturba o espaço à sua volta. À essa perturbação chamamos campo eletrostático.

É um fato experimental que cargas elétricas em repouso produzem campos elétricos independentes do tempo, o que denominamos de campo eletrostático. Estudaremos neste capítulo algumas das propriedades desse campo, especialmente o seu caráter conservativo.

As interações elétricas entre as cargas representam uma outra força fundamental da natureza, assim como o caso gravitacional. Estudaremos a interação entre cargas situadas em corpos pontuais em repouso, conhecida na literatura como lei de Coulomb.

Uma carga elétrica  $Q$ , puntiforme, estabelece um campo elétrico. Esse campo é o responsável por transmitir a interação entre essa carga  $Q$  e uma carga de prova  $q$ , colocada nesse campo. A partir do movimento da carga de prova  $q$ , podemos representar graficamente o campo elétrico em torno de  $Q$ . Veja as figuras a seguir:

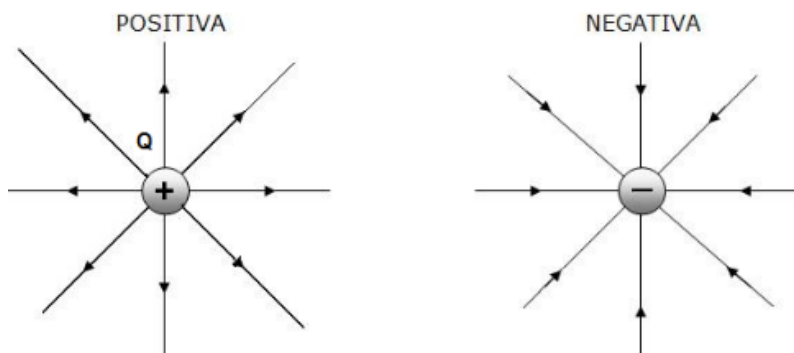


Figura 4: Linhas de força

Essas linhas são chamadas de linhas de força e são linhas tangentes ao vetor campo elétrico  $\vec{E}$  em cada ponto. O vetor campo elétrico em cada ponto é definido como a razão entre a força elétrica e a

carga de prova  $q$ :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad 3.1$$

cuja unidade de medida é o N/C. Note que, analogamente, o vetor campo gravitacional é dado por

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m}$$

No seu estudo da eletricidade você estudará circuitos elétricos, onde cargas elétricas se movem ordenadamente em curvas fechadas (malhas). Essas cargas se moverão sob ação de campos elétricos diferentes dos estudados aqui, pois serão criados não por cargas em repouso e que não possuem mais um caráter conservativo. Isto é, um campo de natureza não eletrostática (criado, por

exemplo, pelas baterias) é que são responsáveis pelas correntes nos circuitos elétricos.

### Força de Campo Elétrico $\vec{F}_E$ . Lei de Coulomb

Quando duas partículas que possuem carga elétrica interagem (à distância) entre si, a força de natureza elétrica manifesta entre elas possui as seguintes características:

- **Direção:** da reta que une as cargas
- **Sentido:** atrativo se  $q_1 \cdot q_2$  é negativo e repulsivo se  $q_1 \cdot q_2$  é positivo.
- **Intensidade:** proporcional ao módulo do produto entre as cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. Matematicamente escrevemos:

$$F_E = K_0 \frac{|q_1 \cdot q_2|}{d^2}, \quad 3.2$$

para a intensidade da força elétrica. Nesta equação  $K_0$  é uma constante que depende do meio no qual as cargas estão imersas. Para cargas imersas no vácuo, a constante vale:

$$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 N \cdot \frac{m^2}{C^2}.$$

A figura ao lado mostra o dispositivo usado por Coulomb, para a verificação experimental da lei da força de interação elétrica entre corpos eletrizados, chamado de balança de torção. Ele consiste de dois cilindros de vidro de raios diferentes e assentados um sobre o outro e com eixo comum. No topo do cilindro mais estreito existe um suporte onde um fio vertical de metal é ligado a um micrômetro para medir a torção do fio. Esse fio vertical é conectado a uma haste horizontal que pode girar livremente. Duas pequenas esferas metálicas, uma de cada lado, ocupam as extremidades da haste. Através de uma abertura no cilindro de raio maior, transfere-se carga elétrica a uma das esferas presa a haste. Ao aproximar-se um outro corpo carregado da esfera presa na haste provoca-se a torção no fio de um ângulo que é proporcional à força de torção. A análise dos resultados experimentais para diversas medidas levou Coulomb até a lei da força.

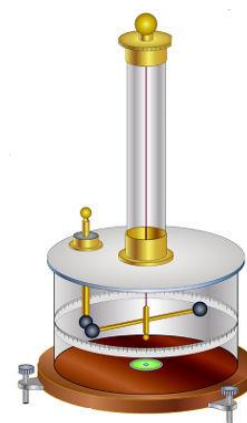


Figura 2: Balança de torção

Observe a grande similaridade entre as leis da força de campo gravitacional e elétrica:

- ambas são proporcionais ao produto das propriedades das partículas, da massa no caso gravitacional e das cargas no caso elétrico.
- ambas variam com o inverso do quadrado da distância entre as partículas.

Contudo, há também diferenças:

- O sentido da força gravitacional é único, sempre atrativo, enquanto há dois sentidos para a força elétrica, atrativo ou repulsivo.
- A constante gravitacional  $G$  não depende do meio onde as massas estão imersas, enquanto que a constante eletrostática  $K$ , depende do meio, sendo  $K = K_0$ , se o meio é o vácuo.

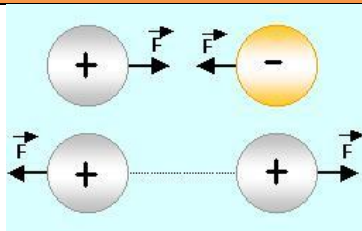


Figura 3: Sentido da força elétrica

### Exercício Resolvido

Considere duas partículas de cargas elétricas  $q_1 = 4,0 \times 10^{-16} \text{ C}$  e  $q_2 = 6,0 \times 10^{-16} \text{ C}$ , separadas no vácuo por uma distância de  $3,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ . Sendo  $k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ , determine, em newtons, a intensidade da força de interação entre elas.

**SOLUÇÃO:**

$$F_E = K_0 \frac{|q_1 \cdot q_2|}{d^2}$$

$$F_E = 9,0 \times 10^9 \cdot 4,0 \times 10^{-16} \cdot 6,0 \times 10^{-16} / (3,0 \times 10^{-9})^2$$

$$F_E = 2,4 \times 10^{-4} \text{ N}$$

Como ambas as cargas são positivas, a força elétrica entre elas será, então, de repulsão.

### Campo Elétrico da Carga Puntiforme

Analogamente ao caso da força gravitacional definimos um campo, como **agente intermediário para a transmissão à distância das forças elétricas entre as cargas**, nesse caso, chamado de **campo elétrico**. Se as cargas sobre as quais a força elétrica se manifesta estão em repouso denominaremos o campo elétrico por elas criados de campo eletrostático.

Em inúmeras situações, as distâncias envolvidas entre vários pontos onde desejamos calcular ou medir o campo elétrico, até o corpo eletrizado com carga elétrica é muito maior do que as dimensões desse corpo. Nesse caso consideramos este corpo como uma carga puntiforme. Veja a figura a seguir

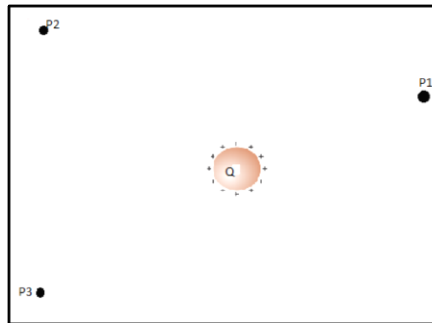


Figura 4: Cargas puntiformes

Se as dimensões de Q forem bem menores do que as distâncias entre os pontos P1, P2 e P3, Q pode ser considerada uma carga puntiforme (um ponto).

Veremos agora as características do vetor campo elétrico  $\vec{E}$  devido a uma carga puntiforme:

- A **intensidade** desse campo em cada ponto é dada por:

De 3.1 temos  $E = \frac{F_E}{q}$

De 3.2 temos  $F_E = K_0 \frac{|q_1 \cdot q_2|}{d^2}$  substituindo 3.2 em 3.1 temos que a intensidade do campo de uma carga pontual é dado por

$$E = \frac{k_0 \cdot Q}{d^2} \quad 3.3$$

onde Q é a carga pontual.

- A **direção** do campo é a mesma da força  $\vec{F}_E$ , ou seja, é a direção da reta que passa pelo ponto considerado e pela carga pontual Q.

- O **sentido** do campo depende do sinal de Q:

Para  $Q > 0$  o sentido é saindo da carga Q.

Para  $Q < 0$  o sentido é entrando na carga Q.

**Exercício Resolvido**

Considere uma carga Q de  $16 \mu C$  no vácuo. Determine o módulo de campo elétrico estabelecido por essa carga a uma distância de 4 cm dela.

Solução:

$$E = \frac{k_0 \cdot Q}{d^2}$$

$$E = 9,0 \times 10^9 \cdot 16 \times 10^{-6} / (4 \times 10^{-2})^2$$

$$E = 9 \times 10^7 \text{ N/C}$$

## Campo elétrico uniforme

Se em uma região do espaço o vetor campo elétrico  $\vec{E}$  for o mesmo, dizemos então que se trata de um campo elétrico uniforme. Então, nessa região o vetor  $\vec{E}$  tem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido em qualquer ponto.

Duas placas planas e paralelas, com cargas de sinais opostos, estabelecem entre elas um campo elétrico uniforme. Veja a figura a seguir.

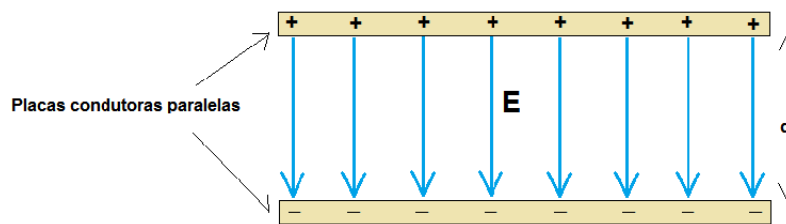


Figura 5: Campo elétrico uniforme

Na prática, para a distância entre as placas devem ser bem menores do que suas dimensões.

Se o campo é uniforme, de acordo com a equação 3.1, a força elétrica sobre uma carga  $q$  colocada na região entre as placas será constante. Mais adiante estudaremos o movimento descrito por essa partícula nessas condições.

## Exercício Resolvido

Suponha que uma carga  $q$  de  $1 \mu\text{C}$  seja abandonada próxima a placa positiva. Considere o módulo de  $E = 2 \times 10^5 \text{ N/C}$ . Determine o módulo da força elétrica sobre a carga.

**Solução:**

$$\text{De 3.1 } E = \frac{F_E}{q}, \text{ logo, } F_E = E \cdot q = 2 \times 10^5 \cdot 1 \times 10^{-6} = 0,2 \text{ N}$$

Mais adiante no seu curso, você estudará também o campo elétrico criado por várias cargas puntiformes.

## Quadro comparativo

Campo gravitacional	Campo Elétrico
$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m}$	$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q}$
$g = \frac{G \cdot m}{d^2}$	$E = \frac{k_0 q}{d^2}$

<b>Força gravitacional:</b>	<b>Força elétrica:</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Direção:</b> reta que une as duas massas.</li> <li>- <b>Sentido:</b> de atração.</li> <li>- <b>Intensidade:</b> <math>F = \frac{G.m_1.m_2}{d^2}</math></li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>(Lei de Newton da Gravitação)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Direção:</b> reta que une as duas cargas.</li> <li>- <b>Sentido:</b> de atração para cargas opostas de repulsão para cargas iguais.</li> <li>- <b>Intensidade:</b> <math>F = \frac{k_0.q_1.q_2}{d^2}</math></li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>(Lei de Coulomb)</b></p>
$\vec{g}$ é um mediador entre as duas massas.	$\vec{E}$ é um mediador entre as duas cargas.

### RESUMO DO CAPÍTULO

1. Uma carga elétrica Q, puntiforme, estabelece à sua volta, um campo elétrico. Esse campo é o responsável por transmitir a interação entre essa carga Q e uma carga de prova q, colocada na região do campo.
2. Linhas de força e são linhas tangentes ao vetor campo elétrico  $\vec{E}$  em cada ponto. O vetor campo elétrico em cada ponto é definido como a razão entre a força elétrica e a carga de prova q:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

3. A força elétrica entre duas cargas tem a direção da reta que as une; sentido atrativo se o produto entre elas é negativo e repulsivo se o produto for positivo. A intensidade dessa força é dada por  $F_E = K_0 \frac{|q_1.q_2|}{d^2}$ . A constante  $k_0$  depende do meio onde as cargas estão imersas.
4. O campo elétrico estabelecido por uma carga puntiforme é calcular por  $E = \frac{k_0.Q}{d^2}$ . O Sentido do campo depende do sinal de Q: Para  $Q > 0$  o sentido é saindo da carga Q. Para  $Q < 0$  o sentido é entrando na carga Q.
5. Em um campo elétrico uniforme o vetor E tem o mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos.

## Atividade Experimental

### Atividade 1 – O pêndulo elétrico.

**Objetivo:** demonstrar a força elétrica de repulsão/atração à distância.

**Material:** pedaço de linha; suporte (ou algum lugar para prender o pêndulo); pedaço de papel alumínio (usado nas cozinhas); canudinhos.

**Procedimento:**

Faça uma pequena esfera, amassando o papel alumínio. Prenda a esferinha na linha e amarre a outra extremidade da linha no suporte. Esfregue o canudinho nos cabelos (secos), ou em um tecido seco (o canudinho deve ficar eletrizado).

Aproxime devagar o canudinho eletrizado da pequena esfera, sem encostar. O que você observou?



Figura 6: Pêndulo elétrico

Agora aproxime novamente o canudinho e toque-o na esfera, afastando em seguida. Agora aproxime lentamente o canudinho da esfera mais uma vez. O que você observou?

### Atividade 2 – Canudinho que gira

**Objetivo:** demonstrar a força elétrica de repulsão/atração à distância.

**Material:**

canudinhos, lápis apontado, suporte para o lápis (pode ser massa de modelar, uma borracha com furo, etc.), guardanapos secos.

**Procedimento:**

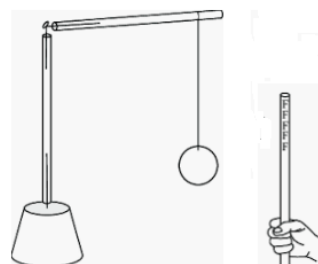
Dobre o canudinho ao meio de modo a apoiá-lo (figura) na ponta do lápis. Manuseie com cuidado para não eletrizá-lo. Eletrize a metade desse canudinho antes de apoiá-lo na ponta do lápis usando um pedaço de pano ou guardanapo. Eletrize outro canudinho e aproxime-o primeiro da metade não eletrizada do canudinho apoiado no lápis. O que você observou? Depois aproxime-o da metade eletrizada. O que você observou agora?

