

**MNPEF**  
Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física



**UMA PROPOSTA BASEADA NA TEORIA DE APRENDIZAGEM  
SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO DO MOVIMENTO BROWNIANO NO  
ENSINO MÉDIO**

SARAH JANE COLARES DA SILVA

MANAUS  
2020

## **APRESENTAÇÃO**

O Produto Educacional disponibilizado aqui tem o intuito de atender um requisito do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF). Constitui-se de uma sequência didática a ser aplicada em uma turma da segunda série do ensino médio e propõe um método de ensino do Movimento Browniano, com o auxílio da ferramenta educacional de programação modulada "Scratch", somada à teoria de aprendizagem significativa de Ausubel e contextualizando com a termodinâmica. É intenção aqui também proporcionar aos estudantes uma maneira diferente de aprender, efetivando, desse modo, a concretização do conhecimento científico.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	04
<b>2 OBJETIVOS</b> .....	06
2.1 Objetivo geral .....	06
2.2 Objetivos específicos .....	06
<b>3 ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO</b> .....	07
<b>4 PLANEJAMENTO</b> .....	08
4.1 primeiro encontro .....	09
4.2 SEGUNDO ENCONTRO .....	11
4.3 TERCEIRO ENCONTRO .....	13
4.4 QUARTO ENCONTRO .....	17
4.5 QUINTO ENCONTRO .....	19
4.6 SEXTO ENCONTRO .....	24
4.7 SÉTIMO ENCONTRO .....	28
4.8 OITAVO ENCONTRO .....	30
<b>5 REFERÊNCIAS</b> .....	32

## 1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi organizado baseado nos conceitos da Aprendizagem significativa apresentada por David Ausubel. Nele, pretende-se explorar os conhecimentos prévios dos alunos, chamados subsunções. E a partir deles alicerçar a aprendizagem de novos conteúdos, assim como definições, de modo a despertar no aluno a aprendizagem por descoberta e não por repetição.

Foram planejados oito encontros onde seria desenvolvido o tema em questão. Cada momento teria a duração de uma a duas horas-aula (45min a 90min). A intenção pedagógica aqui não era a apresentação linear do conteúdo que seria trabalhado, mas sim a apresentação gradual do assunto de forma a ir despertando no discente o gosto pelo tema que seria abordado. Portanto, cada reunião fora elaborada de forma a fazer do aluno o protagonista do seu processo de aquisição e acomodação do conteúdo aprendido. Cada um dos oito encontros tem seus objetivos:

O primeiro tem como missão o despertar para o assunto que seria trabalhado em nossa sequência de trabalho, tendo aplicação do pré-teste.

O segundo é, de todos, aquele em que a física é desnudada mais propriamente. É nesse encontro que é apresentado ao aluno as noções fundamentais da termodinâmica.

O terceiro momento tem como missão de continuar ensinando as teorias cinéticas dos gases, apresentando seus conceitos envolvidos com auxílio da plataforma Phet o simulador sobre as propriedades dos gases.

Para o quarto haverá necessidade de dois tempos de aulas, na primeira aula foram apresentados determinados conceitos de probabilidade e estatística, já na segunda aula da quarta reunião, houve aula de construção de conhecimento na utilização de dados de 6 faces e baralhos de 51 cartas com suas devidas indagações.

No quinto momento é feita a introdução para abordagem do movimento browniano, sendo as aulas anteriores necessárias para sua compreensão, iniciando com os “processos aleatórios” e em sequência esquematizando matematicamente na lousa sobre o espalhamento do perfume, e suas indagações.

No sexto encontro, é proposto um experimento sobre difusão com corante usando dois copos contendo água. E escritas na lousa perguntas relacionadas ao experimento exposto. Após a finalização das respostas haverá exibição de um vídeo mostrando a história do fenômeno browniano, dando a sequência da aprendizagem com auxílios de gifs e simuladores fortalecendo ainda mais o entendimento sobre o fenômeno.

No sétimo momento é recomendado o uso de laboratório de informática para uso da ferramenta Scratch, já alicerçados com o conhecimento sobre o movimento browniano, puderam manusear essa ferramenta fazendo-os interagir com esse simulador de simples e fácil acesso.

No oitavo e último instante vem a conclusão com a aplicação do mesmo questionário aplicado no início, agora tendo a intenção de avaliar o avanço dos alunos em relação aos conceitos vistos durante toda a intervenção.

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 Objetivo geral:**

- Desenvolver uma sequência didática para o ensino do movimento browniano, utilizando estratégias alternativas de ensino como o debate e a experimentação, de maneira que ocorra uma aprendizagem significativa por parte dos estudantes.

### **2.2 Objetivos específicos:**

- Elaborar e aplicar uma sequência didática fundamentada na teoria da Aprendizagem Significativa, de Ausubel, utilizando estratégias de ensino diversas como experimentação e debates;

- Promover a compreensão de fenômenos e utilizar conceitos importantes tanto no ambiente escolar quanto nos demais, como o doméstico;

- Proporcionar situações-problemas para que os estudantes tenham a possibilidade de discutir suas ideias no momento do estudo dos conteúdos;

- Estimular a participação dos estudantes nas atividades efetivadas por meio das diversas estratégias de ensino.

### **3 ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO**

Ao total de 8 encontros com a utilização de slides, inicia-se com perguntas referentes ao conteúdo a ser abordado (pré-teste), e finaliza com a realização dessas perguntas no último momento (teste final). Desse modo, haverá a oportunidade de confrontar as respostas e assim concluir a eficácia, ou não, das aulas ao final.

Durante as aulas, serão exploradas as habilidades e competências que podem ser aplicadas às disciplinas além da Física, como: Matemática, Química e Biologia que podem ser relacionadas com esse conteúdo em específico e suas aplicações. Nas aulas, os alunos serão estimulados a pensarem, investigarem, e correlacionarem com suas vivências cotidianas.

As simulações computacionais e experimentos de baixo custo terão papel de demonstrarem como os processos microscópicos que nos rodeiam acontecem e como eles podem ter aplicações nas áreas de conhecimento citadas anteriormente.

