

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA CINEMÁTICA RELATIVÍSTICA POR MEIO DAS TICs

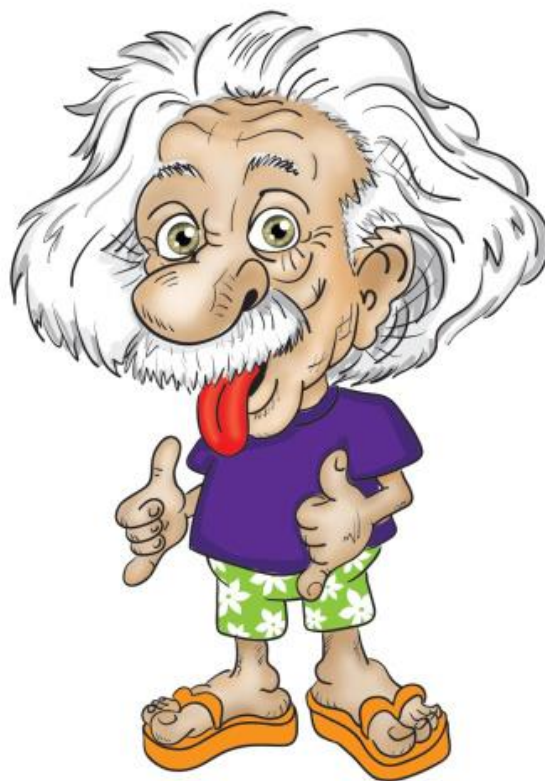


Imagem disponível em: <https://paralelodoagora.wordpress.com/2014/03/14/o-educador-albert-einstein/>. Acesso em: 01 março de 2020

Fabio Kazuyuki de Souza Yamashita

José Ricardo de Sousa

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA CINEMÁTICA
RELATIVÍSTICA POR MEIO DAS TICs**

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	4
Aula 1.....	7
Aula 2	14
Aula 3	27
CONSIDERAÇÕES	36
REFERÊNCIAS	37

APRESENTAÇÃO

Este material é parte integrante da dissertação de Mestrado intitulada “Sequência Didática para o Ensino da Cinemática Relativística por meio das TICs”, do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) do Instituto Federal do Amazonas (IFAM) e Universidade Federal do Amazonas (UFAM).

O Produto Educacional proposto tem como objetivo oferecer aos professores do ensino médio uma proposta de ensino utilizando ferramentas de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) como vídeos, simuladores e animações em sala de aula, baseados na teoria de aprendizagem significativa de David Ausubel.

Na sociedade em que vivemos, gradualmente mais tecnológica, é importante introduzir novas estratégias de ensino que conciliem com situações vivenciadas no dia a dia do estudante. Desse modo, a tecnologia voltada a educação é um forte mecanismo em que os professores dispõem para métodos de ensino-aprendizagem mais efetivos.

O assunto principal é a Teoria da Relatividade Restrita (TRR) de Albert Einstein, que, mais de 100 anos após a sua publicação, garante uma gama de tecnologias oriundas dessa teoria que fazem parte do nosso dia a dia tais como: energia nuclear, tomografia, GPS, entre outras (YAM, 2004). Além disso, a TRR abriu portas para a criação da Teoria da Relatividade Geral (TRG). Nesta, a gravitação Newtoniana é reformulada, nos possibilitando compreender uma série de fenômenos além de expandir as fronteiras do conhecimento humano sobre o universo (RODRIGUES, 2001, p. 21).

Devido a importância desse assunto, pensamos em aliar algumas tecnologias de informação como vídeos, simuladores e animações a teoria de Ausubel para a elaboração de uma sequência didática para o ensino da cinemática relativística.

A elaboração desta sequência didática partiu de duas situações-problema: como é possível detectar múons na Terra e como funciona o GPS. Apesar dos múons serem um fenômeno bem comum, ainda é um evento pouco conhecido. Partindo de um acontecimento desconhecido para um mais popular, o GPS, que é utilizado em aplicativos no celular, tem seu funcionamento estabelecido pela relatividade especial

tendo em vista o fenômeno da dilatação do tempo. A maioria das pessoas conhecem o GPS e como utilizá-lo, mas desconhecem as teorias físicas que proporcionam seu funcionamento.

Quanto as situações-problema aplicada neste trabalho, sugerimos que os professores de física do ensino médio possam adaptá-las a seus objetivos, em suas modalidades e particularidades valendo de suas realidades em sala de aula.

ROTEIRO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Aula 1

(1 tempo de 45 minutos)

Objetivos:

Apresentar o funcionamento do GPS; demonstrar as limitações da cinemática clássica.

Procedimentos didáticos:

Inicia-se a aula com a apresentação do tema, seguida de uma avaliação somativa sobre o assunto do projeto para verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo. A avaliação formativa ocorrerá durante todo o processo, dessa forma, ela será utilizada intermediadora para discussão do tema com a turma.

Após a avaliação somativa, inicia-se a aula perguntando aos alunos se alguém já ouviu falar sobre a teoria da relatividade especial e sobre o que ela se trata. Em seguida, questiona-se a turma se alguém já ouviu falar no GPS e se sabe o seu funcionamento. Esses questionamentos têm como finalidade explorar os conhecimentos pré-existentes (subsunçores) acerca do assunto. Em seguida, é apresentado um vídeo que aborda o funcionamento do GPS. Além disso, para mostrar as limitações da cinemática clássica pode ser apresentado para a turma o problema do Múon e a relação que este tem com o GPS. Em seguida apresenta-se uma cena do filme Alexandria para comentar sobre o princípio de Galileu. Em seguida, é apresentado aos alunos as transformações de Galileu. Logo após, aplica-se as transformações de velocidade de Galileu na Eletrodinâmica e mostra-se a incompatibilidade da Eletrodinâmica com o princípio de Galileu. Por fim, a primeira aula é finalizada abordando o experimento de Michelson e Morley e a não detecção do vento do éter.

Materiais/Equipamentos:

- Data show
- Pincel e apagador

- Computador
- Caixa de som
- Quadro branco
- Papel e caneta

A primeira aula da sequência didática se inicia com uma avaliação somativa para se obter os conhecimentos prévios dos alunos acerca do assunto a ser abordado.

Após a avaliação somativa realiza-se avaliação formativa durante as 3 aulas a fim de obter os conhecimentos prévios dos alunos e estimular a participação em sala de aula. Pergunta-se aos alunos se já ouviram falar na teoria da relatividade especial de Albert Einstein e se sabem do que se trata essa teoria. Em seguida questiona-se eles sabem o que é o GPS e como ele funciona. Logo após, exibe-se o vídeo 1 (slide 2) que tem como conteúdo uma breve explicação sobre o funcionamento do GPS. O propósito desse vídeo é mostrar a relevância do tema e o impacto deste na vida do aluno.