Figura 7: Canudinho que gira

### Exercícios

Q1- UECE (Adaptada)

Considere o campo elétrico gerado por duas cargas elétricas puntiformes, de valores iguais e sinais



contrários, separadas por uma distância  $d$ . Sobre esse vetor campo elétrico nos pontos equidistantes das cargas, é correto afirmar que

- a) tem a direção perpendicular à linha que une as duas cargas e o mesmo sentido em todos esses pontos.
- b) tem a mesma direção da linha que une as duas cargas, mas varia de sentido para cada ponto analisado.
- c) tem a direção perpendicular à linha que une as duas cargas, mas varia de sentido para cada ponto analisado.
- d) tem a mesma direção da linha que une as duas cargas e o mesmo sentido em todos esses pontos. \*
- e) tem a mesma direção da linha que une as duas cargas e o sentido para a carga de maior intensidade.

#### Q2- UFPA

Numa certa experiência, verificou-se que a carga de  $5 \mu\text{C}$ , colocada num certo ponto do espaço, ficou submetida a uma força de origem elétrica de valor  $4 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ . Nesse ponto, a intensidade do campo elétrico é igual a:

- a)  $20 \text{ kN/C}$
- b)  $0,8 \mu\text{N/C}$
- c)  $0,8 \text{ kN/C}$
- d)  $20 \mu\text{N/C}$
- e)  $0,8 \text{ N/C}$

Q3- (Mackenzie-SP) Um corpúsculo eletrizado com carga elétrica  $Q$ , fixo em um ponto do vácuo, cria a  $50 \text{ cm}$  dele um campo elétrico tal que, quando colocamos uma carga de prova de  $2 \mu\text{C}$  nesse ponto, ele fica sujeita a uma força elétrica de repulsão de intensidade  $5,76 \times 10^{-3} \text{ N}$ . Determine o valor de  $Q$ .

- a)  $4 \mu\text{C}$
- b)  $6 \mu\text{C}$
- c)  $8 \mu\text{C}$
- d)  $10 \mu\text{C}$
- e)  $12 \mu\text{C}$

Q4-(MACKENZIE-SP) Uma carga elétrica puntiforme com  $4\mu\text{C}$  que é colocada em um ponto P do vácuo, fica sujeita a uma força elétrica de intensidade 1,2 N. O campo elétrico nesse ponto P tem intensidade de: Considere  $K=9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

- a)  $3,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- b)  $2,4 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- c)  $1,2 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- d)  $4,0 \cdot 10^{-6} \text{ N/C}$
- e)  $4,8 \cdot 10^{-6} \text{ N/C}$

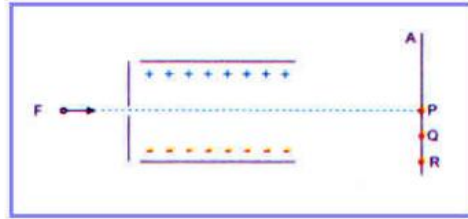
Q5- (UFRGS-RS) O módulo do vetor campo elétrico produzido por uma carga elétrica puntiforme em um ponto P é igual a E. Dobrando-se a distância entre a carga e o ponto P, por meio do afastamento da carga, o módulo do vetor campo elétrico nesse ponto muda para:

- a) E/4.
- b) E/2.
- c) 2E.
- d) 4E.
- e) 8E.

Q6-(PUC-RJ) Duas esferas metálicas contendo as cargas Q e 2Q estão separadas pela distância de 1,0 m. Podemos dizer que, a meia distância entre as esferas, o campo elétrico gerado por:

- a) ambas as esferas é igual.
- b) uma esfera é 1/2 do campo gerado pela outra esfera.
- c) uma esfera é 1/3 do campo gerado pela outra esfera.
- d) uma esfera é 1/4 do campo gerado pela outra esfera.
- e) ambas as esferas é igual a zero.

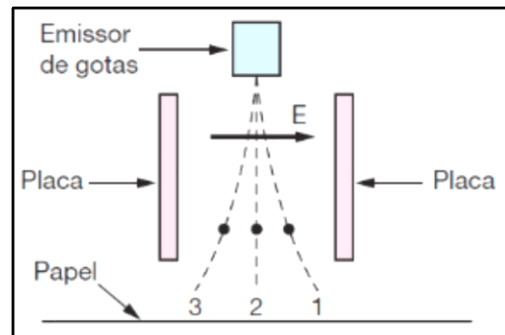
Q7- (FUVEST) Uma fonte F emite partículas (elétrons, prótons e nêutrons) que são lançadas no interior de uma região onde existe um campo elétrico uniforme.



As partículas penetram perpendicularmente às linhas de força do campo. Três partículas emitidas atingem o anteparo A nos pontos P, Q e R. Podemos afirmar que essas partículas eram, respectivamente:

- a) elétron, nêutron, próton
- b) próton, nêutron, elétron
- c) elétron, próton, próton
- d) nêutron, elétron, elétron
- e) nêutron, próton, próton

Q8- (UFRN-adaptada) Uma das aplicações tecnológicas modernas da eletrostática foi a invenção da impressora a jato de tinta. Esse tipo de impressora utiliza pequenas gotas de tinta, que podem ser eletricamente neutras ou eletrizadas positiva ou negativamente.



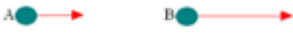




Essas gotas são jogadas entre as placas defletoras da impressora, região onde existe um campo elétrico uniforme E, atingindo, então, o papel para formar as letras. A figura a seguir mostra três gotas de tinta, que são lançadas para baixo, a partir do emissor.

Após atravessar a região entre as placas, essas gotas vão impregnar o papel. (O campo elétrico uniforme está representado por apenas uma linha de força.) Pelos desvios sofridos, pode-se dizer que a gota 1, a 2 e a 3 estão, respectivamente:

- a) carregada negativamente, neutra e carregada positivamente
- b) neutra, carregada positivamente e carregada negativamente

- c) carregada positivamente, neutra e carregada negativamente
- d) carregada positivamente, carregada negativamente e neutra
- e) carregada positivamente, neutra e neutra.

Q9- (UFRS) Duas cargas elétricas, A e B, sendo A de  $2 \mu\text{C}$  e B de  $-4 \mu\text{C}$ , encontram-se em um campo elétrico uniforme. Qual das alternativas representa corretamente as forças exercidas sobre as cargas A e B pelo campo elétrico?

- a) 
- b) 
- c) 
- d) 
- e) 

Q10- Uma carga de  $2 \text{ C}$ , está situada num ponto P, e nela atua uma força de  $4\text{N}$ . Se esta carga de  $2 \text{ C}$  for substituída por uma de  $3 \text{ C}$ , qual será a intensidade da força sobre essa carga quando ela for colocada no ponto P?

- a)  $2\text{N}$
- b)  $3\text{N}$
- c)  $4\text{N}$
- d)  $5\text{N}$
- e)  $6\text{N}$

## Cap. 4

### Trabalho e Energia Potencial



#### Introdução

A palavra “trabalho” para a maioria das pessoas, remete muitas vezes a algo relacionado a um emprego. Para outros, muitas vezes, trabalho está relacionado com algo que não é muito fácil de fazer: “isso dá muito trabalho pra fazer”. De um modo geral, normalmente relacionamos trabalho com esforço físico. Veremos que, quando se tratando do estudo da Física, trabalho não está necessariamente ligado a esforço físico e muito menos a emprego.

Um vendedor ambulante parado em um ponto de ônibus segurando em suas mãos uma bandeja de balinhas e doces, está trabalhando do ponto de vista comercial! Mas, do ponto de vista da Física o trabalho realizado por ele, ainda que permaneça o dia todo nesse ponto de ônibus, será nulo.



Se você observar, quando alguém vai empurrar uma mesa muito pesada, ou se posiciona atrás de um carro para empurrá-lo, o modo de

fazer isso é semelhante para todos que o fazem. A pessoa coloca as mãos sobre

o carro, por exemplo, abaixa ligeiramente o corpo e começa a empurrar (aplicar uma força sobre o veículo).

É fácil observar que a posição dos braços da pessoa que empurra tende a ficar na horizontal, paralela ao chão. Isso tem uma razão! Veremos que está relacionado com o ângulo de aplicação da força.

Imagine agora, uma bola de boliche colocado no chão de um quarto, ao lado de um guarda-roupas. Ali no chão, em repouso, nada de “interessante” fisicamente vai acontecer. Entretanto se alguém coloca esta bola em cima do guarda-roupas, bem na beirada (não faça isso em casa), a situação muda completamente. Nesta nova posição, a bola pode eventualmente cair, e quando chegar ao chão, seria capaz de quebrar ou deformar alguma coisa que esteja onde caiu. É uma situação simples, porém está relacionada com o conceito de energia potencial que veremos mais adiante neste capítulo.

Vamos apresentar neste capítulo dois conceitos muito importantes na Física: o conceito de trabalho de uma força e de energia potencial.

Esses conceitos estão intimamente relacionados e a existência de energia potencial reflete ao fato da propriedade da força e do campo serem conservativos.

## Trabalho de uma Força. Definição

Em Física o significado da palavra trabalho é diferente do sentido dado em nosso cotidiano. Chamaremos de trabalho à troca de energia entre o sistema<sup>4</sup> e a sua vizinhança<sup>5</sup> não decorrente de uma diferença de temperatura entre essas partes.

Em **Mecânica** o trabalho é associado a uma força que, agindo sobre um ponto material produz neste um deslocamento que não seja perpendicular à direção da força aplicada.

Consideremos inicialmente o caso mais simples no qual a força que atua sobre a partícula é *constante* (em intensidade, direção e sentido). Neste caso, definimos o trabalho da força (qualquer) constante  $\mathbf{F}$ , que indicaremos pelo símbolo  $W_F$ , como o escalar,

$$W_F = F d \cos\theta, \quad 4.1$$

$\begin{array}{c} \diagup \\ \text{N} \end{array} \bullet \begin{array}{c} | \\ \text{m} \end{array} \longrightarrow \text{J (joule)}$

<sup>4</sup> Sistema é a porção do universo que isolamos para estudo.

<sup>5</sup> São os corpos circundantes ao sistema e que de alguma forma interagem com ele.

onde  $F$  é a intensidade do vetor força  $\mathbf{F}$ ,  $d$  é a intensidade do vetor deslocamento  $\mathbf{d}$  e  $\theta$  é o (menor) ângulo entre as direções de  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{d}$ . A unidade de medida J (joule) é em homenagem ao Físico britânico J. P. Joule.

Observe que de acordo com a Figura 1, o deslocamento  $\mathbf{d}$  sofrido pela partícula não precisa ser na direção de  $\mathbf{F}$ . Desta forma apenas a componente de  $\mathbf{F}$  ( $F_t$ ) na direção do vetor deslocamento  $\mathbf{d}$  produz trabalho sobre a partícula:

$$W_F = (F \cos \theta) d = F_t d = F_x d.$$

A componente de  $\mathbf{F}$  perpendicular ao deslocamento ( $F_{\perp}$ ) não produz, *com relação ao trabalho*, nenhum efeito sobre a partícula (o ângulo entre esta componente e o sentido do deslocamento é reto), isto é:

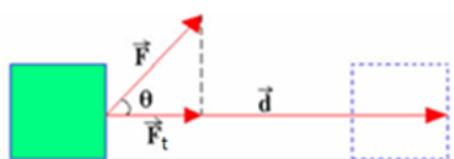


Figura 1: Apenas a componente tangencial  $F_t$  Produz trabalho.

$$W_{F_{\perp}} = F_{\perp} d \cos 90^{\circ} = 0$$

Chamaremos de trabalho motor quando  $W_F > 0$  e de trabalho *resistente* quando  $W_F < 0$ . Note que a componente tangencial da força pode ser contrária ao deslocamento. Nesse caso o cosseno será negativo resultando em um trabalho negativo.

Quando a força não é constante, não podemos mais usar a Eq. 4.1 para o cálculo do trabalho da força. Para contornar essa dificuldade podemos nos valer de uma propriedade geométrica. Vamos construir o gráfico da componente da força paralela ao deslocamento versus deslocamento, isto é,  $F_t$ , quando a força é constante.

Nele vemos que podemos calcular o trabalho como a área abaixo da curva (área do retângulo). Calculando a área indicada (base x altura), estamos multiplicando força por deslocamento, que é exatamente o trabalho.

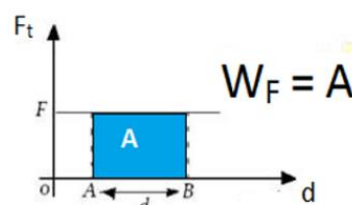


Figura 2: gráfico força por deslocamento

$$W_F = F_t d$$

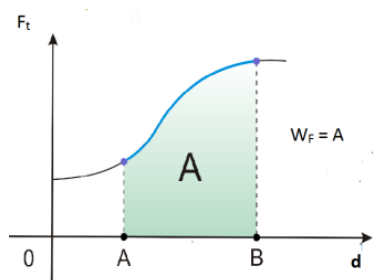


Figura 3: Trabalho da Força Variável com a posição

No caso em que a componente tangencial da força não é constante **essa propriedade continua sendo verdadeira.**

Concluimos que:  $W_F = \text{Área}$

**EM RESUMO** Se a força é constante em módulo, direção e sentido usamos diretamente a definição  $W_F = F d \cos\theta$ . Se a força não é constante, precisamos construir o gráfico **força versus deslocamento** e calcular a área sob a curva. De qualquer forma:

$$W_F = \text{Área}$$

### Trabalho da Força Gravitacional. Campo Uniforme

Já vimos que, quando uma partícula de massa  $m_0$  é colocada dentro do campo gravitacional<sup>6</sup>, aparece sobre ela uma força gravitacional,

$$\mathbf{F}_G = m_0 \mathbf{g},$$

onde,  $\mathbf{g}$  é o vetor campo gravitacional no ponto onde  $m_0$  é colocada.

Supondo  $\mathbf{g}$  constante em todos os pontos do espaço (campo uniforme), a força que agirá sobre  $m_0$  também será constante. Desta forma, podemos neste caso<sup>7</sup> aplicar a definição de trabalho da força constante, para calcularmos o trabalho da força gravitacional. Escrevemos:

$$W_{F_G} = F_G d \cos\theta$$

Considere que  $m_0$  é mantida em repouso num ponto P onde existe um campo gravitacional uniforme  $\mathbf{g}$  por um agente externo. Por exemplo, você está segurando  $m_0$  nesse ponto. A massa  $m_0$  *tenderá* a se deslocar no sentido do campo gravitacional se você abandoná-la, pois a força gravitacional quer movê-la nesse sentido. Você sentirá uma força puxando sua mão para baixo. Desta forma existe uma tendência de realização de trabalho pela força gravitacional, dada pela Eq.4.1, que irá se concretizar quando a partícula for abandonada. Da nossa definição de trabalho, como transferência de energia entre o sistema e sua vizinhança, dizemos que a partícula (sistema) tende a **receber energia do campo (sua vizinhança)**.