Por se tratar de uma atividade interdisciplinar, as atividades desenvolvidas por essa sequência didática deverão ser pontuadas conforme o desempenho global, acarretando a mesma nota nas disciplinas envolvidas. Ou seja, sob os critérios dos professores, os alunos serão avaliados em todas as etapas, desde o pré-teste, perguntas durante as aulas de slide, participação nos experimentos, relatórios após experimentos, participação no laboratório e ao teste final.

#### **4 PLANEJAMENTO**

A Sequência Didática (SD) desenvolvida neste trabalho foi estruturada da seguinte maneira: dois encontros, sendo o primeiro a etapa da aplicação do pré-teste, e o último a do pós-teste; entre esses encontros estão dispostos seis módulos, que tratam de diversos conceitos relacionados ao movimento browniano e à Termodinâmica por meio de diversas estratégias de ensino como debates, experimentações, atividades em grupos dentre outras.

A opção de utilizar a sequência didática de uma forma mais sistematizada, em módulos, é por uma facilidade e flexibilidade de aplicação em sala de aula. Uma vez que, além da qualidade na construção teórico-metodológica, é fundamental que os professores possam ter acesso fácil e que seja de simples aplicação em sala, visto que esse trabalho se destina a professores que desejam diversificar as suas práticas. Por isso ela se mostra uma ferramenta adicional para uma abordagem diferente do ensino de acústica, tanto podendo ser usado em plenitude, para uma utilização mais eficiente, ou fragmentada para uma variação na aula.



#### 4.1 Primeiro encontro: o pré-teste

No primeiro encontro da SD, sugere-se ao professor que faça a apresentação da proposta de ensino que será desenvolvida nas próximas aulas. Essa apresentação deve elucidar aos alunos os objetivos a serem alcançados com esse método de ensino, bem como o tema que será tratado no decorrer dos módulos que compõem a SD. Além disso, deve-se preparar os estudantes para a realização de um pré-teste individual, sendo vetado o acesso a qualquer material para consulta, o teste será composto de dez questões, sendo cinco destas subjetivas e as outras cinco objetivas, no intuito de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema.

A duração de tempo para o desenvolvimento desta aula é de uma hora aula (50min), sendo destinados trinta minutos para a explanação da proposta de ensino e vinte minutos para a aplicação do pré-teste. Abaixo estão descritos os objetivos, os conteúdos, a metodologia e os recursos didáticos necessários para desenvolvimento dessa primeira aula.

**Quadro 1. Síntese do primeiro encontro**

<b>Objetivos</b>
a) Apresentar a proposta de ensino da pesquisa. b) Aplicar um pré-teste para avaliação dos conhecimentos prévios dos alunos.
<b>Conteúdo</b>
a) Sequência Didática; b) Conceitos básicos de termologia e probabilidade.
<b>Materiais</b>
Questionário pré-teste (figura 1); Quadro branco; Pincel para quadro branco; Datashow; Computador.
<b>Metodologia</b>
O encontro inicia com a aplicação de um questionário com a intenção de avaliar o nível de conhecimento prévio dos alunos sobre temperatura, calor, moléculas, força, probabilidade, etc. A partir dos dados colhidos será possível que o professor saiba exatamente em quais pontos-chaves ele deve tocar bem como insistir, até, quem sabe, instigar os alunos com situações-problemas capazes de estimular o raciocínio lógico para a aplicação de conceitos já existentes na cabeça dos alunos, mas que não tiveram aprofundamento para aperfeiçoarem.

**MNPEF**  
Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física



**Pré-Teste e Teste Final**  
**Questionário**

- 1) Defina o que você entende por:
  - a) Temperatura:
  - b) Calor:
  - c) Partícula:
  - d) Molécula:
  - e) Pressão:
  - f) Constante de Avogadro:
  - g) Densidade :
  - h) Força:
  - i) Probabilidade :
  - j) Possibilidade :
- 2) Já ouviu falar sobre o Movimento Browniano? Ou Difusão? Ou algo similar. Se sim relate!
- 3) Imagine uma folha de uma árvore caindo sobre o solo, você conseguiria dizer em que posição ela iria cair ?

**Figura 1. Pré-teste**  
Fonte: Própria da Autora.

#### 4.2 Segundo encontro: Termodinâmica – conceitos iniciais

Para esse módulo, é necessário que se disponha de duas horas aulas (100 min), cruciais para abordar os conteúdos e efetivar as atividades previamente preparadas para esse módulo. Assim, na primeira parte da aula, sugere-se ao professor que apresente aos estudantes, por meio de *slides*, os conceitos de calor, temperatura, agitação térmica, energia térmica, pressão e densidade. No entanto, como o intuito desse trabalho é evitar uma aprendizagem mecânica, buscando desenvolver uma aprendizagem significativa, opta-se por iniciar essa aula propondo problemas aos alunos, a fim de identificar os conhecimentos prévios que esses têm sobre os temas abordados, valorizando o conhecimento que eles já possuem, que deve ser sempre o ponto de partida para um ensino que se pretende duradouro.

Também se recomenda ao professor a utilização de um notebook e um Datashow, para apresentar, em slides, tais problemas. Possibilitando, assim, que se crie um ambiente propício para a discussão dos temas abordados. Essa discussão visa incentivar a participação dos alunos de maneira mais efetiva e social no decorrer das aulas.

Estes são alguns problemas que podem ser propostos aos alunos no decorrer desta aula: Podemos confiar em nosso senso de quente e frio? Se colocarmos o dedo em um recipiente com água morna, e outro em um recipiente com água fria, ambos sentirão a mesma temperatura?

**Quadro 2. Síntese do segundo encontro**

<b>Objetivos</b>
a) Formalizar os conceitos relacionado a termodinâmica b) Aplicar teste para avaliação do desenvolvimento do conhecimento
<b>Conteúdo</b>
a) Calor b) Temperatura c) Agitação térmica d) Energia térmica e) Pressão f) Densidade
<b>Materiais</b>
Vídeo Slide em Datashow (figura 2) Notebook Caixas de som
<b>Metodologia</b>
Recomendamos ao professor a utilização de um notebook e um Datashow, para apresentar, em slides, tais problemas. Possibilitando, assim, que se crie um ambiente propício para a discussão dos temas abordados. Essa discussão visa incentivar a participação dos alunos de maneira mais efetiva e social no decorrer das

aulas.