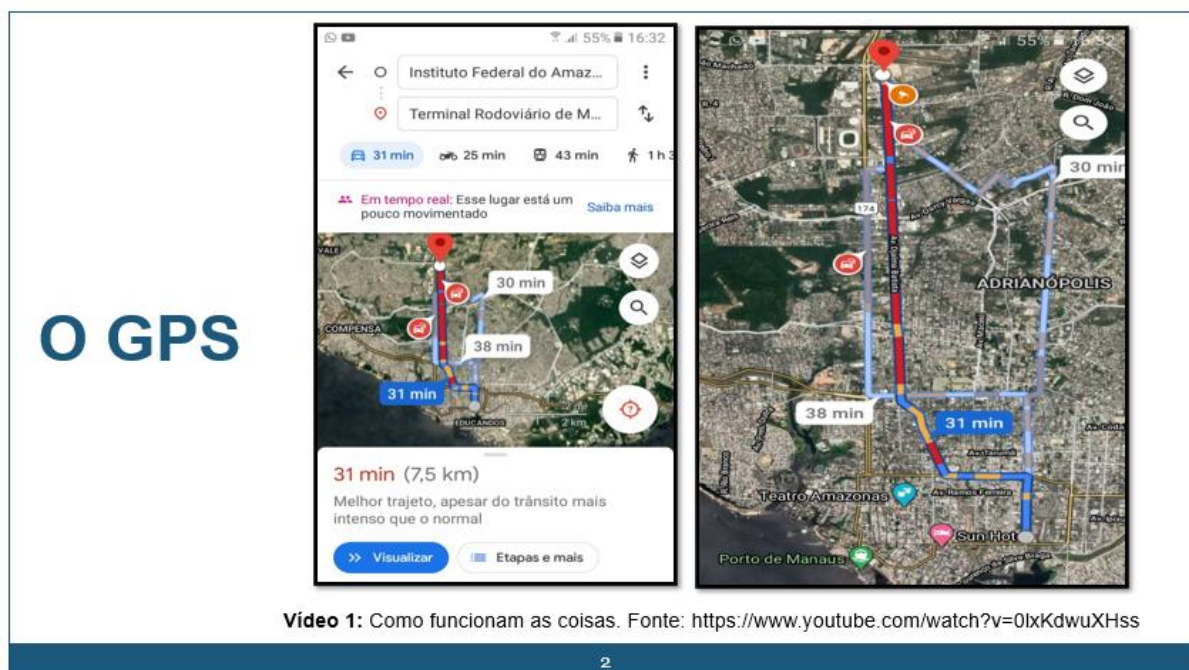


Figura 1 - Slide 2

Em seguida faz-se uma breve explicação sobre Raios Cósmicos e sobre a partícula Múon.

Os Raios Cósmicos



Animação 1: Raios Cósmicos - Fonte: <https://giphy.com/explore/cosmic-rays>

Figura 2 - Slide 3

Posteriormente, comenta-se a inconsistência relacionada ao tempo próprio de vida do Múon e sua observação aqui na Terra.

Múons

Qual a distância máxima que ele percorreria ?

Distância = (velocidade) x (tempo) = $v\Delta t = c\Delta t$

$$D = \left(3 \times 10^8 \frac{m}{s}\right) (2,2 \times 10^{-6} s) = 660 \text{ m}$$

Qual deveria ser, aproximadamente, o tempo de vida média do múon para que ele pudesse chegar a Terra ?

$$D = v\Delta t \quad \longrightarrow \quad \Delta t = \frac{D}{c} = \frac{15.000 \text{ m}}{300 \text{ m}/\mu s} \approx 50 \mu s$$

Como é possível encontrar Múons na Terra ?

c é a velocidade da luz
 $\approx 300.000.000 \text{ m/s}$

$1 \mu s = 10^{-6} s$

A. C. FAUTH; A. C. GROVER; D. M. CONSALTER. Medida da vida média do Múon. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 32, n. 4, 4502, 2010.

Figura 3 - Slide 4

Nessa etapa, tem-se como objetivo fazer com que o aluno externalize seus conhecimentos prévios sobre cinemática clássica. A seguir, é informado aos alunos

que para a resolução desse problema (do Múon) e para o perfeito funcionamento do GPS tal como temos hoje, foi necessário a criação de uma nova teoria conhecida como TRR, a qual seria assunto das três próximas aulas.

Após a explicação da situação-problema, inicia-se a introdução do assunto principal a partir do aspecto mais geral da teoria, por esse motivo, exibe-se um trecho do filme Alexandria que serve como base para explicar o princípio de Galileu.

Princípio da Relatividade de Galileu



Video 2: Princípio da Relatividade de Galileu
Fonte - <https://www.youtube.com/watch?v=nN3D-K06jOs>

"é impossível detectar um movimento retilíneo uniforme de um referencial em relação a outro por qualquer efeito sobre as leis da dinâmica"



Fonte: https://www.ebiografia.com/galileo_galilei

Fig. 1: Galileu Galilei (1564- 1642)

5

Figura 4 - Slide 5

Posteriormente é apresentado as transformações de Galileu (slide 6 e 7), seguido de um exemplo sobre velocidade relativa (slide 8).

Transformações de Galileu para as coordenadas

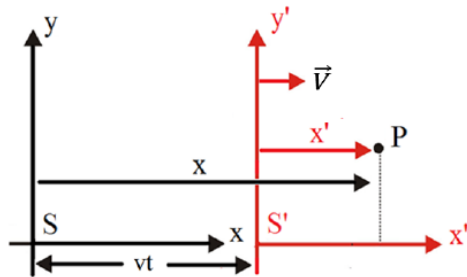


Fig. 2 (a): A posição da partícula P pode ser descrita em relação as coordenadas do sistema de referência S ou S'.
Fonte: Autoria própria

Transformações Galileanas para coordenadas (S' para S)

$$\begin{aligned}x &= x' + Vt \\y &= y' \\z &= z' \\t &= t'\end{aligned}$$

Transformações Galileanas para coordenadas (S para S')

$$\begin{aligned}x' &= x - Vt \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}$$

Transformações Galileanas para velocidades (S' para S)

$$v_x = v'_x + V$$

Transformações Galileanas para velocidades (S para S')

$$v'_x = v_x - V$$

6

Figura 5 - Slide 6

Transformações de Galileu para as coordenadas

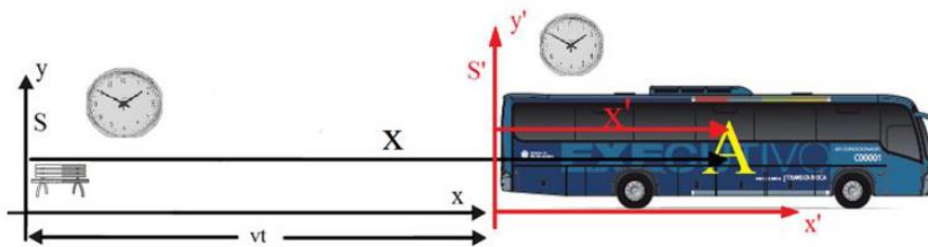


Fig. 3 (b): A posição da letra A pode ser descrita em relação das coordenadas do sistema de referência S ou S'.
Fonte: Autoria própria