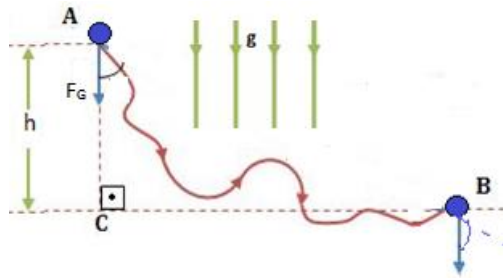
Na introdução do capítulo, falamos sobre uma bola de boliche no alto de um guarda-roupas. Se, por algum motivo, a bola cair, um trabalho (transferência de energia) será realizado pela força gravitacional sobre a bola. Durante a queda a bola recebera energia, por isso, se cair sobre um objeto, pode ser capaz de quebra-lo.

### Exercício Resolvido 1

<sup>6</sup> Criado por alguma distribuição de massa que não contém  $m_0$ .

<sup>7</sup> Não veremos o caso do cálculo do trabalho num campo gravitacional não uniforme.

Um celular de 200 g (0,2kg) cai de uma altura  $d = 1,8$  m. Vamos calcular o trabalho realizado pela força gravitacional nessa queda.



Usando a eq 4.1 lembrando que nesse caso o deslocamento  $d$  é a altura e  $\cos 0^\circ = 1$ .

$$W_F = F d \cos \theta$$

$$W_F = m \cdot g \cdot d \cdot \cos 0^\circ.$$

$$W_F = 0,2 \cdot 10 \cdot 1,8 \cdot 1$$

$$W_F = 0,54 \text{ J}$$

Significa que o celular recebeu 0,54J de energia do campo gravitacional.

## Exercício Resolvido 2

Uma estudante pega uma mochila de 4 kg no chão da sala e ergue-a até colocar nas costas a 1,5 m de altura. Qual o trabalho realizado pelo estudante?

$$W_F = F d \cos \theta$$

$$W_F = m \cdot g \cdot d \cdot \cos 0^\circ. \text{ ( a força e o deslocamento têm o mesmo sentido)}$$

$$W_F = 4 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot 1$$

$$W_F = 60 \text{ J}$$

## Energia Potencial Gravitacional

Uma propriedade importante da força gravitacional  $F_G$  é o seu caráter *conservativo*. Dizemos que uma força  $F$  é conservativa quando seu trabalho, entre dois pontos A e B quaisquer, é independente do caminho que liga esses pontos. Veja a figura 4 ao lado.

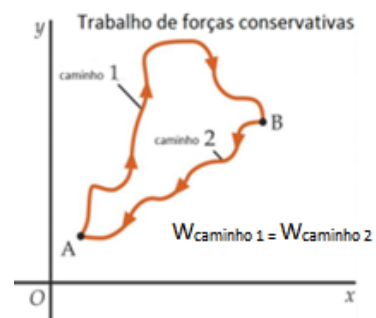


Figura-4: Independência do Caminho do Trabalho da Força Conservativa

Vamos mostrar que a força gravitacional é uma força conservativa. Para isto consideremos duas curvas (caminhos) que ligam os pontos A e B, situados num campo gravitacional uniforme<sup>8</sup>. O Primeiro é formado por dois segmentos retilíneos, AC e CB e o segundo é uma curva completamente arbitrária, de forma a representar todos os possíveis caminhos entre A e B. A Figura 5 mostra os dois trajetos.

No trajeto AC o trabalho da força gravitacional é dado por

Figura 5: Dois trajetos para o cálculo do trabalho da força gravitacional num campo uniforme.

$$W_{F_G}^{A \rightarrow C} = m_0 g d_{AC} = m_0 g h. \quad 4.2$$

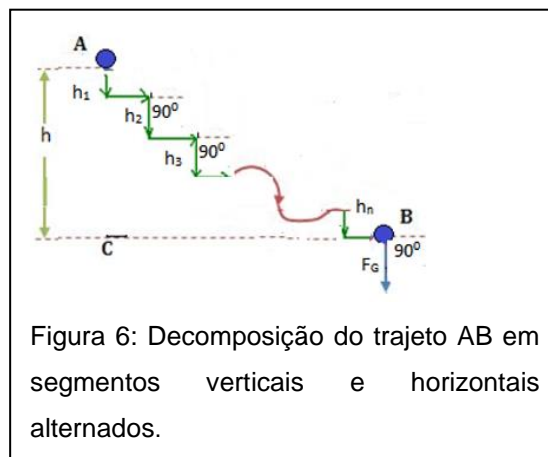
<sup>8</sup> A força gravitacional é conservativa ainda que o campo não seja uniforme.

onde  $h$  é a altura do ponto A em relação ao ponto C. No trajeto CB o trabalho da força gravitacional é nulo, pois,

$$W_{F_G} = m_0 g d_{CB} \cos 90^\circ = 0$$

Então, o trabalho total de A até B é dado somente pelo resultado da equação 4.2. Faltava agora calcularmos o trabalho da força gravitacional no caminho arbitrário AB. Este pode ser decomposto (Figura 4) em  $n$  segmentos verticais e horizontais alternados (como degraus de uma escada). Em todas as porções **horizontais** os ângulos entre a força gravitacional e os deslocamentos correspondentes são de  $90^\circ$ . Eles terão contribuição nula para o trabalho. Nas porções verticais, as projeções dos deslocamentos sobre a direção da força gravitacional serão as alturas em cada trecho.

Somando as contribuições, para o trabalho da força gravitacional de cada porção, encontramos:



$$W_{F_G}^{A \rightarrow B} = m_0 g h_1 + m_0 g h_2 + \dots + m_0 g h_n$$

$$W_{F_G}^{A \rightarrow B} = m_0 g (h_1 + h_2 + \dots + h_n) = m_0 g h.$$

$$W_{F_G}^{A \rightarrow B} = m_0 g h. \quad 4.3$$

Tomando como referência o solo ( $h = 0$ ) podemos escrever:

$$W_{F_G}^{A \rightarrow B} = m_0 g h = m_0 g (h_A - h_B)$$

Comparando as equações 4.2 e 4.3 verificamos a igualdade e a independência de caminho.

No exemplo 2, se o estudante ao pegar a mochila no chão, for caminhando pela sala à medida de vai erguendo-a até colocá-la nas costas, o trabalho realizado será o mesmo que antes, pois a altura relativa ao chão não mudou. O trabalho não depende do caminho.

A Força gravitacional (força peso) é uma força conservativa. Seu trabalho calculado *entre dois pontos quaisquer* é independente do caminho que liga esses dois pontos. Depende apenas do desnível vertical (altura) entre esses dois pontos e da massa transportada.

O conceito de energia potencial é associado às forças conservativas e somente a elas. Forças que não obedecem a propriedade da independência de caminho no cálculo do trabalho são chamadas de *não conservativas* (ou dissipativas). A estes tipos de força *não podemos associar* o conceito de **energia potencial**.

De uma forma geral<sup>9</sup>, chamaremos diferença de energia potencial gravitacional  $\Delta E_P$  entre dois pontos A e B num campo gravitacional, ao simétrico do trabalho que a força gravitacional *poderá* realizar ao deslocar a partícula de massa  $m_0$  entre esses dois pontos.

$$\Delta E_P^{A \rightarrow B} = - W_{FG}^{A \rightarrow B} \quad 4.4$$

Se o trabalho é **motor** ( $W > 0$ ), no qual a partícula se movimenta **no sentido** do campo, vemos que a variação da energia potencial  $\Delta E_P$  é negativa, isto é, a energia potencial **diminui** quando a partícula move-se **no sentido do campo**. Por outro lado, a energia potencial **aumenta** quando se move **contrário ao campo** ( $W < 0$ ). Essas grandezas como podemos ver, são proporcionais à massa transportada  $m$ .

Quanto maior o valor de  $m_0$  (figura 4.3) maior será o trabalho que poderá ser realizado pela força gravitacional e maior será a variação de energia potencial gravitacional sofrida pelo sistema<sup>10</sup>.

Fisicamente, o importante é o conhecimento da **diferença de energia potencial** entre dois pontos, e não o valor da energia em um ponto. Este depende da escolha de uma referência para o zero da energia potencial.

---

<sup>9</sup> O campo gravitacional não precisa ser uniforme

<sup>10</sup> Dizemos que a energia potencial está associada à configuração do sistema Terra +partícula.

## Exercício Resolvido 2

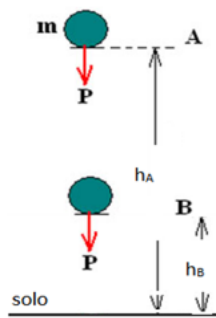


Figura 7

Em uma construção, uma peça de aço de 2 kg a 20 m de altura, cai no andaime inferior ficando a 12 metros do chão. Qual foi a variação da energia potencial da peça?  $h_A = 20 \text{ m}$ ;  $h_B = 12 \text{ m}$ ;  $d_{AB} = 8 \text{ m}$

$$W_{AB} = F_G \cdot d \cdot \cos \theta; \quad W_{AB} = m \cdot g \cdot \cos \theta; \quad W_{AB} = 2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 1 = 160 \text{ J} \quad \text{logo } \Delta E_P = -160 \text{ J}$$

Adotando  $E_P = 0$  para  $h = 0$  a energia potencial num ponto a altura  $h$  acima do solo é

$$E_P = m_0 g h. \quad 4.6$$

Calculamos a diferença de energia potencial entre os pontos A e B da figura 6, simplesmente fazendo

$$\Delta E_P^{A \rightarrow B} = E_P^B - E_P^A = m_0 g (h_B - h_A)$$

$$\Delta E_P^{A \rightarrow B} = m_0 g (h_B - h_A) \quad 4.7$$

## Exercício Resolvido

Considerando ainda os dados do exemplo 1 pode-se calcular a variação da energia potencial gravitacional pela eq. 4.7:

$$\Delta E_P = m_0 \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$

$$\Delta E_P = 2 \cdot 10 \cdot (12 - 20)$$

$$\Delta E_P = -160 \text{ J}$$

## A Diferença de Potencial Gravitacional

Uma forma bastante conveniente de caracterizar o campo gravitacional é através do chamado **potencial gravitacional  $V_G$** . A cada ponto ao redor de uma distribuição de massa existe uma *grandeza vetorial* que denominamos de campo gravitacional  **$g$** . Da mesma forma, podemos caracterizar o campo  **$g$**  atribuindo a cada ponto deste um escalar que é função exclusiva das coordenadas do ponto e independente da massa nele colocada.

Definimos a diferença de potencial gravitacional  $\Delta V_G$  entre dois pontos num campo gravitacional, a variação da energia potencial gravitacional (entre esses dois pontos) por unidade de massa. De uma forma geral escrevemos;

$$\Delta V_G = \frac{\Delta E_P}{m_0}. \quad 4.8$$

**NÃO ESQUEÇA:** O potencial gravitacional é uma grandeza escalar. Seu valor independe da massa transportada. Depende apenas das coordenadas de cada ponto em relação a algum ponto de referência (no caso o solo).

### Exercício Resolvido

Um trabalhador de construção civil deseja levantar um milheiro de tijolos do andar térreo para o andar superior (1º andar). Calcule o trabalho por ele realizado contra o campo gravitacional, a diferença de energia potencial gravitacional e a diferença de potencial gravitacional, ao transportar:

(a) um tijolo de cada vez;

(b) todos de uma única vez através de um guindaste.

Considere a diferença de altura entre o andar térreo e o 1º andar de 3,5 m,  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $m_0$  (a massa de cada tijolo) = 2,5 kg.

### Solução

**(a)** Quando um tijolo é transportado para cima, contra o campo gravitacional, temos:

$$W_{FG} = F_G d \cos 180^\circ$$

$$W_{FG} = m_0 g d \cos 180^\circ$$

$$W_{FG} = 2,5 \cdot 10 \cdot 3,5 \cdot (-1) = -87,5 \text{ J};$$

$$\Delta E_P = -W_{FG} = 87,5 \text{ J}$$

$$\Delta V_P = \frac{\Delta E_P}{m_0} = 35 \text{ J/kg}$$

**(b)** Agora a massa transportada é  $m = 1000 m_0$ . Desta forma o novo trabalho e a nova variação de energia potencial serão, respectivamente

$$W_{FG} = 1000 m_0 g d \cos 180^\circ = -87.500 \text{ J}$$

$$\Delta E_P = -W_{FG} = 87.500 \text{ J}$$

Como a diferença de potencial independe da massa transportada, o resultado é o mesmo anterior 35 J/kg.

## Exercício Resolvido 2

A figura abaixo mostra a instalação domiciliar de água, com uma caixa d' água alimentando as tubulações que se dirigem até o banheiro. Se as alturas dos pontos A, B e C, (em relação ao piso da residência) são respectivamente,  $3,5\text{ m}$ ,  $2,2\text{ m}$  e  $1,1\text{ m}$ . Determine: (a) A diferença de potencial gravitacional entre os pontos A e B, e A e C. (b) Qual o sentido do fluxo de água? Por quê flui neste sentido? Considere  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

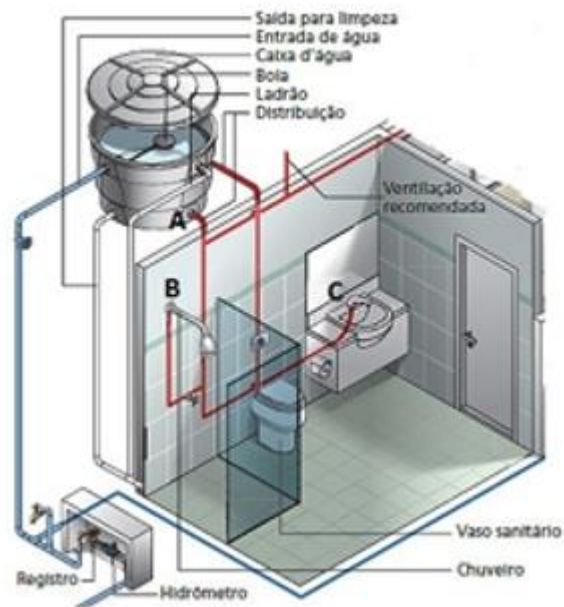


Figura 8

## Solução

(a) O potencial em cada ponto de um campo gravitacional uniforme é dado pela equação  $V_G = gh$ , onde para  $h = 0$  fazemos convencionalmente  $V_G(h = 0) = 0$ .

$$V_G^A = gh_A = 10 \cdot 3,5 = \frac{35\text{ J}}{\text{kg}}$$

$$V_G^B = gh_B = 10 \cdot 2,2 = \frac{22\text{ J}}{\text{kg}}$$

$$V_G^C = gh_C = 10 \cdot 1,1 = \frac{11\text{ J}}{\text{kg}}$$

$$V_G^B - V_G^A = g(h_B - h_A) = 22 - 35 = -\frac{13\text{ J}}{\text{kg}}$$

$$V_G^C - V_G^A = g(h_C - h_A) = 11 - 35 = -\frac{24\text{ J}}{\text{kg}}$$

(b) A água flui no sentido do maior para o menor potencial.