Estes são alguns problemas que podem ser propostos aos alunos no decorrer desta aula: Podemos confiar em nosso senso de quente e frio? Se colocarmos o dedo em um recipiente com água morna, e outro em um recipiente com água fria, ambos sentirão a mesma temperatura?

## ENERGIA TÉRMICA E CALOR

**Agitação térmica:** É o movimento das partículas causado pela temperatura sob a qual elas estão submetidas.

**Calor:** É a mecanismo da transferência da energia térmica

**Energia térmica:** É uma forma de energia associada com as energias cinéticas das partículas.

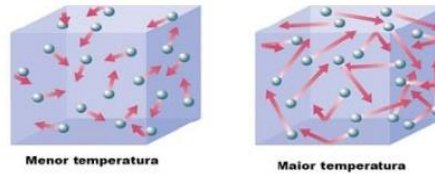


Figura: As moléculas do fluido em maior temperatura se agitam mais intensamente.

## NOÇÕES DE TEMPERATURA

**Temperatura:** medida do grau de agitação das moléculas.

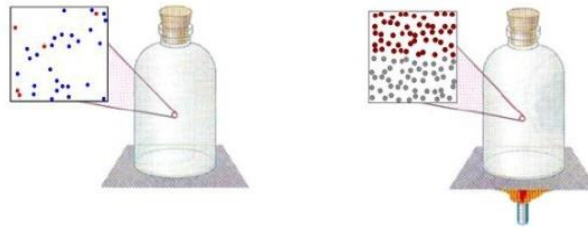


Figura: as moléculas do gás, quando colocado sobre a chama, adquirem mais energia cinética, ou seja, passam a apresentar uma temperatura mais elevada.

**Figura 2. Slíde sobre conceitos iniciais de Termodinâmica**

Fonte: Própria da Autora.

### 4.3 Terceiro encontro: Termodinâmica – conceitos específicos

Este módulo tem um tempo de duração previsto para duas horas-aula (100 min). Assim, recomenda-se ao professor que, primeiramente, faça um resgate dos tópicos discutidos na aula anterior, de maneira que seja possível aos alunos observar o desenvolvimento dos conceitos que deverão ser trabalhados nesta etapa da SD, visando relacionar de maneira lógica e explícita este novo conteúdo com o que fora estudado, buscando desenvolver uma aprendizagem significativa.

**Quadro 3. Síntese do terceiro encontro**

<b>Objetivos</b>
a) Identificar o conhecimento dos alunos sobre os conteúdos trabalhados anteriormente.
b) Estabelecer relação entre os conteúdos novos e os já assimilados.
c) Realizar leitura oral de um texto.
d) Aplicar teste de conhecimento.
<b>Conteúdo</b>
a) átomos
b) gás e gás ideal
c) equação de estado
d) lei de Avogadro
e) equação de Clapeyron
<b>Materiais</b>
Slides em Datashow (figuras 3 e 5)
Notebook
Textos
Simulação sobre propriedades dos gases (figura 4)
<b>Metodologia</b>
Para o desenvolvimento dessa aula é fundamental que o professor estabeleça um diálogo com os alunos, cuja introdução pode se dar através de perguntas como esta: Vocês já ouviram falar de alguém chamado Einstein? O que vocês sabem sobre ele ou sobre a história de vida dele? Já ouviram falar sobre átomos? Sabem qual a relação entre o átomo e Einstein? Vocês já ouviram falar de outras pessoas como Lavoisier, Dalton, Gay-Lussac, Avogadro, Boltzmann, Robert Brown? Perguntas assim serão formas incentivar a participação dos alunos com a temática da aula, criando um ambiente de diálogo no qual se possa identificar, por meio das participações dos estudantes, as ideias já assimiladas por eles. Em seguida, recomenda-se ao professor que convide os alunos a mudarem o layout da sala de aula, dispondo as cadeiras na forma de um círculo, para que se realize a leitura oral de um texto previamente preparado pelo docente, considerado potencialmente significativo por se tratar de um texto de fácil compreensão, mas repleto de informações históricas sobre a evolução dos conceitos tratados nesse módulo. Busca-se nessa primeira parte da aula conduzir um processo de ensino/aprendizagem por meio da recepção, uma vez que lhes é oferecido um material através do qual recebem uma informação já pronta e por meio de suas

próprias ações efetivas sobre esse material ampliam seus conhecimentos. Esse processo é necessário para que se possa preparar um ambiente propício à curiosidade, elemento essencial da Ciência, visando a utilização desse recurso como âncora para a acomodação de novos conceitos, a saber: gás, gás ideal, equação de estado, lei de Avogadro e equação de Clapeyron

Para o segundo momento da aula, que será expositiva, sugere-se ao professor que utilize como recurso a apresentação de slides com os conceitos supracitados.

Outro recurso didático a ser usado para esse momento é a simulação disponibilizada no site PHET, cujo nome é “gas properties”. Esse simulador faz o bombeamento de moléculas em uma caixa, que possibilitará o acontecimento de quando se o volume, onde simplesmente venha adicionar ou remover o calor, ou até mesmo a possibilidade de mudar a gravidade, dentre esses botões alternativos muitos outros que ajudam na investigação. Nesse simulador é possível medir temperatura e a pressão, ajudando a descobrir as propriedades do gás quando variam entre si. Essas informações serão reforçadas na explanação da aula sobre a “equação de estado dos gases ideais”.

### HIPÓTESES

- 1ª Hipótese: As moléculas se encontram em movimento desordenado, regido pelos princípios fundamentais da Mecânica Newtoniana.
- 2ª Hipótese: As moléculas não exercem força umas sobre as outras, exceto quando colidem.
- 3ª Hipótese: As colisões das moléculas entre si e contra as paredes do recipiente que as contém são perfeitamente elásticas e de duração desprezível.
- 4ª Hipótese: As moléculas têm dimensões desprezíveis em comparação aos espaços vazios entre elas.

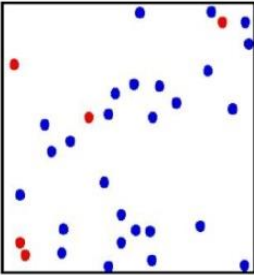


Figura: Movimento desordenado das moléculas de um gás ideal.