Transformações Galileanas para coordenadas (S' para S)

$$x = x' + Vt$$

Transformações Galileanas para coordenadas (S para S')

$$x' = x - Vt$$

7

Figura 6 - Slide 7

O princípio da relatividade de Galileu

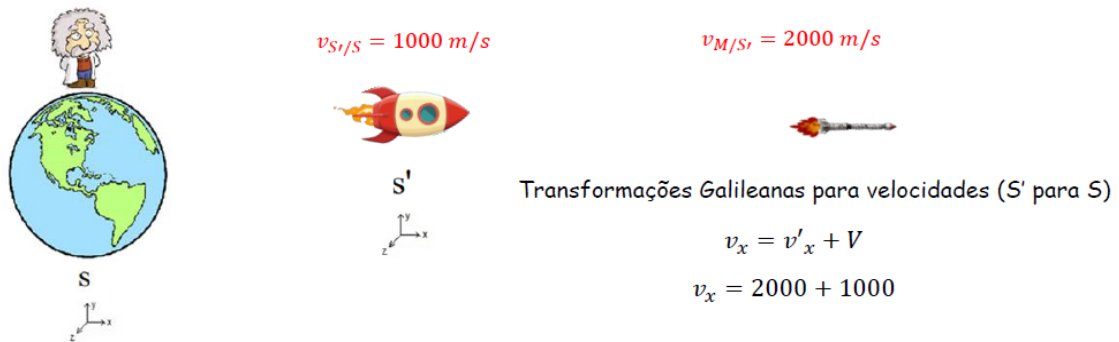


Fig. 3: O princípio da relatividade de galileu – Fonte: Próprio autor.

Qual a velocidade do míssil em relação a Terra?

$$v_{M/S} = 3000 \text{ m/s}$$

8

Figura 7 - Slide 8

O conteúdo apresentado até aqui está de acordo com o que os alunos estudam em cinemática clássica. Em seguida, aborda-se a descoberta da velocidade da luz por J. C. Maxwell para que, utilizando as transformações de Galileu, seja possível mostrar a divergência entre as duas teorias (slide 9).

O princípio da relatividade na eletrodinâmica

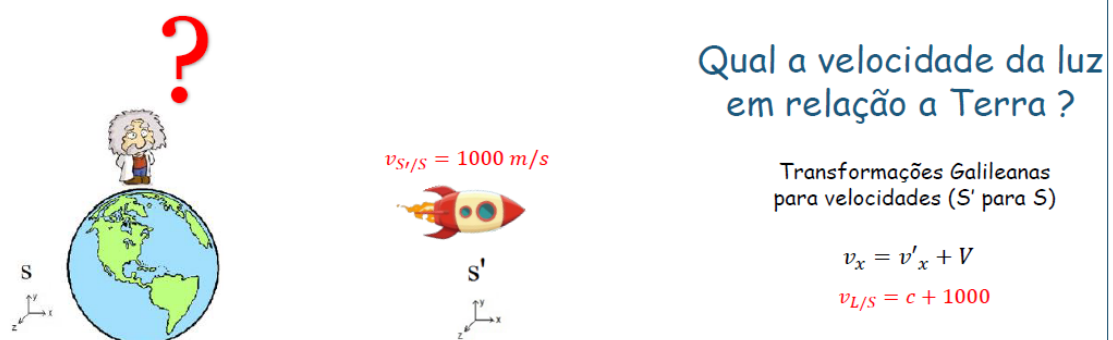


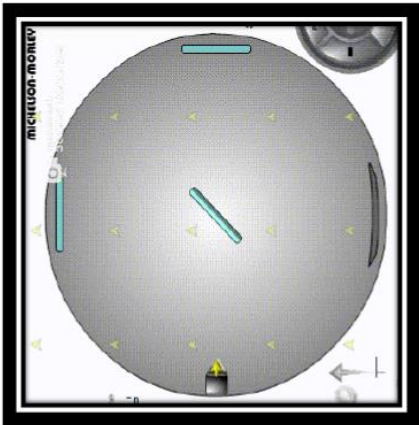
Fig. 5: Um feixe de luz (L) é emitido pela espaçonave com velocidade c . Fonte: Próprio autor.

9

Figura 8 - Slide 9

No slide 10 aborda-se o conceito do Éter e a frustrada tentativa de Michelson e Morley em detectar o movimento relativo da Terra em relação ao Éter. Finaliza-se a primeira aula deixando em aberto a questão sobre qual referencial a luz tem como velocidade o valor c .

O experimento de Michelson e Morley



Uma animação que mostra um círculo representando o plano do experimento. No centro, há um ponto de origem com uma seta verde apontando para cima. Várias setas amarelas apontam radialmente para fora do centro, representando a propagação da luz. Há uma seta preta no topo e uma seta cinza no fundo, possivelmente representando o movimento da Terra.



Um desenho de um homem andando sobre uma esfera que representa a Terra. A Terra está se movendo para a esquerda, indicado por setas horizontais. Um sol está no canto superior direito.

Fonte: <https://enow.netbiographies/einstein-for-dummies/10.php>

10

Figura 9 - Slide 10

Aula 2

(1 tempo de 45 minutos)

Objetivos:

Apresentar aos alunos os postulados da relatividade especial e suas implicações.

Procedimentos didáticos:

Na segunda aula é apresentado os postulados da Relatividade Especial e os conceitos de simultaneidade e relatividade do tempo. Como aplicação do conceito de relatividade do tempo resolve-se o problema do Múon e mostra-se a implicação da relatividade especial no funcionamento do GPS. Para estimular reflexões acerca do conceito de relatividade do tempo são realizadas as seguintes atividades: discussão sobre o paradoxo dos Gêmeos, utilização de uma cena do filme Interestelar para visualizar a dilatação temporal nos seres humanos e em seguida é trabalhado o exemplo “Qual delas é a avó?”. Posteriormente é trabalhado a relatividade do comprimento e finaliza-se assim a segunda aula.

Materiais/Equipamentos:

- Pincel e apagador
- Computador
- Datashow
- Quadro branco

Na segunda aula, apresentaremos os postulados da Relatividade Especial (slides 11 e 12):

1º Postulado da Relatividade Especial

As leis da Física são as mesmas em qualquer sistema de referencia inercial.

S

S'

$v_{S'/S} = 1000 \text{ m/s}$

Fig. 6: Primeiro postulado da relatividade especial.

Figura 10 - Slide 11

2º Postulado da Relatividade Especial

A velocidade da luz no vácuo é sempre a mesma em qualquer sistema de referencia inercial e não depende da velocidade da fonte.

S

S'

$v_{S'/S} = 1000 \text{ m/s}$

Feixe de Luz (L)

Fig.7: Segundo Postulado da Relatividade Especial. Fonte: Próprio autor.

Figura 11 - Slide 12

O conceito de simultaneidade é tratado no slide 13 onde é utilizado uma animação que exemplifica a passagem de uma espaçonave que, viajando a $\frac{3}{5}$ da velocidade da luz, passa por uma estação espacial e detecta clarões oriundos de dois maçaricos (fixos na estação) que disparam flashes de luz quando o gravador de voo da espaçonave passa pelo detector da estação espacial. Essa animação é utilizada para mostrar que um evento que é simultâneo para um referencial pode não ser para outro referencial inercial em relação ao primeiro.