## Exercício Resolvido

A figura ao lado mostra uma estante de livros sendo arrumada. Nela também está indicada o nível (altura relativamente ao solo) de cada uma de suas prateleiras, com, por exemplo, as prateleiras C e D no nível  $0\text{ cm}$ , as prateleiras A e B no nível  $40\text{ cm}$  e assim por diante. Suponha para facilitar os cálculos que todos os livros possuem massas iguais a  $0,4\text{ kg}$  e que o campo gravitacional, na região onde a estante está situada, é uniforme e de intensidade  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Pede-se:



(a) A energia potencial gravitacional dos livros dispostos no nicho F; (b) O potencial gravitacional nos níveis A e B; (c) O potencial gravitacional relativo ao nível C e E; (d) Se os livros do nicho E caírem, que trabalho será realizado pela força gravitacional no deslocamento até o solo?

## Solução

a)  $E_p = m \cdot g \cdot h$   
 $E_p = 0,4 \cdot 10 \cdot 0,8$   
 $E_p = 3,2 \text{ J}$

b)  $V_{GA} = V_{GB} = g \cdot h$   
 $V_{GB} = 10 \cdot 0,4$   
 $V_{GB} = 4,0 \text{ J/KG}$

c)  $V_{GE} = g \cdot h_E$   
 $V_{GE} = 10 \cdot 1,6$   
 $V_{GE} = 16 \text{ J/KG}$

d)  $W_{FG} = F_G \cdot d \cdot \cos \theta$   
 $W_{FG} = 0,4 \cdot 10 \cdot 1,6 \cdot \cos 0^\circ$   
 $W_{FG} = 6,4 \text{ J}$

## Trabalho da Força Elétrica e Energia Potencial Elétrica

A Figura 9 representa um sistema formado por duas placas planas e paralelas, carregadas com cargas de mesma intensidade e sinais contrários (+Q e -Q).

Esse sistema é chamado de capacitor plano. Considerando apenas pontos próximos da região central<sup>11</sup> do capacitor o campo elétrico é praticamente uniforme e a força elétrica constante sobre as cargas presentes em seu interior, tendendo a mover as cargas positivas no sentido do campo e as negativas em sentido contrário.

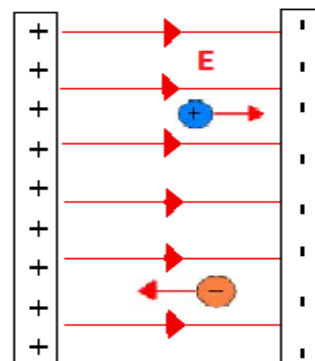


Figura 9: Campo uniforme no capacitor de placas planas e paralelas

Na figura 10, o campo uniforme está representado na vertical. O trabalho que poderá ser realizado pela força elétrica sobre uma carga  $q_0$  num deslocamento de A até B, *independentemente do caminho* que liga esses dois

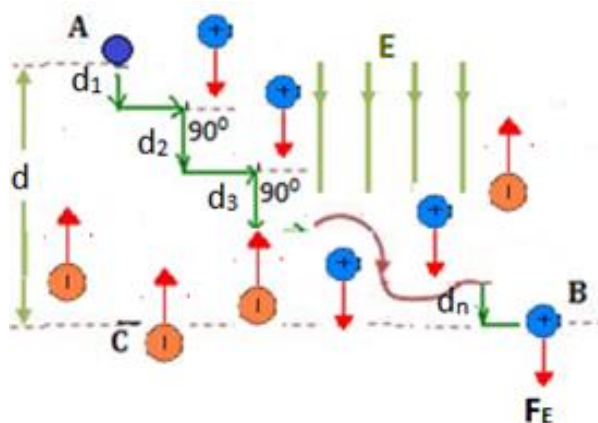


Figura 10: O trabalho realizado pela força elétrica é independente do caminho.

pontos é dado por

$$W_{FE} = F_E d = q_0 E d,$$

onde  $d = d_1 + d_2 + \dots + d_n$  e a soma das projeções dos deslocamentos de cada trecho na direção do campo<sup>12</sup>.

Assim como a força gravitacional, a *força elétrica* também é

<sup>11</sup> Próximos aos extremos da placa o campo se curva e não é uniforme. Esse efeito é conhecido como efeito de borda no capacitor plano.

<sup>12</sup> Como no caso da força gravitacional onde  $h = h_1 + h_2 + \dots + h_n$  é a soma das projeções dos deslocamentos na direção do campo  $g$ .

conservativa e uma função energia potencial  $E_P$  é associada a ela. Definimos como variação da energia potencial elétrica  $\Delta E_P$  entre dois pontos A e B de um campo elétrico como o simétrico do trabalho da força elétrica entre esses pontos:

$$\Delta E_P^{A \rightarrow B} = - W_{FE}^{A \rightarrow B}$$

Nas condições da figura 10, a força elétrica realiza trabalho para mover as cargas de um ponto para outro no interior do campo. A energia acumulada em forma de energia potencial é convertida em trabalho. Daí a igualdade entre os módulos dessas grandezas. Ao se realizar trabalho diminui-se a energia potencial armazenada no sistema.

**OBSERVE QUE:** As cargas elétricas quando liberadas no interior do campo elétrico, movem-se espontaneamente no sentido da força elétrica  $\mathbf{F} = q_0\mathbf{E}$ , com as cargas positivas se movendo *no sentido do campo* e as cargas negativas se movendo *no sentido contrário ao do campo*

A variação de energia potencial elétrica sofrida entre dois pontos do campo é proporcional à carga  $q_0$  transportada pela força elétrica na realização do trabalho. Quanto maior a carga transportada mais trabalho é realizado pela força elétrica.

### Exercício Resolvido

Uma carga positiva  $q$ , de  $1,6 \times 10^{-19} C$  é abandonada no interior de um campo elétrico uniforme cujo módulo é,  $E = 1,5 \times 10^5 N/C$ . Calcule o trabalho realizado pela força elétrica em um deslocamento de 2 cm dessa carga no interior do campo.

### Solução:

$$W_{FE} = q_0 \cdot E \cdot d$$

$$W_{FE} = 1,6 \times 10^{-19} \cdot 1,5 \times 10^5 \cdot 0,02$$

$$W_{FE} = 4,8 \times 10^{-16} J$$

### Diferença de Potencial Elétrico

Da mesma forma que no caso gravitacional, definimos a variação de potencial elétrico entre dois pontos de um campo elétrico, ao trabalho realizado pela força elétrica, entre os mesmos dois pontos, por unidade de carga.

$$\Delta V_E = \frac{\Delta E_P}{q_0}$$

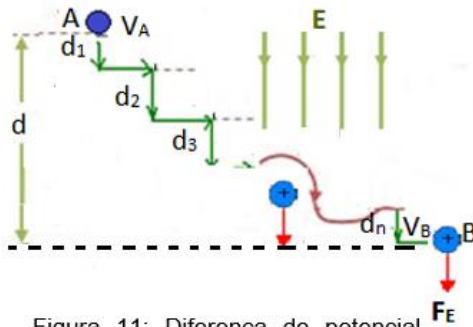


Figura 11: Diferença de potencial entre dois pontos no interior de um campo elétrico uniforme.

Esta grandeza é uma função do ponto, isto é, das coordenadas que localizam o ponto, em relação a alguma referência previamente escolhida. A Figura 11 mostra dois pontos A e B no interior de um campo elétrico uniforme **E**. Em A o potencial é

assumido ter o valor  $V_A$  e em B, o valor  $V_B$ . Da definição de diferença de potencial elétrico, calculamos o trabalho da força elétrica para mover a carga  $q_0$  entre os pontos A e B, da seguinte forma:

$$\Delta E_P = q_0 [V_B - V_A] = -W_{F_E},$$

$$W_{F_E} = q_0 [V_A - V_B].$$

Cabe analisar a equação anterior dizendo que:

Se as cargas são simplesmente soltas no interior do campo, essas passam a ser mover espontaneamente (sob a ação exclusiva do campo), isto é, o deslocamento se processa no sentido da força elétrica atuante. Desta forma  $W > 0$ . Concluimos, portanto,

1. Cargas positivas ( $q_0 > 0$ ) movem-se espontaneamente no sentido a procurarem sempre os menores potenciais, pois,

$$W = q_0 (V_A - V_B) \Rightarrow V_A > V_B$$

2. Cargas negativas ( $q_0 < 0$ ) movem-se espontaneamente no sentido a procurarem sempre os maiores potenciais, pois,

$$W = q_0 (V_A - V_B) \Rightarrow V_B > V_A$$

### Exercício Resolvido

Uma carga elétrica de pequenas dimensões e com intensidade de  $4,0 \times 10^{-6}$  C é transportada de um ponto A para um ponto B de um campo elétrico. O trabalho realizado pela força elétrica que age sobre a carga tem intensidade de  $3,0 \times 10^{-4}$  J. Determine a variação do potencial elétrico de A para B.

## Solução:

$$E_P^{A \rightarrow B} = -W_{F_E}^{A \rightarrow B} = 3,0 \times 10^{-4} J$$

$$\Delta V_E = \frac{\Delta E_P}{q_0} = \frac{3,0 \times 10^{-4}}{4,0 \times 10^{-6}}$$

$$\Delta V_E = 75 V$$

## RESUMO DO CAPÍTULO

1. Em Física, o trabalho de uma força constante é definido como  $W = F \cdot d \cdot \cos \theta$  onde  $\theta$  é o menor ângulo entre as direções de  $F$  e  $d$ .
2. Em um gráfico  $F \times d$ , a área sob a curva é numericamente igual ao trabalho da força naquele intervalo.
3. A força gravitacional é conservativa, isto é, o trabalho dessa força entre dois pontos não depende da trajetória entre esses pontos.
4. Definimos a diferença de potencial gravitacional  $\Delta V_G$  entre dois pontos num campo gravitacional, a variação da energia potencial gravitacional (entre esses dois pontos) por unidade de massa. Isto é,  $\Delta V_G = \frac{\Delta E_P}{m_0}$
5. De uma forma geral, chamaremos diferença de energia potencial gravitacional  $\Delta E_P$  entre dois pontos A e B num campo gravitacional, ao simétrico do trabalho que a força gravitacional *poderá* realizar ao deslocar a partícula de massa  $m_0$  entre esses dois pontos.
6. Em um campo elétrico uniforme, o trabalho realizado pela força elétrica de um ponto A até um ponto B, sobre uma carga  $q$ , independe do caminho que liga esses dois pontos e é dado por

$$W_{F_E} = F_E d = q_0 E d,$$

7. Assim como a força gravitacional, a força elétrica também é conservativa.
8. Definimos como variação da energia potencial elétrica  $\Delta E_P$  entre dois pontos A e B de um campo elétrico como o simétrico trabalho da força elétrica entre esses pontos:

$$\Delta E_P^{A \rightarrow B} = -W_{F_E}^{A \rightarrow B}$$

9. Definimos a variação de potencial elétrico entre dois pontos de um campo elétrico, ao trabalho realizado pela força elétrica, entre os mesmos dois pontos, por unidade de carga.

$$\Delta V_E = \frac{\Delta E_P}{q_0}$$

## Exercício

1- Uma pessoa pode ficar segurando uma melancia de 5kg por meia hora, enquanto espera um ônibus, que ainda assim não estará realizando trabalho do ponto de vista da Física. Por que?

2 – Um trabalhador em uma construção, empurra uma caixa, aplicando uma força constante de 100N, na horizontal, ao longo de 5 m. Qual foi o trabalho realizado por essa força?

3 – Na questão anterior, considere que a mesma força aplicada seja através de uma corda puxada pelo trabalhador, formando um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal e com o mesmo deslocamento. Qual será, agora, o trabalho realizado pela força aplicada pelo trabalhador?

4 – Em relação à questão 2, considere agora que enquanto empurra a caixa, uma força de atrito de 20 N atue ao longo do deslocamento. Qual o trabalho realizado por essa força de atrito? Qual o trabalho total realizado sobre a caixa?

5 – Considere os dados da questão 3 e considere também uma força de atrito de 20 N ao longo do deslocamento. Qual o trabalho total realizado sobre a caixa?

6 – Um tijolo de 1 kg cai de uma altura de 3 m. Despreze a resistência do ar. Determine o trabalho realizado sobre o tijolo pela força peso.

7 – Uma pessoa ergue, ao longo de 3 m, um tijolo de 1 kg usando uma roldana e uma corda. Qual o trabalho realizado pela força exercida pela pessoa?

8 – Um jarro com uma planta cai da janela do quinto andar a 15 m de altura e acerta a varanda do segundo andar a 6 m de altura. Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Qual foi a variação da energia potencial do jarro?



#### 12 Introdução

As substâncias podem ser encontradas na natureza em três estados físicos: sólido, líquido e gasoso.

No *sólido*, as moléculas que constituem uma substância encontram-se bem próximas e unidas em virtude de **forças elétricas** intensas agindo sobre elas. Essa intensa força determina nos sólidos forma e volume bem definidos. Ao manterem suas formas os sólidos não tem a capacidade de fluir.

Os *líquidos*, por sua vez, apresentam **forças de ligação menos intensas** fazendo com que as moléculas fiquem mais afastadas do que no estado sólido. Eles possuem apenas volume bem definido, mas sua forma é a forma do recipiente que o contém. Essa mudança de forma dos líquidos ao mudarmos de recipiente reflete a sua capacidade natural de fluir.

O estado gasoso, a força de ligação entre os átomos é muito pequena, fazendo com que os átomos fiquem separados uns dos outros por distâncias muito grandes comparativamente aos casos dos sólidos e líquidos. Os átomos movimentam-se desordenadamente, podendo assumir a forma e volume do recipiente em que são colocados. Assim, os gases não possuem nem forma nem volume definidos.

Podemos dividir os estados da matéria como sólidos e fluidos.



Os sólidos tendem a ser rígidos e os fluidos tendem a escoar. Os fluidos incluem os líquidos, que fluem até ocupar as regiões mais baixas para preencher os recipientes, enquanto os gases se expandem até encher os recipientes.

Neste capítulo faremos o estudo de fluidos em equilíbrio, isto é, estamos no domínio da estática dos fluidos ou hidrostática.

### Massa específica

Uma importante propriedade dos fluidos é a sua massa específica  $\rho$ . Ela é definida como o quociente entre a massa  $m$  da substância e o volume  $V$  por ela ocupado,

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

A unidade de massa específica no sistema internacional de unidades é o quilograma por metro cúbico ( $kg/m^3$ ). Outras unidades bastante usadas são: quilograma por litro ( $kg/l$ ), o grama por centímetro cúbico ( $g/cm^3$ ), grama por litro ( $g/l$ ), etc.