### OS GASES REAIS PODEM SE COMPORTAR COMO UM GÁS IDEAL, ATENDENDO A DUAS CONDIÇÕES:

- Baixa pressão**
  - Pressupõe-se um número menor de moléculas por unidade de volume, pois poucas moléculas acarretam poucas colisões nas paredes do recipiente e, conseqüentemente, menor pressão.
- Alta temperatura**
  - Moléculas com elevada velocidade média.

Figura 3. Slide sobre conceitos específicos de Termodinâmica  
Fonte: Própria da Autora.

**Explorar tela**  
 Descubra o que acontece quando um gás é comprimido ou expandido, e identifique quando o trabalho de P-V é feito sobre ou por um gás.

**ABRIR** a

**COMPRESSOS** ou **Amplie** o volume para explorar o

**PAUSE** e **STEP forward** quadro a

Unidades

**ADD** ou **REMOVER** partículas 50 de cada vez ou

**Tela de Energia**  
 Examine a velocidade e a distribuição de energia cinética e compare gases pesados e leves.

**OBSERVAR** a velocidade média de cada espécie

**EXAMINAR** velocidade e distribuição de energia em

**VER** as distribuições de

**EXPLORAR** sistemas com ou sem colisões de partículas

Partículas de **PUMP** em temperaturas

**Figura 4. Gás properties**  
 Fonte: Phet.

## EQUAÇÃO DE ESTADO DOS GASES IDEAIS

- Lei de Avogadro: volumes iguais de todos os gases nas mesmas condições de temperatura e pressão contêm o mesmo número de moléculas.
- Equação de Clapeyron:

$$PV = nRT$$

Número de mols

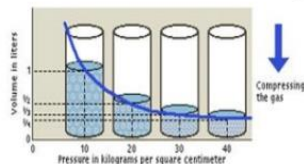
Constante dos gases

8,31 J/mol.K

## LEIS GERAIS DOS GASES

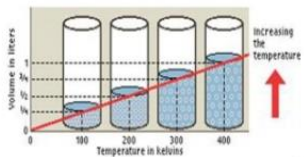
### Boyle's Law

If a gas is held at a **constant temperature**, the volume is inversely proportional to the pressure. Compressing a gas to half of its initial volume doubles its pressure.



### Charles' Law

If a gas is held at a **constant pressure**, the volume is directly proportional to the absolute temperature. Heating a gas to double its original temperature doubles its volume.



$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

### I. Isotérmica

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

### II. Isobárica

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

### III. Isocórica

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Figura 5. Equação ideal dos Gases  
Fonte: Própria da Autora.



#### 4.4 Quarto encontro – Probabilidade: experimentos com dados e baralho

O terceiro módulo deve ser dividido em duas etapas de uma hora-aula cada (45 min). Na primeira etapa, pode-se iniciar a aula apresentando um dado de seis faces congruentes aos estudantes e um jogo de baralho. Antes de propor aos alunos perguntas, no intuito de identificar os conhecimentos que os estudantes têm sobre a temática deste módulo, recomenda-se ao docente que primeiramente chame a atenção dos alunos para as especificidades dos objetos apresentados nesta aula, de maneira que eles possam se predispor a aprender os novos conceitos selecionados para essa aula, a saber: evento: certo e impossível, espaço amostral, espaços equiprováveis e cálculos de probabilidade.

**Quadro 4. Síntese do quarto encontro**

<b>Objetivos</b>
a) Formalizar o conceito de probabilidade. b) Discutir a importância da probabilidade para o estudo do movimento browniano. c) Realizar experimentos. d) Debater os resultados encontrados pelas equipes acerca dos problemas propostos no roteiro de investigação.
<b>Conteúdo</b>
a) Evento: certo e impossível. b) Espaço amostral. c) Espaços equiprováveis d) Cálculos de probabilidade.
<b>Materiais</b>
Datashow Notebook Experimento de aleatoriedade com dados (figura 6) Experimento de aleatoriedade com cartas de baralho (figura 7)
<b>Metodologia</b>
Antes de propor aos alunos perguntas, no intuito de identificar os conhecimentos que os estudantes têm sobre a temática deste módulo, recomenda-se ao docente que primeiramente chame a atenção dos alunos para as especificidades dos objetos apresentados nesta aula, de maneira que eles possam se predispor a aprender os novos conceitos selecionados para essa aula, a saber: evento: certo e impossível, espaço amostral, espaços equiprováveis e cálculos de probabilidade. Similarmente às aulas anteriores, sugere-se que o docente faça perguntas abertas, que impulsionem os estudantes a buscarem soluções lógicas. Abaixo, apresenta-se um roteiro investigativo semiestruturado, que serve como recurso para desenvolver os experimentos aleatórios com dados e cartas de baralho.

#### Roteiro investigativo – Experimento aleatório (Dados)

Você está recebendo um dado com seis faces congruentes, para desenvolver um experimento aleatório.

1. Ao jogar esse dado sobre a mesa, qual número irá aparecer?
2. Quais as chances de aparecer um número par?

No próprio experimento continuou-se a jogar mais algumas vezes para cima, e deu o número 1, depois o 3, e depois o 4, só teríamos que jogar infinitamente várias vezes, para apenas perceber pra mostrar que vai dar  $1/6$ ,  $1/6$ ,  $1/6$ , então não foi necessário jogar o dado tantas vezes assim para notar como funcionava o raciocínio, a ideia de probabilidade mostra que todas as faces são equiprováveis (mesma probabilidade ou seja  $1/6$ ) então o dado não viciado, se o espaço amostral como o "tamanho" é 6, então a probabilidade é  $1/6$ .

Foi feito duas perguntas hipotéticas aos alunos, dos quais foram, se pegarmos um dado de 12 faces, qual seria o seu espaço amostral? Qual a probabilidade de dá uma das faces?

Logo após a sequência do experimento com as 52 cartas, vamos aumentar agora o espaço amostral, voltando agora para o experimento do dado porém iremos utilizar 2 dados de 6 faces jogando-os para cima ao mesmo tivemos combinações como: 1,1 1,2, 4,6 e assim foi as combinações, pois nesse exemplo as combinações pois são independentes, sendo assim foi feita a pergunta qual é o seu espaço amostral? Então temos:  $1/36$ , pois a probabilidade de cada um é elevada ao quadrado ( $1/6^2$ ).

Figura 6. Experimento de aleatoriedade com dados

Fonte: Própria da Autora.