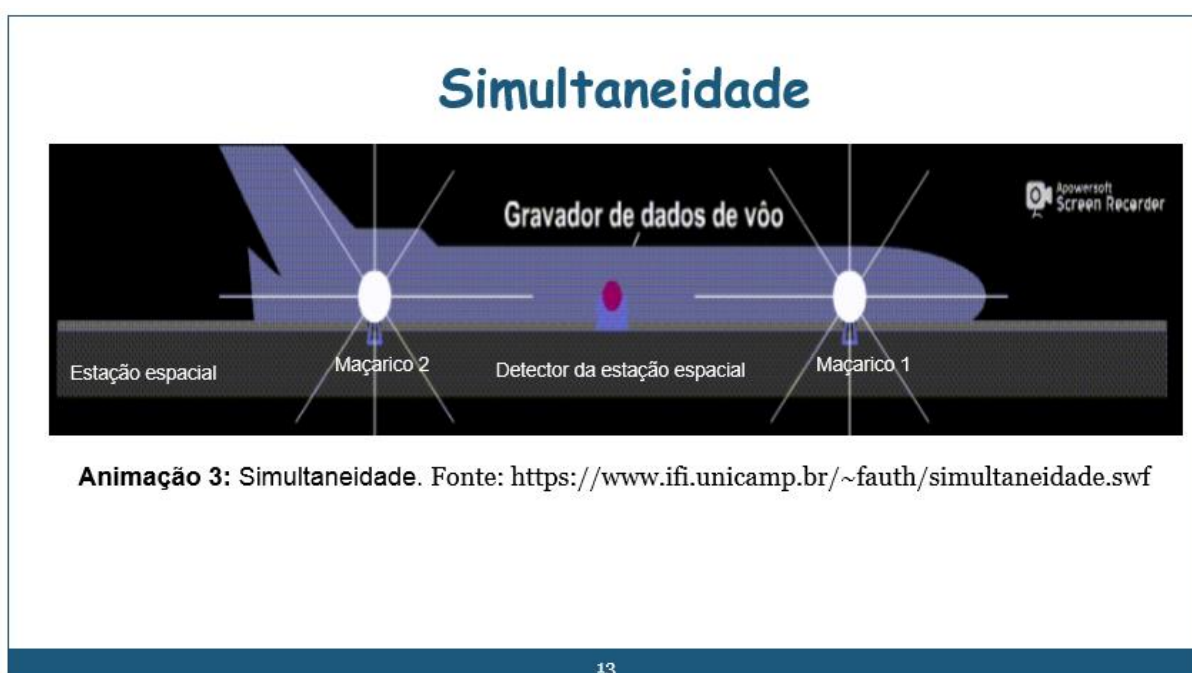


Figura 12 - Slide 13

O conceito de relatividade do tempo é discutido nos slides 14, 15, 16 e 17. Utiliza-se a animação 4 que mostra um homem (o qual identificaremos como João) que está dentro de um trem “imaginário” que viaja a 240 km/s . Dentro do trem, João faz um experimento para verificar o tempo que um feixe de luz demora para sair do dispositivo, ser refletido no espelho posicionado no teto e retornar ao dispositivo de luz (slide 14). Esse mesmo experimento é observado por Pedro que está do lado de fora do trem (slide 15). No entanto, para ele o trajeto realizado pelo feixe de luz é diferente, logo, o tempo que o feixe de luz demora pra sair e chegar no dispositivo é diferente do observado por João. Ao relacionar essas duas medidas de tempo, obtêm-se a equação de dilatação do tempo (slide 16 e 17).



Relatividade do tempo

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} \quad (1)$$

Animação 4 (a) – Trem em movimento.

Fonte- <http://novaescola.org.br/arquivo/animacoes/trem-einstein.html>

14

Figura 13 - Slide 14



Relatividade do tempo

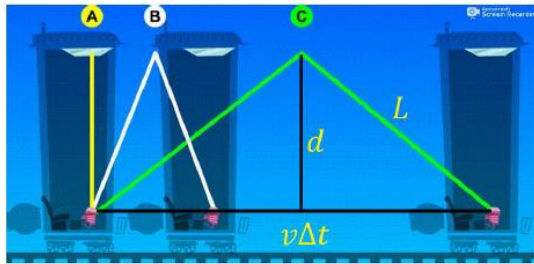
Animação 4 (b) – Trem em movimento.

Fonte- <http://novaescola.org.br/arquivo/animacoes/trem-einstein.html>

15

Figura 14 - Slide 15

Fig. 8 – Simulador trem em movimento.
Fonte- <http://novaescola.org.br/arquivo/animacoes/trem-einstein.html>



$$\Delta t = \frac{2L}{c} \quad (2)$$

Por Pitágoras, podemos obter L :

$$L^2 = d^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2$$

$$L = \sqrt{d^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2), temos:

$$\Delta t = \frac{2}{c} \sqrt{d^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2} \quad (4)$$

16

Figura 15 - Slide 16

Relatividade do tempo

Para se obter uma relação entre Δt e Δt_0 que não dependa da distância d , precisamos explicitar d na equação (1),

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} \Rightarrow d = \frac{c\Delta t_0}{2} \quad (5)$$

E substituir d na equação (4)

$$\Delta t = \frac{2}{c} \sqrt{d^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2} \quad (4)$$

Substituindo (5) na Equação (4) e obtemos

$$\Delta t = \frac{2}{c} \sqrt{\left(\frac{c\Delta t_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2}$$

Explicitando Δt na equação acima obtemos:

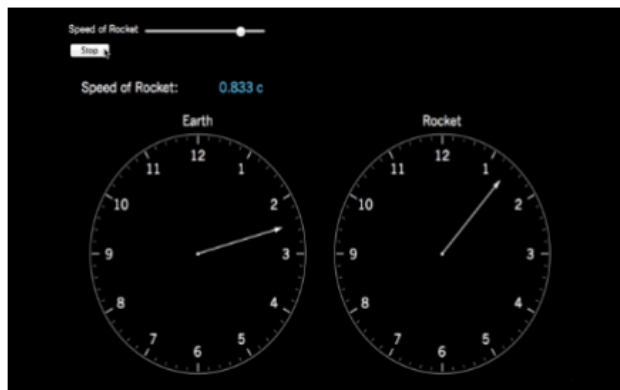
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

17

Figura 16 - Slide 17

No slide 18 discute-se a velocidade limite para qual podemos nos mover, o fator de Lorentz e a consequência de v ser sempre menor que c . Isto é, $\gamma > 1$, logo, $\Delta t > \Delta t_0$. Além disso, é utilizado a animação 5 para ilustrar como se daria a passagem de tempo entre o referencial da Terra e o referencial do foguete que viaja em diferentes velocidades em relação a Terra.

Dilatação do tempo



Animação 5: Dilatação do tempo

Fonte:
https://www.reddit.com/r/educationalgifs/comments/9hit74/relativon_between_speed_and_time/

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dilatação do tempo

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Fator de Lorentz

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0$$

Dilatação do tempo

Existe um limite com o qual é possível se mover

18

Figura 17 - Slide 18

No slide 19, o problema do Múon que ficou em aberto na primeira aula é trazido para discussão novamente. Agora, de posse de uma nova ferramenta (TRR) mostramos a validade da relatividade do tempo em partículas que se movem com velocidades próximas a da luz.