### Densidade

Outra importante definição e muito parecida com a definição de massa específica é a densidade  $d$  do corpo. Ela também é definida como o quociente entre a massa  $m$  e o volume  $V$ ,

$$d = \frac{m}{V}.$$

Se o corpo for maciço a massa específica e densidade são iguais. Porém, se o corpo não for maciço, isto é, possuir vazios no seu interior o resultado será diferente, pois, no cálculo da massa específica só levamos em conta o volume da substância, descontando o volume do vazio. Em geral tem-se:

$$\rho \geq d.$$

Na tabela abaixo valores da massa específica de algumas substâncias são apresentados em  $g/cm^3$ .

Tabela: valores de massa específica ( $g/cm^3$ )

Alumínio	2,7
Cobre	8,9
Ouro	19,3
Prata	10,5
Ferro	7,8
Aço	7,8
Mercúrio	13,6
Água	1,0
Gelo	0,92

Para fazermos a conversão para quilograma por metro cúbico basta lembrarmos das relações:

$$1 g = 10^{-3} kg,$$

$$1 cm^3 = 10^{-6} m^3.$$

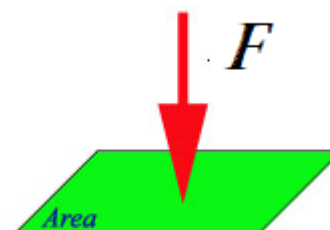
$$\text{Assim, } 1 g/cm^3 = \frac{10^{-3} kg}{10^{-6} m^3} = 1000 kg/m^3.$$

Então podemos escrever  $1 g/cm^3 = 1 \times 10^3 kg/m^3$

## 12.1 Pressão

A pressão é uma grandeza física que pode ser determinada pelo quociente entre uma força aplicada e a área de ação dessa força, a resultante recebe o nome de pressão.

Quando consideramos uma superfície de área  $A$  sobre a qual se distribui perpendicularmente um sistema de forças cuja resultante é  $F$ , definimos a pressão média na superfície como sendo a relação entre a intensidade da força resultante sobre a área.

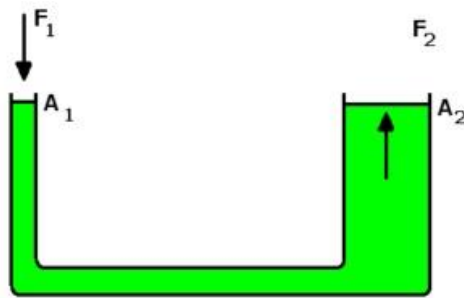


$$P = \frac{F}{A}$$

Na hidrostática vamos considerar que a distribuição das forças atuante seja uniforme, de modo que a pressão média coincida com a pressão em qualquer ponto.

Pressão é uma grandeza escalar, logo não apresenta direção e nem sentido, apenas um valor numérico e sua unidade. No sistema Internacional (SI), a unidade de pressão é Newton por metro quadrado ( $N/m^2$ ), também denominado de Pascal (Pa).

## 12.2 Princípio de Pascal

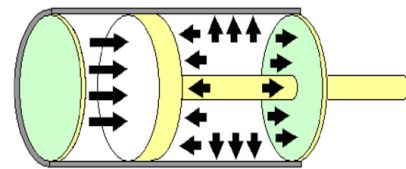


O princípio de Pascal estabelece que a alteração de pressão em um fluido em equilíbrio transmite-se integralmente a todos os pontos do fluido e às paredes do recipiente conforme ilustra a figura a seguir. A forma do recipiente não afeta a pressão que o fluido contido nele, exerce no fundo do recipiente. Se a pressão existente na superfície do fluido for aumentada a pressão

em qualquer profundidade deve sofrer um aumento exatamente na mesma proporção.

**Princípio de Pascal: O acréscimo de pressão produzido num líquido em equilíbrio transmite-se integralmente a todos os pontos do líquido.**

A Figura ao lado direito ilustra um tipo de prensa hidráulica, ou seja, dois recipientes cilíndricos de áreas transversais diferentes, interligados por um tubo contendo um fluido verde qualquer.



Se empurrarmos o pistão de área menor  $A_1$  com uma força  $F_1$ , produziremos um acréscimo de pressão na outra região dada por:

$$\Delta P_1 = \frac{F_1}{A_1}$$

Esse acréscimo de pressão será transmitido para todos os pontos do líquido até o pistão de área maior  $A_2$ . Como a pressão é a mesma em ambos os pistões, podemos escrever:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

Logo, podemos concluir que a intensidade da força é diretamente proporcional a área do tubo.

Temos que os fluidos exercem pressão sobre outros, devido ao seu peso, logo se considerarmos um recipiente contendo líquido de densidade  $\rho$  que ocupa o recipiente até uma altura  $h$ , em um lugar onde a aceleração da gravidade seja igual a  $g$ , temos que a força exercida sobre a área de contato é:

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}$$

$$p = \frac{mg}{A}$$

Sabendo que densidade é  $\rho = \frac{m}{V}$  onde  $m$  é a massa do líquido, podemos escrever  $p = \frac{\rho V g}{A}$ . Mas temos que o volume é  $V = Ah$ , logo:

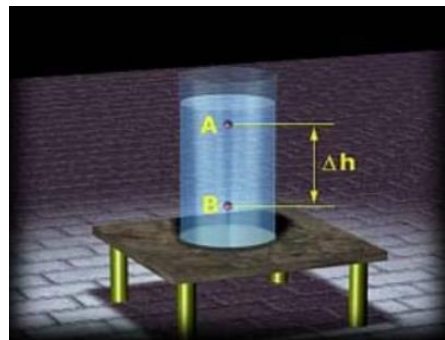
$$p = \frac{d A h g}{A}$$

$$p = \rho g h$$

### 12.3 Teorema de Stevin

No sistema internacional de unidade (SI) temos que  $\rho$  é a pressão hidrostática ( $\text{N/m}^2$ ),  $\rho$  é a densidade ( $\text{kg/m}^3$ ),  $h$  é a altura (m) e  $g$  é a aceleração da gravidade ( $\text{m/s}^2$ ).

Consideremos um líquido homogêneo, cuja densidade é  $\rho$ , em equilíbrio sob a ação da gravidade, sendo a aceleração da gravidade. Sendo  $P_A$  a pressão em um ponto A e  $P_B$  a pressão em um ponto B, temos que:



A diferença de pressão entre dois pontos de um fluido em repouso é igual ao produto do peso específico do fluido pela diferença de cota ( $\Delta h$ ) entre os dois pontos avaliados

$$\Delta p = \gamma \cdot \Delta h \quad \therefore \quad \Delta h = h_B - h_A$$

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

$$\Delta p = P_B - P_A = \rho \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$

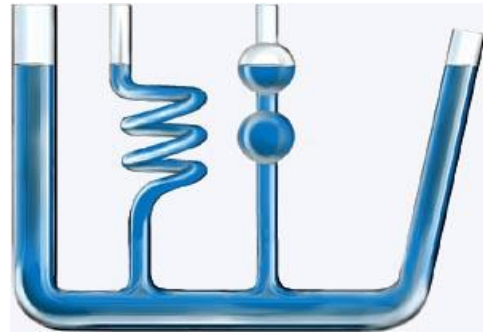
#### Teorema de Stevin:

“A diferença de pressão entre dois pontos de um fluido em repouso é igual ao produto do peso específico do fluido pela diferença de cota entre os dois pontos avaliados”.

#### Consequências do Teorema de Stevin

- Pressão aumenta com profundidade;
- Num mesmo nível as pressões são iguais;
- A superfície livre de um líquido em equilíbrio é plana e horizontal;

- A pressão hidrostática não depende da área (da forma do recipiente), apenas da densidade do fluido, da altura do ponto onde a pressão é exercida e da aceleração da gravidade. Quando temos diferentes formas de recipientes e eles estão preenchidos na mesma altura com um mesmo líquido, a pressão hidrostática no fundo dos recipientes terão o mesmo valor. Este fato é chamado de paradoxo hidrostático.



#### 12.4 Pressão Atmosférica

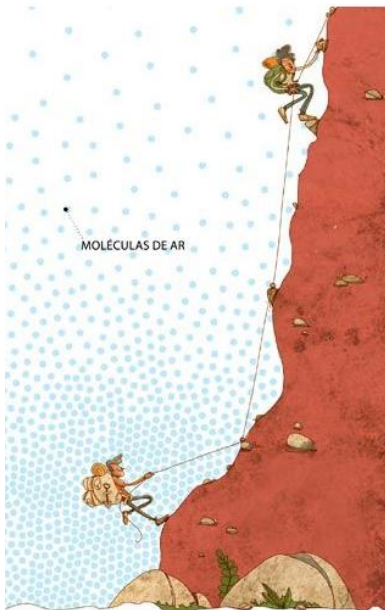
O ar exerce uma força sobre as superfícies com as quais tem contato, devido ao contínuo bombardeamento das moléculas que compõem o ar contra tais superfícies.

Elevadas altitudes, a força da gravidade na atmosfera é menos intensa e as moléculas de ar ficam distantes uma das outras. Portanto, o quanto mais o alpinista à direita subir, menor a pressão atmosférica sobre ele e mais rarefeito é o ar.

Perto da superfície, os gases da atmosfera se deformam com a força da gravidade e se concentram. Quanto mais perto da superfície os gases da atmosfera se deformam com a força da gravidade e se concentram.

*A medida que a altitude aumenta, a pressão diminui e vice-versa*

Em regiões montanhosas as diferenças na pressão da superfície de um local para outro são devidas principalmente a diferenças de altitudes. A pressão atmosférica difere de um local para o outro e nem sempre é devido a altitude. Fatores como atração gravitacional da lua podem fazer variar a pressão atmosférica diariamente.



Na figura ao lado mostra que quanto mais próximo do nível do mar e do centro da Terra, maior a pressão atmosférica. Os gases da atmosfera se deformam com a força da gravidade e se concentram. Já em elevadas altitudes a atmosfera é menos intensa, e as moléculas de ar ficam distantes uma das outras. Ao lado o alpinista à direita sobe com menor pressão atmosférica e com o ar mais rarefeito.

A pressão atmosférica em uma dada posição é usualmente definida como o peso por unidade de área da coluna de ar acima desta posição. No nível do mar uma coluna padrão de ar com base de 1 cm<sup>2</sup> pesa um pouco mais que 1 Kg.

O ar é um gás compressível, logo sua densidade também diminui com a altura, o que contribui para diminuir ainda mais o peso da coluna de ar à medida que a altitude aumenta. Inversamente, quando a altitude diminui, aumenta a pressão e a densidade.

A  $P_{atm}$  é expressão no SI em kPa (quilo Pascal), mas pode ser representado também por:

Pressão Atmosférica	Valor
• Milímetros de mercúrio (mmHg)	• 760
• Atmosfera (atm)	• 1
• Pascal (Pa)	• $1,013 \cdot 10^5$
• bar	• $\approx 1$
• torr	• 760

## 12.5 Princípio de Arquimedes



Foi o filósofo, matemático, físico, engenheiro, inventor e astrônomo grego Arquimedes (287a.C. - 212a.C.) quem descobriu como calcular o empuxo. A história conta que ele gritou “Eureka!” quando descobriu um fato importante sobre a força de empuxo quando estava em sua banheira.

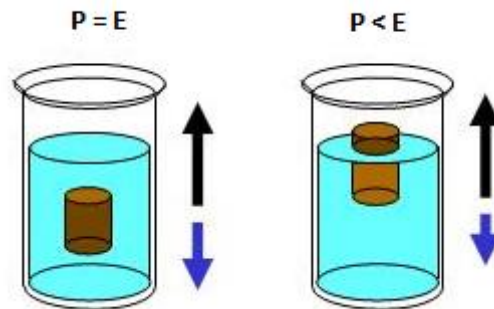
O princípio de Arquimedes diz que um objeto que está parcialmente, ou completamente submerso em um fluido,

sofrerá uma força de empuxo igual ao peso do fluido que o objeto desloca.

$$E = P = m \cdot g = \rho_{fl} \cdot V_d \cdot g$$

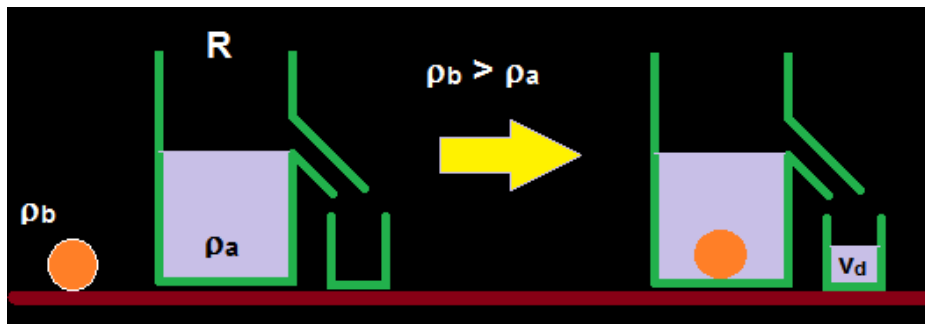
onde  $E$  é a força de empuxo, aplicada pelo fluido sobre um objeto e é dirigida para cima. A força deve-se à diferença de pressão exercida na parte de baixo e na parte de cima do objeto.

Para um objeto flutuante a parte de cima fica acima da superfície e ele está sob a ação da pressão atmosférica. Enquanto a parte que está abaixo da superfície está sob uma pressão maior, porque ela está em contato com uma certa profundidade do fluido, e a pressão aumenta com a profundidade. Em ambos os casos a diferença na pressão resulta em uma força resultante para cima (*força de empuxo*) sobre o objeto.



Quando o corpo está totalmente ou parcialmente mergulhado num líquido em equilíbrio, ele recebe a força de direção vertical denominada Empuxo, cuja intensidade é igual ao peso do volume de líquido deslocado.

Na figura abaixo consideramos um líquido de densidade  $\rho_a$  contido em um recipiente  $R$  conforme nível indicado na figura e um corpo sólido de densidade  $\rho_b$ .

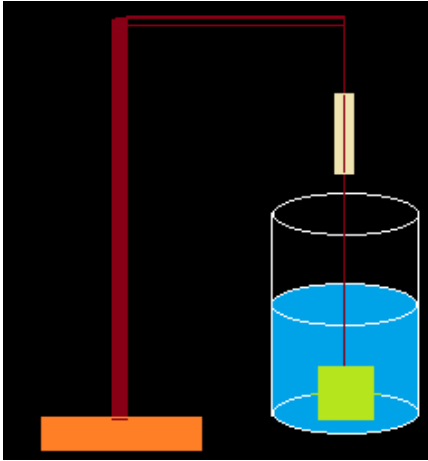


Em seguida o corpo é colocado em  $R$  e fica totalmente imerso, expulsando um volume de líquido que é igual ao próprio volume do corpo. O volume total ( $V_d$ ) do líquido deslocado é recolhido em outro recipiente. O peso desse volume é o valor da força vertical para cima, considerando que  $E = P$ . Qualquer corpo sólido quando imerso no ar, também sofre empuxo, pois desloca um volume igual ao seu, de ar. Mas esse empuxo é praticamente desprezível, porque o peso do volume da massa de ar deslocada é insignificante.