#### Roteiro investigativo – Experimento aleatório (Baralho)

Você está recebendo um baralho com 52 cartas, sendo essas divididas em quatro naipes: espadas, ouro, paus e copas. Assim sendo, cada naipe é representado por treze cartas.

Diante dessas informações acima, indique a probabilidade de serem escolhidas ao acaso e seguidamente três cartas de um mesmo naipe sem reposição.

Indique a probabilidade de serem retiradas ao acaso e seguidamente quatro cartas, considerando uma de cada naipe e sem reposição, ou seja, uma carta de ouro, uma de copas, uma de paus e uma de espadas.

O segundo experimento foi usar um baralho de 52 cartões foram embaralhadas por um aluno voluntário que escolheu uma carta seguindo a mesma ideia para saber se depois de embaralhada viria a mesma carta selecionada anteriormente. Pegando-as embaralhem mais uma vez no próprio baralho, foi feita qual a probabilidade de retornar o mesmo jogo das 6 cartas? Ao calcular, supomos que quando seleccione uma carta a probabilidade de dar A de espada é  $1/52$ , escolhendo mais uma carta para encontrá-la sobrando então  $1/51$ , e depois mais uma vez sobrando  $1/50$ , e assim sucessivamente...  $1/49$ ,  $1/48$ , e  $1/47$ , com o uso da calculadora obtivemos no produto desses denominadores de  $52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48 \times 47 = 1,46581344 \times 10^{10}$ , ou seja a probabilidade é o inverso disso, sendo então a ordem de  $10^{-10}$ .

Figura 7. Experimento de aleatoriedade com cartas de baralho

Fonte: Própria da Autora.

#### 4.5 Quinto encontro – Processos aleatórios

Com os fundamentos adquiridos através das aulas anteriores, iniciamos a introdução para o devido conteúdo, Movimento Browniano, uma vez alicerçadas as ideias de probabilidade. Sendo possível agora a compreensão do comportamento do movimento probabilístico das moléculas em sua descrição e entendimento do comportamento.

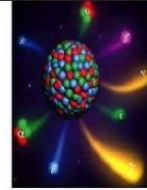
**Quadro 5. Síntese do quinto encontro**

<b>Objetivos</b>
a) Ter a noção de como são os processos de probabilidades em várias áreas do cotidiano, dando o conceito o que é o espaço amostral e casos probabilísticos, o conceito de probabilidade, caso determinístico e não determinístico, e, teorias de jogos de azar.
<b>Conteúdo</b>
a) Aplicação de probabilidade e aleatoriedade.
<b>Materiais</b>
Slide em Datashow Notebook Perfume Cronômetro Quadro branco Pincel
<b>Metodologia</b>
Após as atividades lúdicas realizadas no encontro anterior, vamos agora efetivar esse conhecimento com a aula sobre noções de probabilidade (figura 8). Com essa aula, os alunos terão noção de eventos e possibilidades. Em seguida, propomos a ideia de “caminhada aleatória” (figura 9), mostrando como podemos modelar situações aleatórias, e a partir disso, exemplificar a aleatoriedade com a atividade “espalhamento do perfume” (figura 10). Após a atividade usando o perfume, faz-se os alunos pensarem e investigarem, despertando o senso científico deles com uma situação-problema envolvendo duas perguntas.

## NOÇÕES DE PROBABILIDADE

Os conceitos de probabilidade são indispensáveis em várias áreas:

- Negócios de seguros;
- Jogos de azar;
- Em biologia são de profunda importância na área de Genética;
- Em Física para o estudo da desintegração radiativa e etc.



## EVENTO CERTO, EVENTO IMPOSSÍVEL

- **Evento certo:** Ocorre quando um evento coincide com o espaço amostral.
- **Evento impossível:** Ocorre quando um evento é vazio.

## PROBABILIDADE DE OCORRER UM EVENTO

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } \Omega} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

**Figura 8.** Aula sobre noções de probabilidade  
Fonte: Própria da Autora.

## Modelagem do Random Walk 1D

- Consideremos um indivíduo (um bêbado) podendo se deslocar sobre uma linha reta (problema em uma dimensão), sendo  $x=0$  seu marco inicial.
- O problema do random walk consiste em encontrar a probabilidade  $P_N(m)$  de que o bêbado se encontre na posição  $x = ma$ , após ter dado  $N_1$  passos para direita e  $N_2$  passos para esquerda, sendo  $m = N_1 - N_2$  ( $-N \leq m \leq N$ ) e  $N = N_1 + N_2$ .

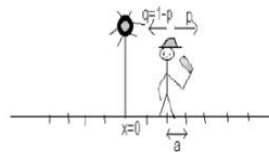


Figura - Esquema do bêbado na caminhada aleatória (random walk)

Generalização do random walk

Podemos escrever esta equação

$$P_N(N_1) = \frac{N!}{N_1! \cdot N_2!} \cdot p^{N_1} \cdot q^{N_2},$$

Em termos da variável aleatória  $m = N_1 - N_2$ , posição do bêbado  $x = ma$  após ter dado  $N$  passos aleatoriamente. Substituindo  $N_1 = (N + m)/2$  e  $N_2 = (N - m)/2$  teremos :

Onde essa equação lado, Satisfaz a relação de recorrência

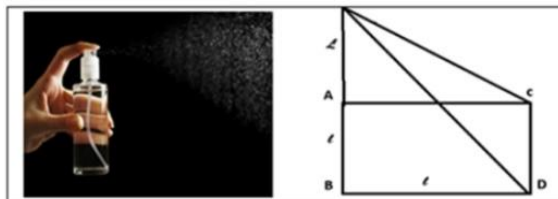
$$P_N(m) = \frac{N!}{\left(\frac{N+m}{2}\right)! \left(\frac{N-m}{2}\right)!} p^{\frac{N+m}{2}} \cdot q^{\frac{N-m}{2}},$$

$$|P_{N+1}(m) = pP_N(m-1) + qP_N(m+1).$$

**Figura 9. Caminhada aleatória**  
Fonte: Própria da Autora.

Os alunos foram indagados sobre abrir um frasco de perfume em sala de aula, sendo exposto no quadro a questão hipotética de observamos a ordem em que cada aluno irá sentir a fragrância do perfume, então fomos para o quadro.