Exemplo 1 - Os múons

Sabendo que múon atravessa a atmosfera terrestre com 99,98% da velocidade da luz.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2,2 \mu s}{\sqrt{1 - \frac{(0,9998c)^2}{c^2}}} = 110 \mu s$$

Vemos que o tempo de vida do múon é dilatado em relação a um referencial inercial na Terra. Com esse tempo de vida vemos que

$$d \approx c \Delta t = \left(300 \frac{m}{\mu s} \right) \cdot (110 \mu s) \approx 33.000 \text{ m}$$

O Múon consegue alcançar a superfície da Terra

A. C. FAUTH; A. C. GROVER; D. M. CONSALTER. Medida da vida média do Múon. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 32, n. 4, 4502, 2010.

19

Figura 18 - Slide 19

Nos slides 20 e 21 é finalmente abordado a importância da TRR no GPS com um exemplo. Neste exemplo, supõe-se um satélite que orbita a Terra com uma certa velocidade v . Após um período de 24 horas, é verificada a diferença entre a passagem de tempo na Terra e no satélite levando em conta a TRR. Mostra-se então que embora a diferença de tempo seja muito pequena para a nossa realidade, essa pequena diferença seria o suficiente para descaracterizar o que conhecemos hoje como sistema de posicionamento global (GPS).

Exemplo 2 - O efeito da relatividade especial no GPS

- Suponha um satélite orbitando a Terra a uma velocidade de $v = 3874 \text{ m/s}$.
- Após um período de 24 horas na Terra, isto é, 86400 segundos, no satélite terá se passado

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \longrightarrow \Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \longrightarrow \Delta t_0 = 86400 \sqrt{1 - \frac{(3874)^2}{(299.792.458)^2}}$$

Velocidade da luz

$$c = 299.792.458 \text{ m/s}$$

Variação do tempo de um dia

$$\Delta t = 86400 \text{ s}$$

Velocidade do satélite

$$v = 3874 \text{ m/s}$$

20

Figura 19 - Slide 20

Exemplo 2 - O efeito da relatividade especial no GPS

$$\Delta t_0 = 86400 \sqrt{1 - \frac{(3874)^2}{(299.792.458)^2}} \longrightarrow \Delta t_0 = 86.399,99999 \text{ s}$$

$$\Delta t - \Delta t_0 = 86400 \text{ s} - 86.399,99999 \text{ s} = 0,0000072 \text{ s} = 7,2 \mu\text{s}$$

Considerando essa diferença de tempo, após 24 horas, um sinal emitido pelo satélite até um receptor na Terra terá um erro de aproximadamente

$$d = c\Delta t = (299.792.458 \text{ m/s})(0,0000072 \text{ s})$$

$$d = 2158 \text{ m}$$

21

Figura 20 - Slide 21

Discute-se o paradoxo dos gêmeos no slide 22, aqui tem-se como propósito mostrar ao aluno em qual tipo de referencial a teoria da relatividade especial pode ser aplicada.

O paradoxo dos gêmeos

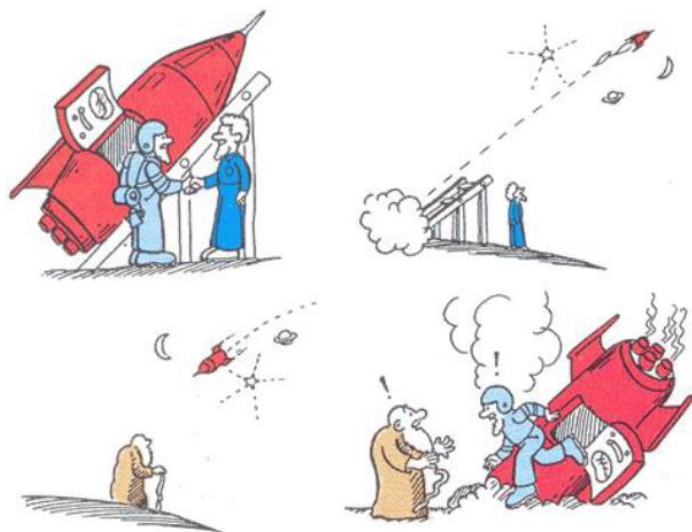


Fig. 9. O paradoxo dos gêmeos - Fonte: Google Imagens

22

Figura 21 - Slide 22

Em seguida (slide 23) é exposto um trecho do filme Interestelar (2014) que mostra o personagem Joseph Copper retornando de uma viagem espacial e, que após

ficar exposto a campos gravitacionais muito maiores em comparação a sua filha (Murphy Cooper) que permaneceu na Terra, sentiu os efeitos da relatividade do tempo tendo seu relógio biológico desacelerado, reencontrando sua filha muito mais velha do que ele. É importante mencionar que apesar da dilatação do tempo no filme ter uma origem diferente (pois estava relacionando a teoria da relatividade geral de Einstein), a cena seria igualmente possível caso o personagem (Joseph Cooper) tivesse viajado por um tempo suficiente a velocidades próximas a da luz. O objetivo aqui também é mostrar as implicações da TRR em nossa vida com realidades impossíveis de se ver hoje em dia.

Cena filme Interestelar



Vídeo 3– Cena do Filme Interestelar.

Fonte- https://www.youtube.com/watch?v=x_AL9NHYSw

23

Figura 22 - Slide 23

O paradoxo dos Gêmeos bem como a cena do filme Interestelar serve como base para a construção de subsunçores nos alunos e consequentemente lhes dê condições para responder a seguinte questão ilustrada no slide 24.

Qual delas é a avó?



. Fonte - <https://www.vix.com/ptbom/comportamento/6-licoes-que-uma-mae-deveria-ensinar-para-sua-filha>

Fig. 10: Qual delas é a avó?

24

Figura 23 - Slide 24

A resposta para esta questão pode parecer óbvia, mas ela dependerá de qual pessoa viajou para um destino distante em velocidades relativísticas. Imagine que uma mulher de 20 anos teve uma filha e imediatamente saiu em uma viagem de 100 anos-luz (50 anos-luz na ida e 50 anos-luz na volta) a uma velocidade de 99,5% da velocidade da luz. Em virtude da dilatação do tempo para a viajante, somente 10 anos teriam se passado e ela estaria com 30 anos quando retornasse, ainda que 100 anos tenham se passado para as pessoas na Terra. Dessa forma, a filha que ela deixou em casa poderia ter dado à luz um bebê 20 anos depois de sua partida e sua neta deveria estar agora com 80 anos de idade! (YOUNG & FREEDMAN, 2016).

Finaliza-se a aula 2 com a dedução da equação da contração do comprimento (slide 25,26 e 27) seguido de um exemplo (slide 28 e 29). Para deduzir a equação de contração de comprimento é utilizado o seguinte experimento de pensamento. Suponha que João e Pedro desejam medir o comprimento de uma plataforma de uma estação de trem (slide 25). João está dentro de um trem (referencial S') e utilizando um cronômetro registra o tempo próprio que demorou para passar pelo início e pelo fim da plataforma. Ciente da velocidade do trem, João obtém o comprimento da plataforma através da equação 1 do slide 26.