### Exercício Resolvido:

Um bloco de massa de 60 kg e densidade de  $\rho_B = 3,0 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$  imerso em um líquido de densidade  $\rho_L = 0,90 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$  e preso por um fio ideal a um dinamômetro. Calcule a intensidade do empuxo exercido pelo líquido sobre o bloco.

$$E = \rho \cdot V \cdot g$$



onde a  $\rho$  e o  $V$  são, respectivamente, densidade do fluido e volume submerso do corpo. Como o está totalmente imerso no líquido, seu volume será:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 3,0 \times 10^2 = \frac{60}{V}$$

$$V = 0,2 \text{ m}^3$$

Logo

$$E = \rho \cdot V \cdot g = 0,90 \times 10^2 \cdot 0,2 \cdot 10$$

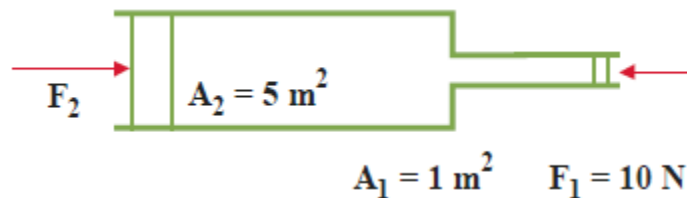
$$= \mathbf{180 \text{ N}}$$

### Exercícios

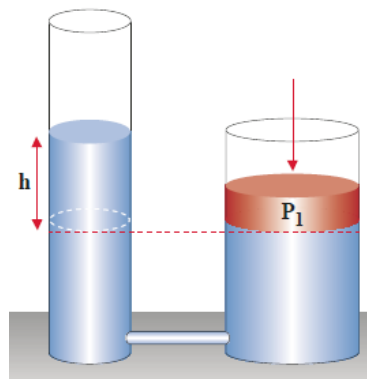
1. Sobre o êmbolo de uma seringa de  $1 \text{ cm}$  de raio se aplica uma força de  $1 \text{ N}$ . Determinar o valor da pressão resultante sobre o fluido.



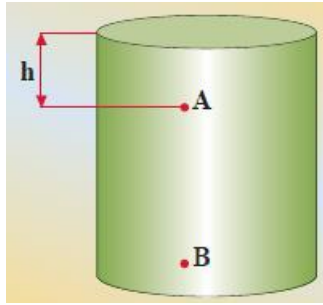
2. Determinar qual deve ser o valor da força  $F_2$  para que o sistema físico se encontre em equilíbrio translacional.



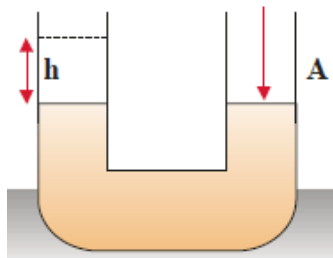
3. O sistema de vasos comunicantes está aberto à pressão atmosférica local considerada como pressão normal. Se considerarmos que  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e a altura de água é  $h = 1 \text{ m}$ , calcular a pressão  $p_1$ .



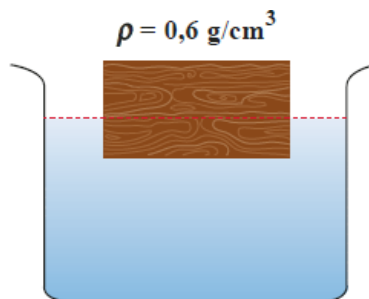
4. A pressão no ponto A de um sistema fechado é  $p$  quando a profundidade é  $h$ . Calcular a pressão no ponto B de profundidade o triplo da de A.



5. Um recipiente contém azeite, cuja densidade é  $0,9 \text{ kg/m}^3$ . Determinar a altura  $h$  em metros se a pressão em A tem um valor  $10 \text{ Pa}$ .

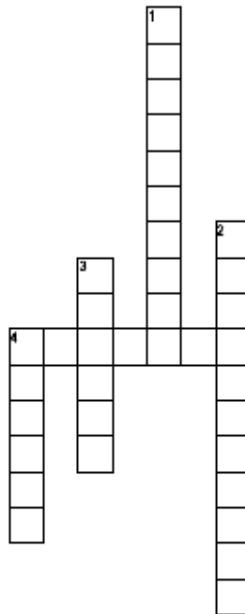


6. Um bloco de madeira de massa  $m = 500 \text{ g}$  e densidade  $d = 0,6 \text{ g/cm}^3$  flutua em água como mostra a figura. Calcular a porcentagem da madeira que está submersa.



Com base em seus conhecimentos sobre a Hidrostática, encontre as palavras

# Hidrostática



## Horizontal

4. Grandeza física que pode ser determinada pelo quociente entre uma força aplicada e a área de ação

## Vertical

1. Um objeto que está submerso em um fluido, sofrerá uma força igual ao peso do fluido do objeto que o
2. À medida que a altitude aumenta, a pressão diminui e vice-versa.
3. A diferença de pressão entre dois pontos de um fluido em repouso é igual ao produto do peso específico do
4. O acréscimo de pressão produzido num líquido em equilíbrio transmite-se a todos os pontos do líquido.

## RESUMO DO CAPÍTULO

1. A massa específica de uma substância é definida como

$$\rho = \frac{m}{V}$$

2. A densidade de um corpo é definida como

$$d = \frac{m}{V}$$

3. Em geral  $\rho \geq d$

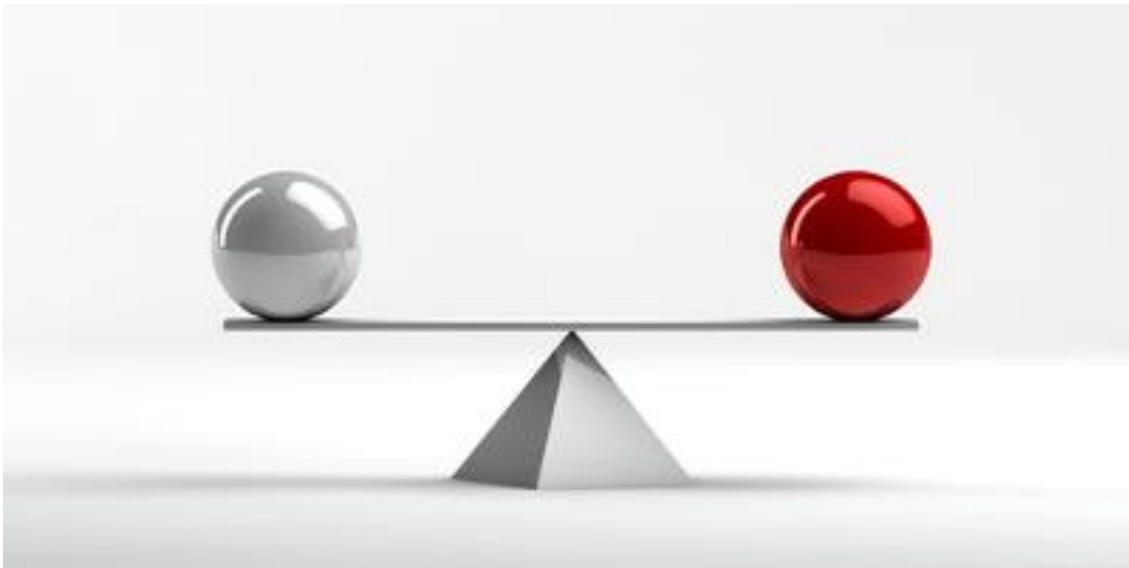
4. Pressão é uma grandeza física escalar definida como

$$p = \frac{F}{A}$$

5. De acordo com a Lei de Pascal: “o acréscimo de pressão produzido em um líquido em equilíbrio, transmite-se integralmente a todos os pontos do líquido.”
6. O teorema de Stevin afirma que: “a diferença de pressão entre dois pontos de um fluido é igual ao produto do peso específico do fluido pela diferença de cota ( $\Delta h$ ) entre os dois pontos avaliados.
7. O ar exerce uma força sobre as superfícies com as quais tem contato, devido ao contínuo bombardeamento das moléculas que compõem o ar contra tais superfícies.
8. O principio de Arquimedes afirma que: “um objeto que está parcialmente, ou completamente submerso em um fluido, sofrerá uma força de empuxo igual ao peso do fluido que objeto desloca”.

## Capítulo 6

### Estática dos Corpos



#### 5. Introdução

Considere um apagador colocado em cima da mesa do professor. (figura). Esse apagador estará em equilíbrio, isto é, ele permanecerá parado exatamente onde foi colocado. Se alguém esbarrar na mesa ou esbarrar levemente no próprio apagador, ele muito rapidamente voltará ao equilíbrio e permanecerá parado. Esta é uma situação corriqueira, porém útil para nosso propósito inicial sobre equilíbrio.

Considere agora um colega na quadra equilibrando uma bola de futebol sobre a cabeça. Se alguém esbarrar nesse colega ou bater levemente na bola a situação de equilíbrio será desfeita, a bola certamente cairá. Note que a situação de equilíbrio da bola é diferente da situação de equilíbrio do apagador. A parte da Física que estuda os sistemas sob ação de forças que se equilibram, ou seja, as condições de equilíbrio do objeto, é chamada de Estática.

#### 5.1 Condições de Equilíbrio

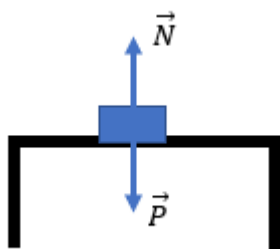
Um corpo estará em equilíbrio quando a soma de todas as forças que atuam sobre ele for nula conforme a 1ª Lei de Newton. O equilíbrio será estático, se o corpo estiver em repouso, e se estiver em movimento retilíneo uniforme o equilíbrio será **dinâmico**.

$$\sum F_n = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Repuso} \\ \text{ou} \\ \text{MRU} \end{cases}$$

Neste capítulo vamos tratar apenas de objetos em **equilíbrio estático**.

Se as dimensões de um corpo em relação a um dado referencial, puderem ser desprezadas, esse corpo pode ser considerado um ponto material. Por exemplo, se estudarmos o movimento de um carro em uma estrada entre duas cidades, as dimensões do carro são desprezíveis, e nesse caso, o carro pode ser considerado um ponto material. Na estática, um corpo é considerado um ponto material se pudermos admitir que as forças que agem sobre ele se cruzem-se em um mesmo ponto.

Considere a situação descrita no começo do capítulo. Um apagador é deixado sobre uma mesa horizontal.



Na figura as duas forças que atuam sobre o objeto, são iguais e opostas. A força normal  $N$  é igual à força peso  $P$ . Então, a força resultante é nula e conseqüentemente o objeto estará em equilíbrio.

### Exercício Resolvido:

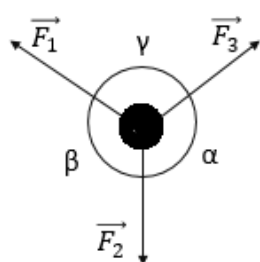


Figura 1: corpo em equilíbrio

A figura a seguir representa um corpo, visto do alto, com três forças sendo aplicadas a ele. Considere  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}_3$  e ainda  $\alpha = \beta = \gamma$ . Esse corpo está em equilíbrio?

Resposta: Pela simetria do problema podemos deduzir que sim, o corpo estará em equilíbrio, uma vez que as forças se anulam. Veremos adiante como calcular a

força resultante em situações semelhantes.

## 5.2 Como determinar as forças em situações de equilíbrio

Vamos utilizar dois métodos para determinar as forças sobre um ponto material em situações de equilíbrio.

### Método das projeções

Nesse método você escolhe convenientemente dois eixos  $x$  e  $y$ , e projeta neles as forças que estão atuando no objeto em questão. Em seguida basta impor a condição de que a soma algébrica das projeções dessas forças, devem ser nulas. Ou seja, a soma das forças no eixo  $x$  devem se anular, assim como as forças no eixo  $y$ .

Na figura a seguir, considere um corpo de peso igual a 100 N preso por dois cabos conectados a duas paredes laterais. O corpo está em equilíbrio na posição mostrada pela figura. Vamos determinar a força de tensão nos dois cabos. Despreze a massa e a distensão dos cabos.

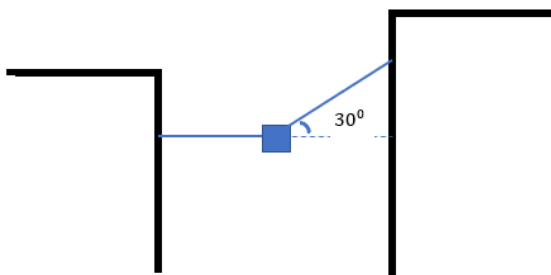


Figura 2: corpo em equilíbrio

Primeiro vamos escolher os eixos x e y de modo mais conveniente. Depois vamos decompor as forças sobre os eixos escolhidos.

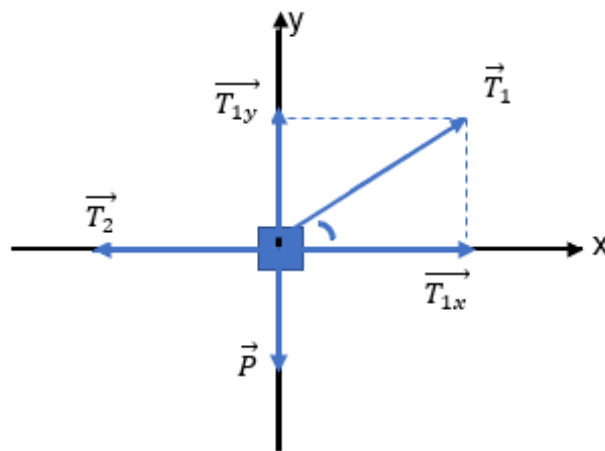


Figura 3: decomposição de forças

Após decompor as forças que atuam no corpo, veja que devemos desconsiderar a força  $\vec{T}_1$ , uma vez que ela foi decomposta nas componentes  $\vec{T}_{1x}$  e  $\vec{T}_{1y}$ . Aplicando então a condição de equilíbrio, teremos:

$T_{1x} = T_2$ e $T_{1y} = P$ mas,	
$T_{1x} = T_1 \cos 30^\circ$ e $T_{1y} = T_1 \sin 30^\circ$ então,	
Cálculo de $T_1$ :	Cálculo de $T_2$ :
$T_{1y} = T_1 \sin 30^\circ$	$\vec{T}_{1x} = \vec{T}_2$
$100 = T_1 \cdot 0,5$	$T_1 \cos 30^\circ = T_2$
<b><math>T_1 = 200N</math></b>	$200 \cdot 0,87 = T_2$
	<b><math>T_2 = 174N</math></b>

## Método da linha poligonal

Vamos usar a mesma situação anterior do corpo de peso igual a 100N. Nesse método, devemos dispor as forças de maneira que a extremidade de uma força coincida com a origem da força seguinte, formando uma linha poligonal fechada.