Os alunos que estão posicionados em sequência de 1 a 4 assumiram suas respectivas respostas como aluno 1=A, aluno 2=C, aluno 3=B e aluno 4=D, se  $L > I$  sendo  $L = 2$  e  $I = 1$ . Ainda indagando sobre as moléculas do perfume em termos de mais aprofundamento e curiosidades em relação a tempo, possibilidade e probabilidade.



Podemos matematizar essas informações com:

$$A = 2$$

$$c = \sqrt{L^2 + I^2}$$

$$B = L + I$$

$$D = \sqrt{(L + I)^2 + I^2}$$

**Figura 10. Atividade sobre o espalhamento de perfume**  
Fonte: Própria da Autora.

### Situação-problema

- 1) O que é mais possível de acontecer entre ao esborrifar a fragrância do perfume e morreremos asfixiados pelas próprias moléculas ou ganharmos na Mega-sena?

**(Explicação):** Mostrando-se determinados eventos com características probabilistas, que estão a nossa volta, e não nos damos algumas vezes conta. Para responder essa pergunta, vamos calcular a probabilidade para ganhar na Mega-sena. Podemos calcular com uma com uma combinação simples de sessenta elementos formados seis a seis,  $C_{60,6}$ , sendo assim os possíveis números de combinações são calculados abaixo com cálculo simples de probabilidade

$$C_{n,p} = \frac{N!}{p!(n-p)!}$$

$$C_{60,6} = \frac{60!}{6!(60-6)!}$$

$$C_{60,6} \approx 50 \text{ milhões}$$

Logo, existem 50 milhões de modos de se escolher os seis números de 1 a 60, então a chance é de 1 em 50 milhões correspondendo a ordem de  $10^{-8}$  sendo 0,0000002% .

Obs.: O jogo do baralho e as moléculas do perfume podem ser tratados de maneira similar, sabendo que as ordens são diferentes, porém a ideia é a mesma em questão de quanto tempo poderão voltar para suas condições iniciais referentes ao tempo de recorrência de Poincaré.

Comparação baralho & perfume X Mega-sena para melhor entendimento, entre ganhar na Mega-sena e conseguir no próprio jogo de baralho as mesmas cartas selecionadas inicialmente, o jogo do baralho é 100 vezes mais difícil de acontecer comparado ao ganhar na Mega-sena, agora sobre as moléculas do perfume voltarem para as narinas é possível, entretanto segundo a termodinâmica é impossível, pois é um processo irreversível. Porém, segundo a probabilidade, é possível, ou seja, não provável, justamente porque a probabilidade é muito pequena. Isso se chama tempo de recorrência de Poincaré, onde todo o sistema dinâmico ela sempre volta para o seu estado inicial ou próxima dessa região, mas qual seria o tempo para as moléculas voltarem para as narinas? Então seguindo comparação com o jogo do baralho vejamos o cálculo abaixo:

$$t_p = N\Delta T = 10^{10} \times 6s \cong 10^{11}s$$

$$1h = 3600 \cong 10^3$$

$$1 \text{ dia} = 24h = 10^4s$$

$$1 \text{ ano} = 365 \text{ dias} \cong 10^6s$$

$$10^5 \text{ anos sendo então } 100000 \text{ anos}$$

Então precisaria de 100000 anos para as 6 cartas selecionadas voltarem para suas condições iniciais, então é mais "fácil" ganhar na Mega-sena do que morreremos asfixiados.

Ainda não convencidos? A ordem de tempo recorrência das moléculas de perfume é de  $10^{-10^{23}}$ , já dá megasena é de  $10^{-8}$  então é mais fácil alguém ganhar 20 vezes consecutivos na Mega-sena, do que as moléculas do perfume voltarem para nossas narinas e, assim, morreremos por asfixia por elas.

#### 4.6 Sexto encontro – Movimento Browniano

Primeiramente há a abordagem com experimento: em dois recipientes, sem dar detalhes aos alunos sobre a explicação. É jogado um pingo de corante em cada copo e observa-se o que irá acontecer com as misturas, use um cronômetro durante os eventos. No segundo momento, há a utilização de representações gráficas através de mídias em laboratório de informática.

**Quadro 6. Síntese do sexto encontro**

<b>Objetivos</b>
a) Representar através de experimento simples a difusão da água; b) Ilustrar com simulação o movimento das partículas durante uma difusão. c) Identificar o conhecimento dos alunos acerca do conteúdo trabalhado nas aulas anteriores em situações do dia a dia. d) Discutir os resultados encontrados pelas equipes acerca dos problemas propostos no roteiro de investigação.
<b>Conteúdo</b>
a) Difusão da água b) Movimento Browniano
<b>Materiais</b>
Datashow Notebook Recipientes de vidro Corante Água Micro-ondas Garrafa térmica
<b>Metodologia</b>
O experimento de difusão de corante em água (figura 11) consiste em dois copos de vidro com água no qual o 1º copo está com água aquecida e o 2º copo com água fria. Em resumo o corante vermelho se espalha rapidamente por todo o líquido que está quente, mas faz isso de forma um pouco mais lenta no líquido frio. O movimento das partículas em um líquido é um caminho irregular e imprevisível, pois as moléculas da água estão em constante movimento e colisão, continuamente, e foi isto que Brown observou, em seu caso, ao misturar água e pólen. Enquanto ocorre o experimento, os alunos devem responder algumas perguntas (figura 12) sobre o experimento. Após a experiência e as respostas, é momento de debate em “mesa redonda” para a efetivação do conhecimento. Para finalizar, inicia-se um vídeo sobre a História do Movimento Browniano (figura 13). O vídeo é em inglês, mas pode ser traduzido de forma oral simultaneamente com a reprodução. E completa-se com Gifs (figura 14) animados e simulação (figura 15) para melhor entendimento do fenômeno. Como uma partícula de poeira no ar, sendo ela impulsionada por colisões com moléculas de ar. Nessa simulação permite mostrar ou ocultar as moléculas e rastreia o caminho da partícula dando essas linhas indicando sua trajetória.



Nesse simulador mostra a existência de alguma dependência da temperatura podemos controlar a temperatura com o controle deslizante.