Relatividade do comprimento

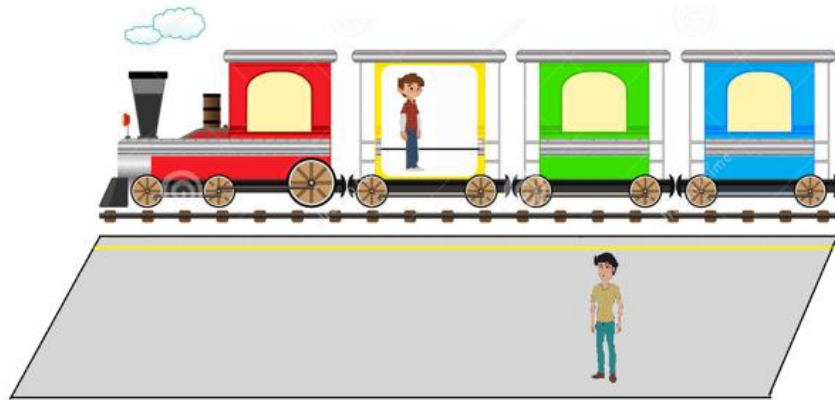


Fig. 11: Relatividade do comprimento. Fonte: Autoria própria.

25

Figura 24 - Slide 25

Note que João utiliza a expressão de intervalo de tempo próprio visto que para ele, os eventos “passar pelo início da plataforma” e “passar pelo final da plataforma” ocorrem no mesmo lugar. Pedro, que está na plataforma (referencial S), pode obter o comprimento dela utilizando uma trena, por exemplo. Para ele, a plataforma terá um comprimento próprio tendo em vista que ele está parado em relação a plataforma, assim obtém a equação 2 do slide 26.

Relatividade do comprimento

Ciente da velocidade do trem, João (dentro do trem) obtém o comprimento da plataforma através da equação

$$L = v\Delta t_0 \quad (1)$$

onde v é a velocidade do trem.

Para Pedro (na estação), o comprimento L da plataforma é dado por

$$L_0 = v\Delta t \quad (2)$$

26

Figura 25 - Slide 26

Relatividade do comprimento

Dividindo a equação (1) pela (2) temos:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v\Delta t_0}{v\Delta t}$$

Como $\Delta t = \gamma\Delta t_0$, temos

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v\Delta t_0}{v\gamma\Delta t_0}$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \quad (3)$$

que é a equação da **contração do comprimento**.

27

Figura 26 - Slide 27

Da Eq. (3.33), como $\gamma > 1$, temos $L < L_0$. Ou seja, um objeto no referencial S' que se move com velocidade uniforme em relação a S terá seu comprimento na direção do movimento reduzido para um observador no referencial S. Esse fenômeno é denominado como contração de comprimento de Lorentz-FitzGerald¹. Para velocidades do nosso cotidiano, isto é, quando $v \ll c$, obtemos $L \approx L_0$. Ou seja, para baixas velocidades, as transformações Galileanas fornecem resultados precisos (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009).

É interessante salientar que Lorentz e FitzGerald, no intuito de explicar o motivo da não detecção do movimento absoluto da Terra em relação ao Éter no experimento de Michelson e Morley, deduziram tais equações com a justificativa de que devido o movimento da Terra pelo éter, o braço do interferômetro interagiria com o éter e sofria de alguma forma um empacotamento de moléculas. No entanto, pela TRR, não existe essa contração absoluta, mas sim relativa. Isto é, depende do referencial utilizado nas medições. De outra forma, assim como existe a relatividade da medida do tempo, existe a relatividade da medida de comprimento entre referenciais inerciais (OSTERMANN e RICCI, 2002).

¹ Em homenagem aos físicos George Francis FitzGerald (1851-1901) e Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) que, embora por suspeitas diferentes, deduziram antes de Einstein a equação de contração de comprimento (OSTERMANN e RICCI, 2002).

Exemplo 3: Qual é o comprimento da Espaçonave?



Fig. 11: Foguete Grande Falcão

Uma espaçonave passa pela Terra com uma velocidade de $0,990c$. Um membro da tripulação verifica o comprimento da espaçonave, obtendo o valor de 400 m . Qual é o comprimento da espaçonave medido por observadores na Terra?

28

Figura 27 - Slide 28

Antes da resolução desse exemplo é interessante questionar a turma, com base na cinemática clássica, qual o comprimento da espaçonave para um observador na Terra. O intuito aqui é deixar claro que para cinemática clássica o espaço é absoluto entre referenciais inerciais que se movem com velocidade constante em relação ao outro. Em seguida, no slide 29 é feita a resolução do problema com base na cinemática relativística e verificado que para observadores na Terra o comprimento da espaçonave é contraído pelo fator gama.

QUAL É O COMPRIMENTO DA ESPAÇONAVE PELO OBSERVADOR NA TERRA?

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$L = (400\text{ m}) \sqrt{1 - \frac{(0,990c)^2}{c^2}}$$

$$L = 56,4\text{ m}$$

A espaçonave é menor em um sistema em movimento que em um sistema em repouso.

29

Figura 28 - Slide 29

Aula 3

(1 tempos de 45 minutos)

Objetivos:

Apresentar as transformações de Lorentz para velocidades e aplicar uma avaliação somativa.

Procedimentos didáticos:

Na terceira e última aula será apresentado as transformações de Lorentz, seguido de exemplos para consolidar os conceitos abordados. Em seguida, realizamos uma breve revisão dos tópicos abordados nas últimas 3 aulas e por fim aplicamos uma avaliação somativa.

Materiais/Equipamentos:

- Datashow
- Pincel e apagador
- Computador
- Caixa de som
- Quadro branco

Na terceira e última aula, abordamos as transformações de Lorentz e realizamos uma avaliação somativa com as mesmas questões usadas no início da primeira aula. No caso das transformações, utilizamos o mesmo exemplo usado para demonstrar a discordância entre as transformações de Galileu e a Eletrodinâmica. Dessa forma, conseguimos demonstrar aos alunos que independente da velocidade da fonte de luz, a velocidade da luz é c (slides 30, 31, 32 e 33).

Exemplo 4: Qual a velocidade da luz referente a Terra?

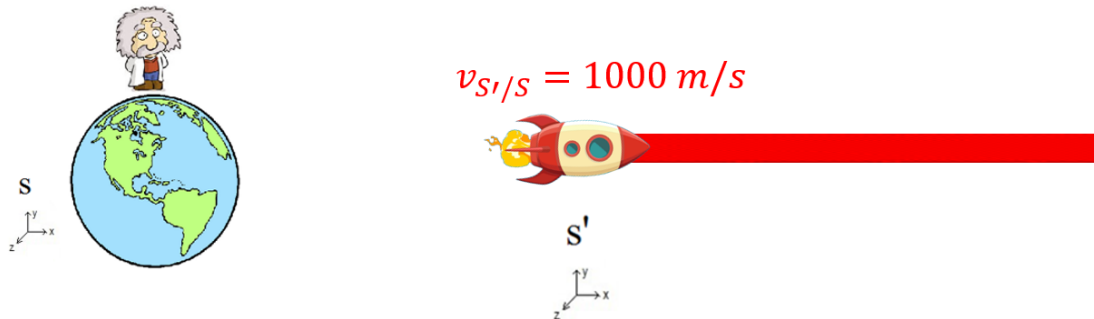


Fig. 13: Velocidade da luz referente a Terra. Fonte: Próprio autor.