Usando a figura 3 com as forças que atuam sobre o corpo, teremos:

$$P = 100 \text{ N}$$

$$\text{sen}30^\circ = \frac{P}{T_1} \quad I$$

$$\text{cos}30^\circ = \frac{T_2}{T_1} \quad II$$

$$\text{De I: } \frac{1}{2} = \frac{100}{T_1} \quad \text{Logo: } T_1 = 200\text{N}$$

$$\text{De II: } 0,87 = \frac{T_2}{200} \quad \text{Logo: } T_2 = 174\text{N}$$

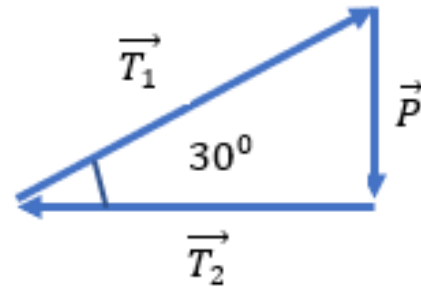


Figura 4: linha poligonal fechada

## 5.3 Momento de uma força



Ao empurrar ou puxar uma porta para abrir ou fechar você já deve ter percebido que precisa fazer menos força quando empurra ou puxa, aplicando a força no lado oposto às dobradiças, isto é, na maçaneta da porta. A porta gira nas dobradiças, ou seja, ali é o eixo de rotação da porta.

Para fazer uma porta girar, quanto mais afastado do eixo de rotação a força for aplicada, maior será o efeito de rotação. Na Física, existe uma grandeza relacionada com esse efeito de giro quando uma é aplicada. Essa grandeza é chamada **momento de uma força**, ou **torque**.

Quando aplicamos uma força **F** em um corpo rígido, este tenderá a girar em relação a um eixo fixo **O**. O momento **M** de uma força **F**, em relação a um eixo **O** é a grandeza vetorial, cuja intensidade é definida como:

$$M = F \cdot d$$

**Onde:** F é a intensidade da força aplicada.

d é a distância do eixo de rotação ao ponto de aplicação da força.

Se a força aplicada for perpendicular à linha da distância  $d$ , ao eixo de rotação, então, podemos escrever simplesmente

$$M = F \cdot d$$

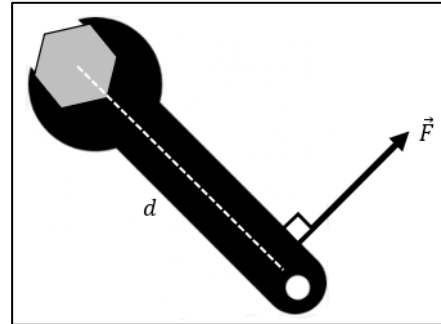
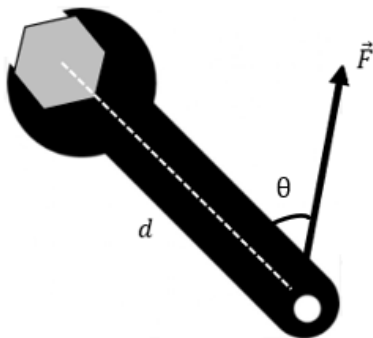


Figura 6: força segundo um ângulo qualquer

Se a força aplicada não for perpendicular à linha da distância ao eixo, escrevemos a forma geral:



$$M = F \cdot d \cdot \text{sen}\theta$$

onde  $\theta$  é o menor ângulo formado entre  $F$  e  $d$ .

Note que se  $\theta = 90^\circ$  teremos simplesmente  $M = F \cdot d$ . Se  $\theta = 0^\circ$ , teremos  $M = 0$  (não haverá

rotação).

Por convenção, vamos adotar o sinal positivo quando a tendência da rotação for no sentido anti-horário e sinal negativo quando a tendência da rotação for no sentido horário. No S.I. a unidade de medida do momento de uma força é o N.m (newton x metro).

#### 5.4 Momento do binário

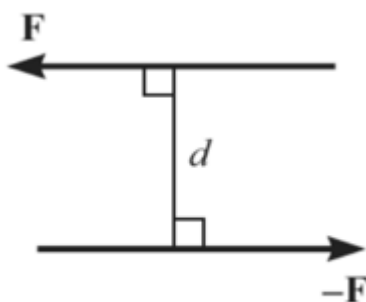


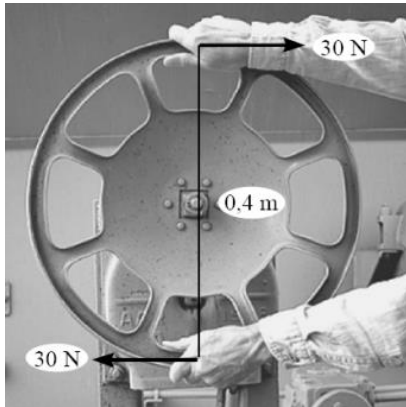
Figura 7: binário

Um binário é um conjunto formado por duas forças paralelas que tem a mesma intensidade, mesma direção, porém sentidos opostos. Essas forças são separadas por uma distância perpendicular  $d$ , conhecida como braço do binário.

A intensidade do momento de um binário é dada por:  $M = F \cdot d$

onde  $F$  é a intensidade de uma das forças e  $d$ , conforme mostra a figura, é a distância entre a linha de ação dessas forças.

## Exercício Resolvido:



Observe a figura ao lado. As forças aplicadas são iguais e opostas com intensidade de 30 N e a distância entre a linha de ação dessas forças é de 0,4m. Determine o momento do binário.

Nesse caso:

$$M = F \cdot d = 30 \cdot 0,4$$

$$M = 12 \text{ N.m}$$

## 5.5 Condições de equilíbrio de um corpo extenso

Vimos no começo desse capítulo que para um ponto material, a condição de equilíbrio é que a soma das forças que atuam sobre ele seja nula. Vamos considerar agora a situação onde as dimensões do corpo não podem ser desprezadas. Nesse caso veremos as condições para que um corpo extenso esteja em equilíbrio. Consideraremos também que o corpo não pode ser deformado, isto é, trataremos de um corpo extenso e rígido.

Antes de analisar o equilíbrio de corpos extensos é necessário definir uma grandeza física chamada **centro de massa** (CM). O centro de massa é o ponto em um corpo onde podemos considerar toda a massa concentrada.

Quando um corpo é homogêneo e apresentar uma simetria (um eixo ou um plano), seu centro de massa estará nesse eixo ou plano. Veja as figuras abaixo:

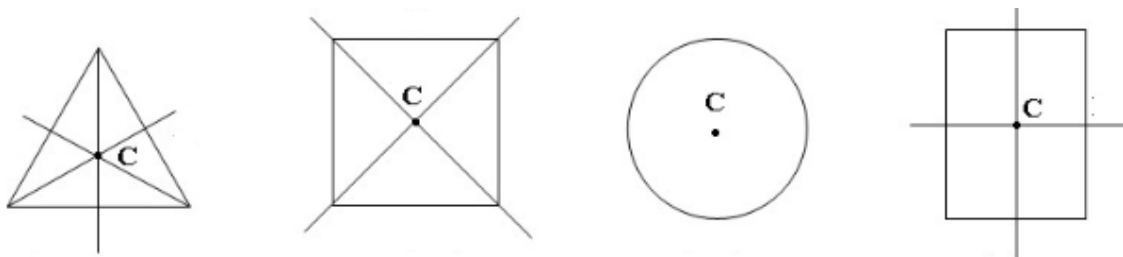


Figura 8: centro de massa

Se um corpo extenso estiver em um campo gravitacional uniforme, então seu centro de massa coincidirá com o seu **centro de gravidade** (CG). O centro de gravidade é o ponto onde a força peso é aplicada em um corpo.

## Condições de equilíbrio

I – A soma vetorial das forças que atuam sobre o corpo extenso deve ser nula.

$$\sum \vec{F}_n = 0$$

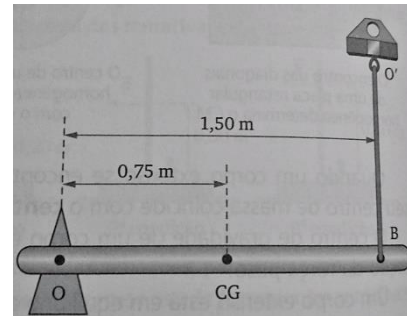
II – A soma algébrica dos momentos de forças que atuam sobre o corpo extenso, em relação a um eixo ou ponto O qualquer deve ser nula.

$$\sum M_n = 0$$

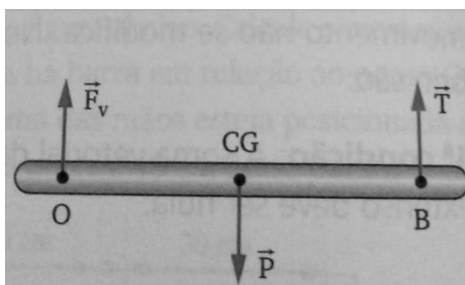
A primeira condição impede a translação com aceleração e a segunda condição impede a rotação.

### Exercício Resolvido:

Considere a barra na figura a seguir, homogênea com uma articulação no ponto O (eixo). Essa barra é presa por meio de um cabo no ponto O' e permanece em equilíbrio. O Peso da barra é de 100N. Determine a intensidade da força de tração no fio e a força exercida pela articulação sobre a barra.



Resolução:



Como a barra é homogênea podemos dizer que o peso está aplicado no seu centro de gravidade. Então representando as forças sobre a barra, temos:

Para que não ocorra rotação:

$$M_P + M_T + F_V = 0$$

$$-P \cdot 0,75 + T \cdot 1,50 + F_V \cdot 0 = 0$$

$$T = 50N$$

Para que não ocorra translação a soma vetorial das forças aplicadas na barra deve ser zero:

$$F_V + T - P = 0$$

$$F_V + 50 - 100 = 0 \rightarrow F_V = 50N$$

## 5.6 Alavancas

Chave de roda, alicate, tesoura, abridor de garrafa, martelo, pinça, são inúmeras as utilidades das alavancas no cotidiano. Diz a tradição que a mais de dois mil anos Arquimedes já teria dito “Dê-me uma alavanca e um ponto de apoio e eu moverei o mundo”.

Classificamos os tipos de alavancas de acordo com o ponto de aplicação da força sobre ela e o ponto de apoio:

**Alavanca interfixa:** o ponto de apoio está localizado entre a força potente e a força resistente.

Uma tesoura é um exemplo desse tipo de alavanca.

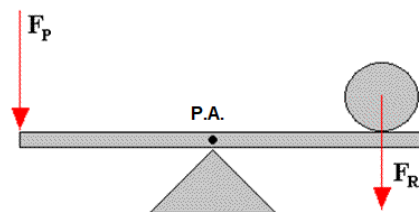


Figura 9: alavanca interfixa

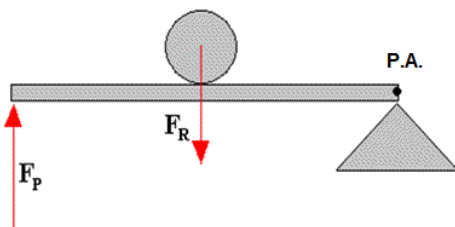


Figura 10: alavanca inter-resistente

**Alavanca inter-resistente:** a força resistente está situada entre o ponto de apoio e a força potente.

Um abridor de garrafa é um exemplo desse tipo de alavanca.

**Alavanca interpotente:** a força potente está localizada entre o ponto de apoio e força resistente.

Uma pá é um exemplo desse tipo de alavanca.

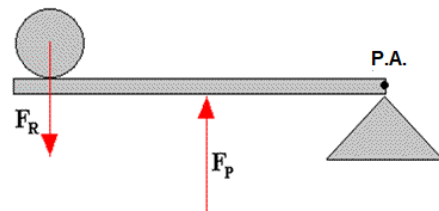


Figura 11: alavanca interpotente

## 5.7 Tipos de equilíbrio

Um lápis em cima de uma escrivaninha, uma bola de futebol em cima de uma mesa, um equilibrista andando em um cabo esticado, uma pessoa andando de bicicleta. Podemos observar à nossa volta, vários objetos em equilíbrio.

Um corpo qualquer, apoiado sobre uma superfície, pode estar em três tipos de equilíbrio:

**I – Equilíbrio Estável** – ocorre quando um corpo que, ao ser afastado ligeiramente de sua posição de equilíbrio, tende a voltar à sua posição inicial. Exemplo: a massa de um pêndulo.

**II – Equilíbrio Instável** – ocorre quando um corpo que, ao ser afastado de sua posição de equilíbrio, tende a se afastar ainda mais de sua posição inicial. Exemplo: uma bola de futebol sendo equilibrada na cabeça de uma pessoa.

**III – Equilíbrio Indiferente** – ocorre quando um corpo que, ao ser afastado de sua posição de equilíbrio, tende a continuar em equilíbrio na nova posição em que foi colocado. Exemplo: uma bola apoiada sobre a superfície de uma quadra de esportes.

### Exemplo Resolvido:

Uma força de 500 N atua na extremidade de uma alavanca de 60 cm, de acordo com a figura abaixo. Determine o momento da força em relação a O.

Solução:



$$M_o = F \cdot d \cdot \sin \theta$$

Temos que:

$$d_{\perp} = d \cdot \sin \theta = (0,60) \cdot \sin 30^{\circ} = 0,30 \text{ m}$$

Portanto

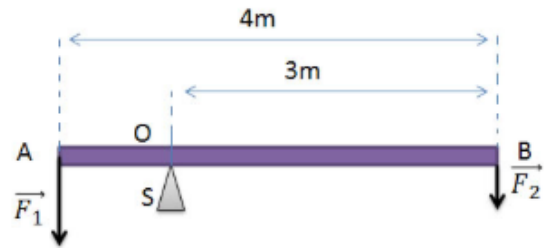
$$M_o = (500 \text{ N}) \cdot (0,30 \text{ m}) = 150 \text{ N} \cdot \text{m}$$

## 5.8 Exercícios

### Questão 1

Na figura temos uma barra homogênea AB de peso 80 N, que está em equilíbrio sob ação das forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  e , apoiadas no suporte S, no ponto O.

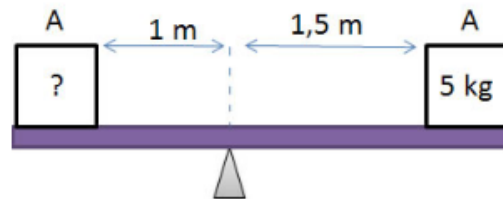
Sendo  $\vec{F}_1 = 200$  N, qual será a intensidade de  $\vec{F}_2$  e da força normal exercida pelo suporte S sobre a barra?