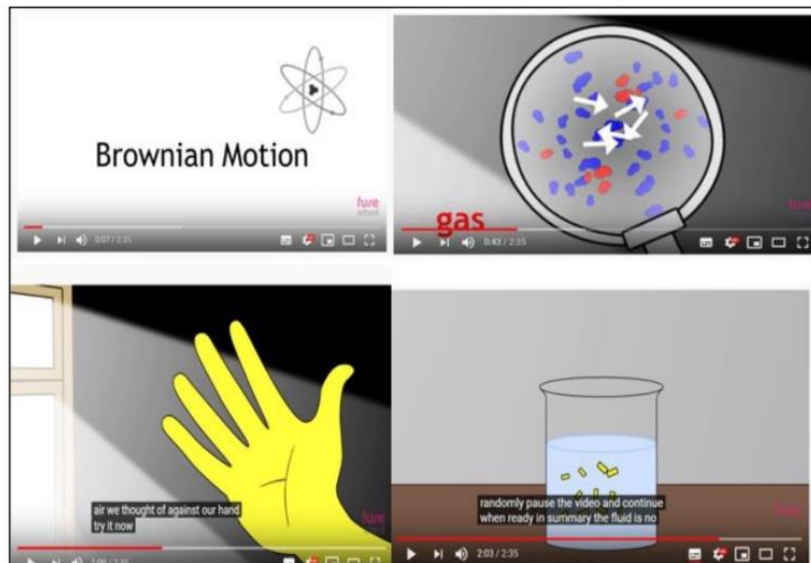
**Figura 11. Difusão de corante em copos d'água**  
Fonte: Experimento sobre difusão, por Luiz Gustavo<sup>1</sup>.

#### Questionário investigativo proposto

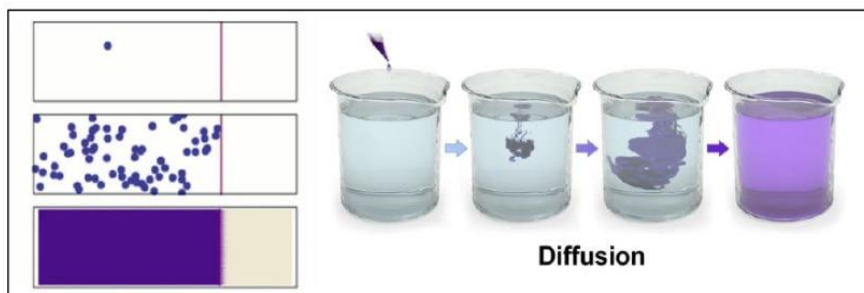
- 1) Em suas palavras o que você observa nos dois frascos de vidro?
- 2) O que entende por fluido?
- 3) Por que na água quente o corante se difunde mais rápido?
- 4) Por que na água fria o corante se difunde lentamente?
- 5) Você teria alguma ideia de experimento que poderia representar este mesmo fenômeno visto?

**Figura 12. Questionário para o experimento de difusão**  
Fonte: Própria da Autora.

<sup>1</sup> "Experimento sobre difusão". Disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=Yf51A\\_QF2sQ](https://www.youtube.com/watch?v=Yf51A_QF2sQ)



**Figura 13. Prints do vídeo sobre a história do Movimento Browniano**  
 Fonte: FuseSchool - Global Education



**Figura 14. Gifs sobre difusão**  
 Fonte: Diffusion

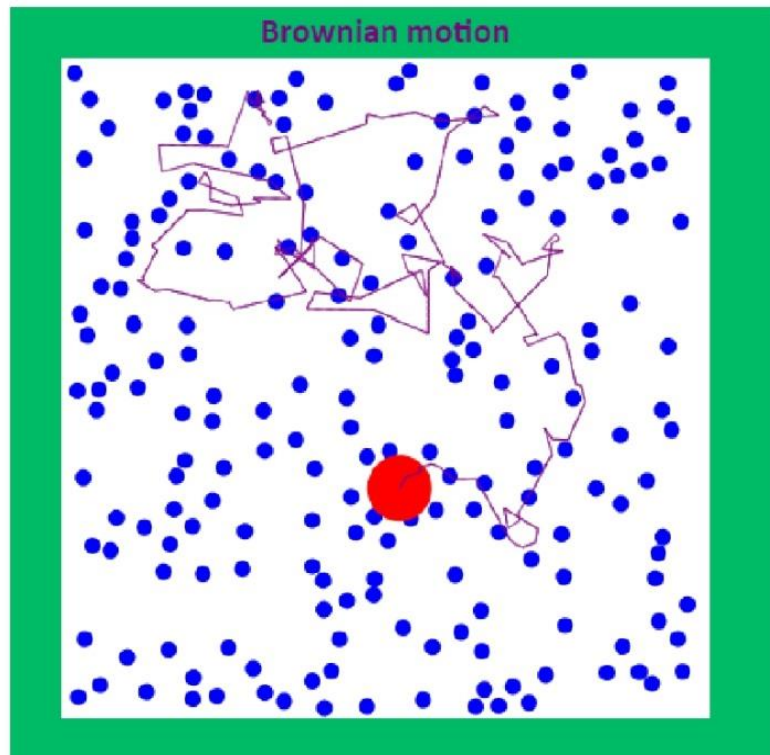


Figura 15. Simulação sobre Movimento Browniano  
Fonte: Physics

#### 4.7 Sétimo encontro – Movimento Browniano no Scratch

Tendo os conceitos firmados sobre o fenômeno do movimento browniano, vamos para mais aula em laboratório com o Scratch. Já tendo simulação pronta (link nas referências), será ensinado como manusear, nele há um problema físico do Movimento Browniano.