30

Utilizando os conhecimentos prévios dos alunos, conseguimos mostrar que pela mecânica clássica a velocidade da luz adotaria diferentes valores conforme a velocidade do emissor.

Figura 29 - Slide 30

Resolução do exemplo 4:

Note que, pela cinemática clássica teríamos

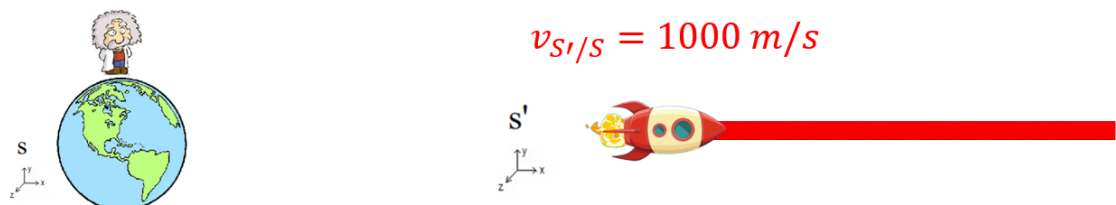


Fig. 13: Velocidade da luz referente a Terra. Fonte: Próprio autor.

$$v_{L/T} = v_{L/S'} + v_{S'/S} \longrightarrow v_{L/T} = c + 1000$$

31

Figura 30 - Slide 31

Contudo, pela cinemática relativística, conseguimos ver que a velocidade da luz é c independente da velocidade do emissor.

Resolução do exemplo 4

Utilizando a cinemática relativística, temos

Transformações de Lorentz
para as velocidades (S para S')

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 - \frac{vv_x}{c^2}}$$

?

Transformações de Lorentz
para as velocidades (S' para S)

$$v_x = \frac{v'_x + v}{1 + \frac{vv'_x}{c^2}}$$

32

Figura 31 - Slide 32

Resolução do exemplo 4

$$v_x = \frac{v'_x + v}{1 + vv'_x/c^2} = \frac{c + 1000}{1 + \frac{(1000)(c)}{c^2}} = \frac{c + 1000}{1 + \frac{1000}{c}}$$

$$v_x = \frac{c + 1000}{\frac{c + (1000)}{c}} = c$$

33

Figura 32 - Slide 33

A seguir realizamos outro exemplo para demonstrar a diferença entre as transformações de Lorentz e as transformações de Galileu.

Exemplo 5: Velocidades Relativas

Um ônibus espacial tenta alcançar a espaçonave se deslocando com velocidade igual a $0,950c$ em relação à Terra. Qual é a velocidade do ônibus em relação à espaçonave?



Fig. 14: Exemplo 6 - Velocidade do ônibus espacial referente a Espaçonave. Fonte: Próprio autor.

34

Figura 33 - Slide 34

Resolução exemplo 5

Note que, pela cinemática clássica teremos



Fig. 14: Exemplo 6 - Velocidade do ônibus espacial referente a Espaçonave. Fonte: Próprio autor.

$$v'_x = v_x - v = 0,950c - 0,900c = 0,050c$$

35

Figura 34 - Slide 35

Resolução exemplo 5

Utilizando a cinemática relativística, temos



Fig. 14: Exemplo 6 - Velocidade do ônibus espacial referente a Espaçonave. Fonte: Próprio autor.

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 - \frac{vv_x}{c^2}} \quad ? \quad v_x = \frac{v'_x + v}{1 + \frac{vv'_x}{c^2}}$$

36

Figura 35 - Slide 36

Resolução do exemplo 5

$$\begin{aligned} v'_x &= \frac{v_x - v}{1 - \frac{vv_x}{c^2}} = \frac{0,950c - 0,900c}{1 - \frac{(0,900c)(0,950c)}{c^2}} \\ v'_x &= \frac{0,950c - 0,900c}{1 - \frac{(0,900c)(0,950c)}{c^2}} = \frac{0,05c}{1 - \frac{0,855c^2}{c^2}} \\ &= \frac{0,05c}{1 - 0,855} = \frac{0,05c}{0,145} = 0,345c \end{aligned}$$

37

Figura 36 - Slide 37

Por fim, apresentamos as equações vistas até o momento e fizemos uma breve revisão do que foi comentado nas últimas três aulas. Aproveitamos para comentar outros dois efeitos, descritos pelas equações 1,2, 4 e 5, previstos pela a relatividade especial.

Equações da Relatividade especial

Transformações de Lorentz (S para S')

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \quad (1)$$

$$x' = \gamma(x - vt) \quad (2)$$

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 - \frac{vv_x}{c^2}} \quad (3)$$

Transformações de Lorentz (S' para S)

$$t = \gamma \left(t' + \frac{vx'}{c^2} \right) \quad (4)$$

$$x = \gamma(x' + vt')$$

$$v_x = \frac{v'_x + v}{1 + \frac{vv'_x}{c^2}} \quad (6)$$

Dilatação do tempo

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7)$$

Contração do comprimento

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (8)$$

38

Figura 37 - Slide 38

Finalizamos a aula com a mesma avaliação aplicada no início da aula 1 (Ver questões abaixo).

Exercício 1 - Conceitual

(UEG-GO) Hoje sabe-se que a luz tem velocidade de aproximadamente 300.000.000 m/s, que é uma velocidade muito grande, porém finita. A teoria moderna que admite a velocidade da luz constante em qualquer referencial e, portanto, torna elásticas as dimensões do espaço e do tempo é:

- a) a teoria da relatividade.
- b) a teoria da dualidade onda - partícula.
- c) a teoria atômica de Bohr.
- d) o princípio de Heisenberg.
- e) a lei da entropia

Exercícios - <https://fisicaevestibular.com.br/novo/fisica-moderna/introducao-a-teoria-da-relatividade/exercicios-de-vestibulares-com-resolucoes-comentadas-sobre-teoria-da-relatividade/>

39

Figura 38 - Slide 39

Exercício 2 - Conceitual

(UFRN) Nos dias atuais, há um sistema de navegação de alta precisão que depende de satélites artificiais em órbita em torno da Terra. Para que não haja erros significativos nas posições fornecidas por esses satélites, é necessário corrigir relativisticamente o intervalo de tempo medido pelo relógio a bordo de cada um desses satélites. A Teoria da Relatividade Especial prevê que, se não for feito esse tipo de correção, um relógio a bordo não marcará o mesmo intervalo de tempo que outro relógio em repouso na superfície da Terra, mesmo sabendo-se que ambos os relógios estão sempre em perfeitas condições de funcionamento e foram sincronizados antes do satélite se lançar.