- (a) 40 N e 320 N
- (b) 60 N e 320 N
- (c) 40 N e 200 N
- (d) 50 N e 200 N
- (e) 200 N e 40 N

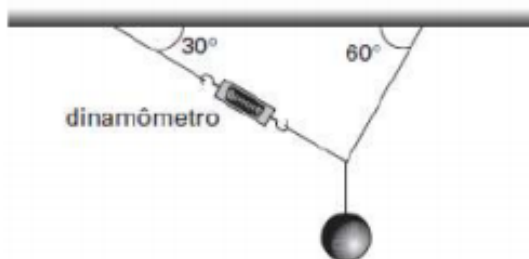
### Questão 2

Na figura ao lado, os dois blocos, A e B, estão em equilíbrio. Calcule a massa do bloco A, sabendo que a massa do bloco B é 5 kg. Considere  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.



### Questão 3

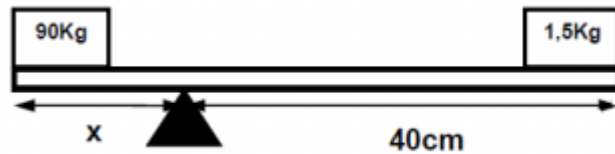
(Unesp-2010) Um professor de física pendurou uma pequena esfera, pelo seu centro de gravidade, ao teto da sala de aula, conforme ao lado: Em um dos fios que sustentava a esfera ele acoplou um dinamômetro e verificou que, com o sistema em equilíbrio, ele marcava 10N. Calcule o peso, em newtons, da esfera pendurada.



Em um dos fios que sustentava a esfera ele acoplou um dinamômetro e verificou que, com o sistema em equilíbrio, ele marcava 10N. Calcule o peso, em newtons, da esfera pendurada.

Questão 4

(PUC-MG) Uma barra de peso desprezível está em equilíbrio na posição horizontal, conforme o esquema a seguir. As massas de 90 kg e 1,5 Kg se encontram em sua extremidade, sendo que o ponto de apoio está a 40 cm da extremidade direita. Qual o valor da distância “x”, do apoio até a extremidade esquerda, para manter a barra em equilíbrio?



- (a) 240cm.
- (b) 120cm.
- (c) 1,5cm.
- (d) 2/3cm.

Questão 5

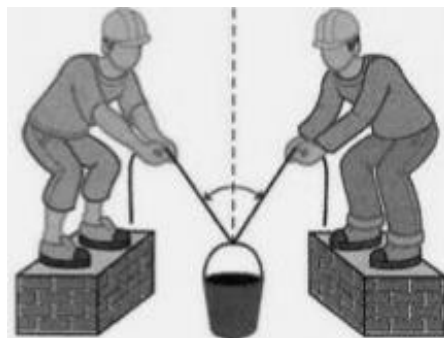
(PUC-RS) Dois operários suspendem um balde por meio de cordas, conforme mostra o esquema a seguir.

Dados:

$$\text{sen } 30^\circ = \text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Sabe-se que o balde, com seu conteúdo, tem peso 50N, e que o ângulo formado entre as partes da corda no ponto de suspensão é  $60^\circ$ . A corda pode ser considerada como ideal (inextensível e de massa desprezível).



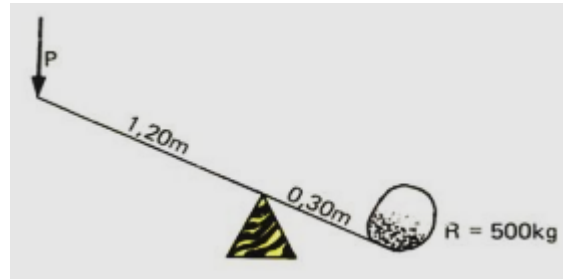
Quando o balde está suspenso no ar, em equilíbrio, a força exercida por um operário, medida em newtons, vale:

- (a) 50
- (b) 25
- (c)  $50/\sqrt{3}$
- (d)  $25/\sqrt{2}$
- (e) 0,0

Questão 6

Para levantar 500Kg, emprega-se uma alavanca de 1,50m. O ponto de aplicação e o ponto de apoio distante 0,30m.

Qual a força que se deve aplicar na extremidade da alavanca para erguer a pedra?



Questão 7

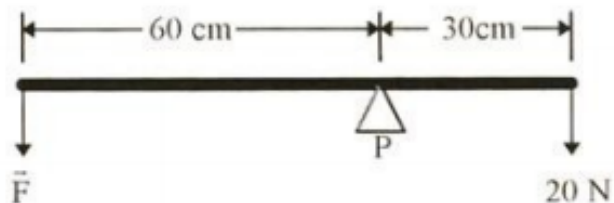
(UFRGS) Na figura, o segmento AB representa uma barra homogênea, de 1m de comprimento, que é mantida em equilíbrio mecânico na posição horizontal. A barra está apoiada num ponto a 25 cm da extremidade A, e o módulo da força F, aplicada na extremidade B, é 2 N. Qual é o peso da barra?



- (a) 0,66N
- (b) 1N
- (c) 4N
- (d) 6N
- (e) 8N

Questão 8

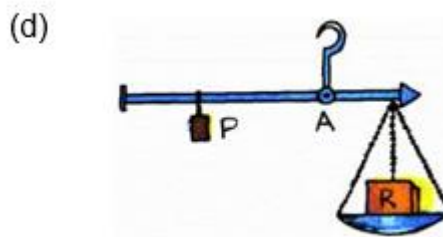
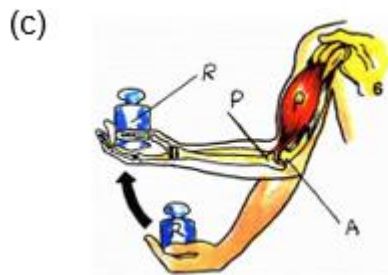
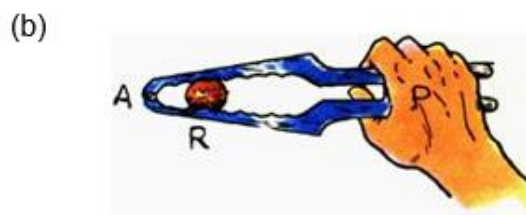
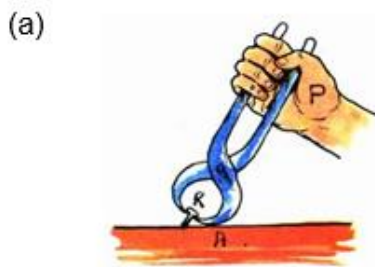
(UFRGS) A barra da figura é um corpo rígido de peso desprezível, apoiada no ponto P. Qual o módulo da força F que mantém a barra em equilíbrio mecânico na posição horizontal?



- (a) 10 N
- (b) 20 N
- (c) 30 N
- (d) 40 N
- (e) 60 N

Questão 9

Identifique os tipos de alavancas apresentadas abaixo:



## Caça Palavras

Encontrem na sopa de letras as palavras solicitadas:

### Estática dos Corpos



Ponto  
Corpos  
Material  
Estático  
Rígidos

Equilíbrio



**Passo 3** – vire à esquerda e desloque mais 3 quarteirões.

**Passo 4** – vire novamente à direita e desloque 1 quarteirão.

**Passo 5** – marque no mapa onde você chegou.

A – Compare com o deslocamento de seus colegas e responda. Por que nem todos chegaram no mesmo ponto?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

B – Se todos os quarteirões forem do mesmo tamanho, todos terão percorrido a mesma distância, porém chegarão em pontos diferentes.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

C - Que mudanças você sugere para que, individualmente seguindo instruções, todos cheguem no mesmo ponto?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## APÊNDICE B

### ATIVIDADE 2

**NOME:**

**TURMA:**

**DATA:**

Dados

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

$$M_{Terra} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$M_{Lua} = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$R_{raio\ Terra} = 6378 \text{ km}$$

$$R_{raio\ Terra} = 6378 \text{ km}$$

$$h_{ISS} = 400 \text{ km}$$

1 – Determine a intensidade do campo gravitacional (g), a 10 metros de altura e em seguida a 100 metros de altura. Compare os resultados.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2 – Determine o valor do campo gravitacional (g), na Estação Espacial Internacional (ISS). Compare com o valor calculado próximo à superfície da Terra.

.....  
.....  
.....

<p>-----</p> <p>-----</p>
<p>3 – Determine a força de atração gravitacional entre a Terra e a Lua.</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p>
<p>4 – Determine a força de atração gravitacional entre dois colegas da sala de aula, separados por um metro de distância.</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p>

**APÊNDICE C**

**ATIVIDADE 3**

<p><b>ATIVIDADE 3</b></p>	
<p><b>NOME:</b></p>	
<p><b>TURMA:</b></p>	<p><b>DATA:</b></p>
<p>1 – Desenhe as linhas de força em volta de uma carga positiva e outra negativa. O que essas linhas representam?</p>	

2 – Usando a expressão da lei de Coulomb, determine a intensidade da força elétrica entre duas cargas positivas de  $2,0\mu\text{C}$  cada, separadas por uma distância de 2 cm.

3 – A força entre duas cargas elétricas e a força entre dois corpos celestes tem a forma parecida. Quais as semelhanças e diferenças entre elas que você pode apontar?

4 – Determine as características (módulo, direção e sentido) do campo elétrico criado por uma carga Q de  $5\mu\text{C}$ .

5 – Quais as características de um campo elétrico uniforme?

## APÊNDICE D

### QUESTIONÁRIO: POTENCIAL ELÉTRICO

NOME:

NOME:

TURMA:

DATA:

1 – De acordo com a definição, como o ângulo entre a força ( $F$ ) e o deslocamento ( $d$ ) afeta o resultado do cálculo do trabalho realizado pela força  $F$ .

-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----

2 – Se a força for constante, como podemos calcular o trabalho realizado?

-----  
-----  
-----  
-----  
-----

3 – Por que a força gravitacional é uma força conservativa?

-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----

4 – Por que é mais importante conhecer a diferença de potencial entre dois pontos e não o potencial em um ponto?

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

5 – Diga com suas palavras o conceito de potencial elétrico.

-----

-----

-----

-----

-----

## APÊNDICE E

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO INICIAL: CAMPO GRAVITACIONAL		
NOME:		
TURMA:	IDADE:	DATA:
1 – Diga com suas palavras, o que é força.		
.....		
.....		
.....		
.....		
.....		
2 – Um corpo pode exercer força sobre outro sem ambos entrarem em contato?		
<input type="checkbox"/> sim		
<input type="checkbox"/> não		
<input type="checkbox"/> não sei dizer		
3 – Você conhece o conceito de “campo”, na Física?		
<input type="checkbox"/> Sim		
<input type="checkbox"/> Não		
<input type="checkbox"/> Já ouvi falar		
<input type="checkbox"/> Nunca ouvi falar		
4 – Você saberia explicar o que é campo gravitacional?		
<input type="checkbox"/> sim		
<input type="checkbox"/> não		
<input type="checkbox"/> não tenho certeza		
5 – Você acha que o conceito de campo gravitacional faz parte do seu cotidiano?		
<input type="checkbox"/> sim		
<input type="checkbox"/> não		

( ) não sei dizer
6 – Você conhece o conceito de força de campo?
( ) sim
( ) não
( ) já ouvi falar

### APÊNDICE F

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO INICIAL: VETORES		
<b>NOME:</b>		
<b>TURMA:</b>	<b>IDADE:</b>	<b>DATA:</b>
1 – Você sabe o que é vetor?		
( ) sim		
( ) não		
( ) já ouvi falar.		
2 – O que é uma grandeza física?		
-----		
-----		
-----		
-----		
-----		
3 – O que é uma grandeza escalar?		

<p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p>
<p>4 – Você considera que vetores e grandeza vetorial fazem parte do seu cotidiano?</p> <p>( ) sim</p> <p>( ) não</p> <p>( ) não sei dizer</p>
<p>5 – Quais as dificuldades principais no 1º ano do Ensino Médio?</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p>

**APÊNDICE G**

<b>QUESTIONÁRIO: POTENCIAL ELÉTRICO</b>	
<b>NOME:</b>	
<b>NOME:</b>	
<b>TURMA:</b>	<b>DATA:</b>
<p>1 –De acordo com a definição, como o ângulo entre a força (F) e o deslocamento (d) afeta o resultado do cálculo do trabalho realizado pela força F.</p>	

-----  
-----  
-----  
-----  
-----

2 – Se a força for constante, como podemos calcular o trabalho realizado?

-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----

3 – Por que a força gravitacional é uma força conservativa?

-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----

4 – Por que é mais importante conhecer a diferença de potencial entre dois pontos e não o potencial em um ponto?

-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----



-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

3 – Explique com suas palavras a diferença entre força de contato e força de campo. Dê um exemplo de cada.

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

4 – Com suas palavras, defina “campo” do ponto de vista da Física.

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

5 – Quais as diferenças entre campo gravitacional e campo elétrico? Explique com suas palavras.

-----

-----

-----

-----  
-----  
-----  
-----  
-----

6 – Por que é mais importante conhecer a diferença de potencial entre dois pontos e não o potencial em um ponto?

-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----

7 – Com suas palavras, qual o conceito de diferença de potencial elétrico.?

-----  
-----  
-----  
-----

-

## **7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ARAGÃO, R.M.R. de. A teoria da aprendizagem significativa de David P. Ausubel. Tese de Doutorado – Unicamp.1976.

AUSUBEL, D.P.; Novak, J.D. e Hanesian H. Psicologia Educacional. Rio de Janeiro, interamericano, 1980.

AUSUBEL, D. P. Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

AUSUBEL, D. P. Teoria da Aprendizagem Significativa: Ausubel Disponível em: Disponível em: 10 jun. 2018.

FALKEMBACH, G.A.M. Concepção e desenvolvimento de material educativo digital. Novas tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v.3, nº 1,2005, 1-16.

HANESIAN, H.; NOVAK, J.; AUSUBEL, D.P. Psicologia Educacional. Tradução Eva Nick e outros. Editora Interamericana, RJ, 1980.

Moreira, Marco Antônio. Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, M.A.; MASINI. E.F.S. Aprendizagem Significativa - A Teoria De David Ausubel. Editora Centauro, 2006.

PIMENTEL, J. R. Livros didáticos de Ciências: a Física e alguns problemas. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, Florianópolis, v.15, n.3, p.308-318, ago. 2006. Acesso em: 28 de abr. 2011.

GUALTER J. B.; NEWTON V. B.; RICARDO H. D. Física 1. 2 ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

KAZUHITO YAMAMOTO, LUIZ FELIPE FUKU. Física para o Ensino Médio1. 3 ed. São Paulo: Saraiva.2013.

KAZUHITO YAMAMOTO, LUIZ FELIPE FUIKE. Física para o Ensino Médio3. 3 ed. São Paulo: Saraiva.2013.

Física: Mecânica, 1º ano. – 3 ed. – São Paulo: FTD, 2016. – (Coleção Física).

PINHEIRO, CESAR ROBERTO. Teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel. 2016. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=Kaz5PTY0CF0>. Acesso em: 03 nov. 2018.