**Quadro 7. Síntese do sétimo encontro**

<b>Objetivos</b>
a) Explorar o Movimento Browniano de forma interativa e lúdica através do Scratch.
<b>Conteúdo</b>
a) Movimento Browniano.
<b>Materiais</b>
Datashow
Notebook
Computadores
Simulação no site do Scratch
<b>Metodologia</b>
Nessa simulação (figura 16) temos 55 moléculas de água, onde a contagem só inicia a partir de 4 segundos mostradas em porcentagem para facilitar a ideia de quantas moléculas através dos impactos aleatórios de H <sub>2</sub> O que passam por cada espaço dividido nos 4 quadrantes.
Apertando o botão verde para começar a reprodução, veremos quatro quadrantes, onde no interior do quarto quadrante sairão 55 a porcentagem de moléculas por espaço, quando rodamos nosso simulador, podemos ver que a distribuição parece ser organizada, mesmo sendo aleatória. Para verificarmos melhor essa distribuição, vamos ao invés de exibir quantos movimentos acontecem em cada espaço, vamos exibir a porcentagem de moléculas no interior colocamos 55 moléculas, que representam 100% da quantidade de moléculas, dividindo as 55 moléculas por 100, encontramos o valor da porcentagem de uma molécula e é isso que está sendo representado nesse simulador, tendo então uma contagem em porcentagem de quantas estarão em cada quadrante, fazendo suas possíveis anotações dando stop, fazendo isso, os alunos terão que fazer comparações entre si, para ver se houve semelhanças. É observado como o movimento aleatório está distribuindo a movimentação das nossas moléculas.

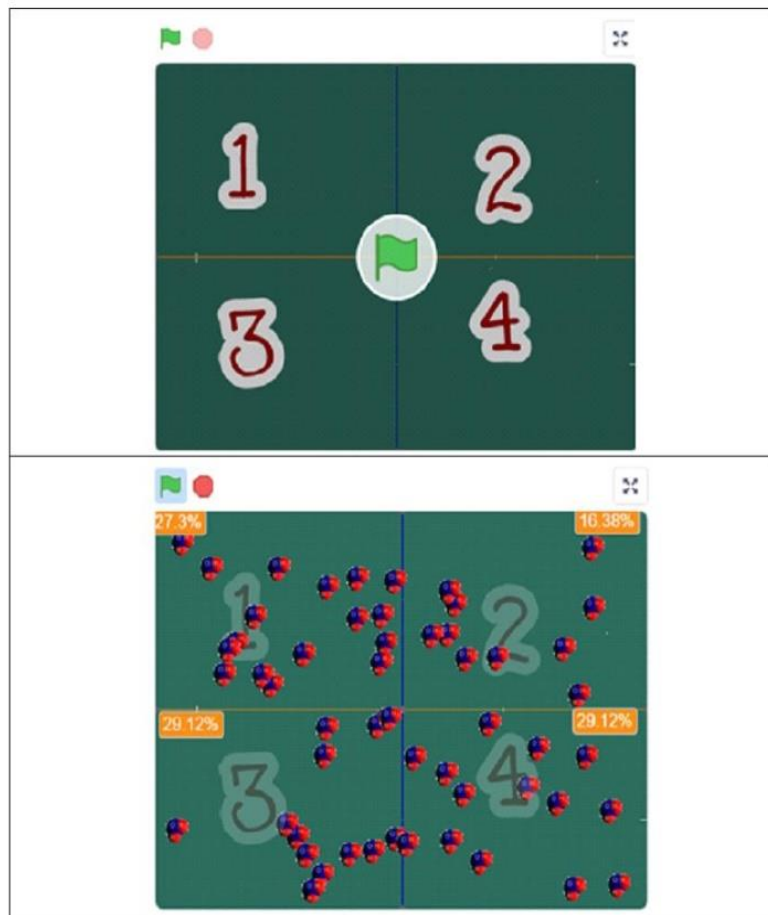



Figura 16. Movimento Browniano no Scratch  
Fonte: Própria da Autora.

#### 4.8 Oitavo encontro: o teste final

Com o passar das aulas, chegaremos ao final da sequência didática, agora é preciso investigar a eficácia da intervenção estipulada.

**Quadro 8. Síntese do oitavo encontro**

<b>Objetivos</b>
a) Aplicar o teste final para comprovar eficácia dos conhecimentos.
<b>Conteúdo</b>
a) Conceitos básicos de termologia, probabilidade e Movimento Browniano.
<b>Materiais</b>
Questionário teste-final (figura 17)
Quadro branco
Pincel para quadro branco
Datashow
Computador
<b>Metodologia</b>
Acontece a conclusão com a aplicação do mesmo questionário do início, agora com a intenção de avaliar o avanço dos alunos em relação aos conceitos de temperatura, calor, moléculas, força, probabilidade, e Movimento Browniano.



**MNPEF**  
Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física

**INSTITUTO FEDERAL  
AMAZONAS**

**UFAM**  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ  
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS

**SBF**  
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

**Pré-Teste e Teste Final**  
**Questionário**

1) Defina o que você entende por:

- a) Temperatura:
- b) Calor:
- c) Partícula:
- d) Molécula:
- e) Pressão:
- f) Constante de Avogadro:
- g) Densidade :
- h) Força:
- i) Probabilidade :
- j) Possibilidade :

2) Já ouviu falar sobre o Movimento Browniano? Ou Difusão? Ou algo similar.  
Se sim relate!

3) Imagine uma folha de uma árvore caindo sobre o solo, você conseguiria dizer em que posição ela iria cair ?

**Figura 17. Teste-final**

Fonte: Própria da Autora.

Ao professor que deseja se aprofundar no estudo do Scratch, e assim desenvolver suas próprias simulações condizentes com suas respectivas realidades, pode obter informações com os responsáveis pelo do curso Alura Start (através do link nas referências), onde é possível ter apoio através de suas ferramentas com adaptações para melhor compreensão.

## 5 REFERÊNCIAS

ALURA START. Disponível em: <https://www.alurastart.com.br/> . Acessado em: 10/03/2019.

BROWNIAN MOTION. Physics. Disponível em: [http://physics.bu.edu/~duffy/HTML5/brownian\\_motion.html](http://physics.bu.edu/~duffy/HTML5/brownian_motion.html); Acessado em: 10/04/2019.

Diffusion. Wikipedia. Disponível em: [https://en.wikipedia.org/wiki/Diffusion#/media/File:Blausen\\_0315\\_Diffusion.png](https://en.wikipedia.org/wiki/Diffusion#/media/File:Blausen_0315_Diffusion.png); Acessado em: 8/04/2019.

GAS PROPERTIES. Phet Interactive Simulations. Disponível em: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/gas-properties](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/gas-properties); Acessado em: 07/04/2019.

MOVIMENTO BROWNIANO – 2. Sarah Colares. Disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/315408625/>; Acessado em: 20/04/2019.

WHAT IS BROWNIAN MOTION? FuseSchool – Global Education. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=4m5JnJBq2AU>; Acessado em: 07/04/2019.