Se não for feita a correção relativística para o tempo medido pelo relógio de bordo:

- a) ele se adiantará em relação ao relógio em Terra enquanto ele for acelerado em relação à Terra.
- b) ele ficará cada vez mais adiantado em relação ao relógio em Terra.
- c) ele atrasará em relação ao relógio em Terra durante metade de sua órbita e se adiantará durante a metade da outra órbita.
- d) ele ficará cada vez mais atrasado em relação ao relógio em Terra

Exercícios - <https://fisicaevestibular.com.br/novo/fisica-moderna/introducao-a-teoria-da-relatividade/exercicios-de-vestibulares-com-resolucoes-comentadas-sobre-teoria-da-relatividade/>

40

Figura 39 - Slide 40

Questão 3

(CFT-CE) Em 2005, Ano Mundial da Física, comemorou-se o centenário da Teoria da Relatividade de Albert Einstein. Entre outras consequências esta teoria poria fim à ideia do éter, meio material necessário, semelhantemente ao som, através do qual a luz se propagava. O jargão popular "tudo é relativo" certamente não se deve a ele, pois seus postulados estão fundamentados em algo absoluto: a velocidade da luz no vácuo - 300.000 km/s. Hoje sabe-se que:

- I. O som propaga-se no vácuo.
- II. A luz propaga-se no vácuo.
- III. A velocidade da luz no vácuo é a velocidade limite do universo.

É (são) verdadeira(s):

- a) todas
- b) nenhuma
- c) somente II
- d) II e III
- e) somente III

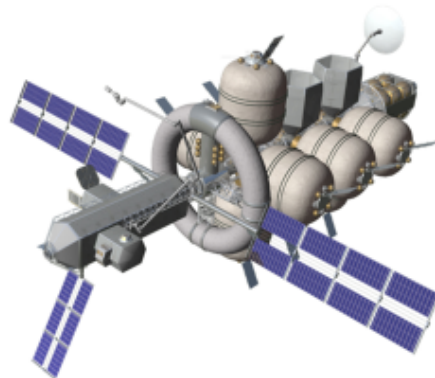
41

Figura 40 - Slide 41

Exercício 4 - Relatividade do tempo

(UFPE-PE) Um astronauta é colocado a bordo de uma espaçonave e enviado para uma estação espacial a uma velocidade constante $v = 0,8 c$, onde c é a velocidade da luz no vácuo.

No referencial da espaçonave, o tempo transcorrido entre o lançamento e a chegada na estação espacial foi de 12 meses. Qual o tempo transcorrido no referencial da Terra, em meses?



Exercícios - <https://fisicavestibular.com.br/novo/fisica-moderna/introducao-a-teoria-da-relatividade/exercicios-de-vestibulares-com-resolucoes-comentadas-sobre-teoria-da-relatividade/>

42

Figura 41 - Slide 42

Exercício 5 - Relatividade do comprimento

Um referencial que se move a uma velocidade de $0,6c$ mediu o comprimento de uma placa de trânsito e obteve a medida de 30 cm. O comprimento dessa placa em relação a um referencial em repouso é de:



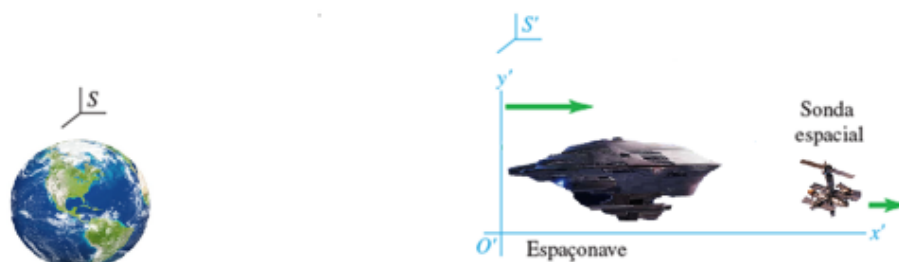
<https://exercicios.mundoeducacao.br/uaol.com.br/exercicios-fisica/exercicios-sobre-contracao-comprimento.htm>

43

Figura 42 - Slide 43

Exercício 6 - Transformação de Lorentz para velocidades

Uma espaçonave que se afasta da Terra com uma velocidade igual a $0,900c$ dispara uma sonda espacial com uma velocidade igual a $0,700c$ em relação à espaçonave em sua mesma direção e sentido. Qual é a velocidade da sonda espacial em relação à Terra?



44

Figura 43 - Slide 44

CONSIDERAÇÕES

Como resultado da aplicação da sequência didática vimos que a utilização da TIC associado a uma teoria de aprendizagem significativa proporcionou uma aula onde os alunos puderam participar e expor suas opiniões em sala de aula. Como consequência, a participação proporcionou um clima de descoberta e não apenas um momento de cópia de conteúdo da lousa.

A utilização dos conhecimentos prévios (subsunçores) dos alunos para lhes apresentar novos conceitos teve papel fundamental no bom desenvolvimento das aulas e na aprendizagem significativa dos conteúdos pelos alunos.

Tendo em vista os resultados que obtivemos na aplicação do projeto, sugiro disponibilização de mais tempo de aula para trabalhar as transformações de Lorentz.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P; NOVAK, Joseph D; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

HALLIDAY; RESNICK; WALKER. **Fundamentos de Física: óptica e física moderna**. Rio de Janeiro: LTC. v. 8, 2009.

OSTERMANN, F.; RICCI, T.F. **Relatividade Restrita no Ensino Médio: Contração de Lorentz-FitzGerald e Aparência Visual de Objetos Relativísticos em Livros Didáticos de Física**. Rev. Cad. Brás. Ens. Fís., v. 19, n.2: p. 176-190, ago. 2002.

RODRIGUES, C. D. O. **Inserção da Teoria da Relatividade no Ensino Médio: Uma nova proposta**. Dissertação de Mestrado. Florianópolis, 2001.

YAM, P. **Einstein no dia-a-dia**. Scientific American Brasil, n. 29, pp. 90-95, 2004.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física IV: Ótica e Física Moderna**. 14 ed. São Paulo: Person Education do Brasil, 2016.

Vídeos

Como funciona as coisas – GPS. Disponível em: < <https://www.youtube.com/watch?v=0lxKdwuXHss> >. Acesso em: 29 de mar. 2020.

Filme Interestelar. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=x_AIL9NHYSw >. Acesso em: 29 de mar. De 2020.

Princípio da Relatividade de Galileu. Disponível em: < <https://www.youtube.com/watch?v=nN3D-K06jOs> >. Acesso em: 29 de mar. 2020.

Animações

Simultaneidade. Disponível em: < <https://www.ifi.unicamp.br/~fauth/simultaneidade.swf> >. Acesso em: 29 de mar. 2020.

Simulação do Experimento de Michelson e Morley. Disponível em: < http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/flashlets/mmexpt6.htm >. Acesso em: 29 de mar. 2020.

Relatividade do tempo. Disponível em: < <http://novaescola.org.br/arquivo/animacoes/trem-einstein.html> >. Acesso em: 29 de mar. 2020.