



LUCAS LINHARES MARINHO

**Uma Abordagem do Sistema Caótico em Circuitos Elétricos Usando  
Simulação no Ensino Médio**

Dissertação de Mestrado  
apresentada ao Programa de  
Pós-Graduação Polo 04  
IFAM/UFAM no curso de  
Mestrado Profissional em  
Ensino de Física (MNPEF)  
como requisito necessário à  
obtenção do título de Mestre em  
Ensino de Física.

Orientador:

**Prof. Dr. Minos Martins Adão Neto**

Manaus

2020

UMA ABORDAGEM DO SISTEMA CAÓTICO EM CIRCUITOS ELÉTRICOS USANDO  
SIMULAÇÃO NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física Polo 04 /IFAM/UFAM, tendo como requisito para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Física, sob orientação do Prof. Dr. Minos Martins Adão Neto.

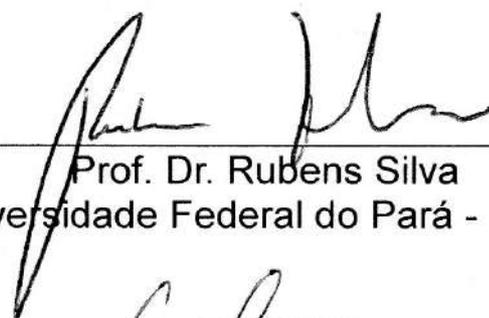
Aprovada em 17 de Fevereiro de 2020.

**COMISSÃO EXAMINADORA**



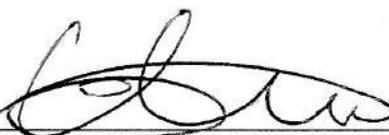
---

Prof. Dr. Minos Martins Adão Neto – Orientador  
Universidade Federal do Amazonas - UFAM



---

Prof. Dr. Rubens Silva  
Universidade Federal do Pará - UFPA



---

Prof. Dr. Octavio Daniel Rodriguez Salmon  
Universidade Federal do Amazonas - UFAM

**LUCAS LINHARES MARINHO**

**Uma Abordagem do Sistema Caótico em Circuitos Elétricos Usando  
Simulação no Ensino Médio**

**Orientador:**

Prof. Dr. Minos Martins Adão Neto

Dissertação de mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação Polo 04 IFAM/UFAM no Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como requisito necessário para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Minos Martins Adão Neto

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS - UFAM

---

Prof. Dr. Octavio Daniel Rodriguez Salmon

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS - UFAM

---

Prof. Dr. Rubens Silva

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ - UFPA

**MANAUS – AM**

**2020**

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Aprendizagem por descoberta

Figura 2.2: Alinhamento Construtivo

Figura 2.3: Níveis da Taxonomia SOLO

Figura 3.1: Diagrama do mapa logístico

Figura 3.2: Sensibilidade às condições iniciais

Figura 3.3: Sensibilidade às condições iniciais

Figura 3.4: Esquema do Circuito de Chua

Figura 3.5: Atratores de circuitos caóticos

Figura 3.6: Atratores de circuitos caóticos

Figura 3.7: Atratores de circuitos caóticos

Figura 3.8: Atrator de Lorenz

Figura 3.9: Resistor

Figura 3.10: Capacitor

Figura 3.11: Indutor

Figura 3.12: Indutor

Figura 3.12: Circuito

Figura 3.13: Circuito com duas malhas

Figura 3.14: Circuito com duas malhas

Figura 3.15: Circuito R-C

Figura 3.16: Corrente de carga de um capacitor

Figura 3.17: Circuito R-L

Figura 3.18: Crescimento da corrente no circuito R-L

Figura 3.19: Circuito L-C

Figura 3.20: Carga  $Q$ , corrente  $I$  e energia  $U$

Figura 3.21: Circuito R-L-C

Figura 3.22: Oscilações amortecidas da corrente

Figura 3.23: Indutor e gerador AC

Figura 3.24: Indutor e gerador AC

Figura 3.25: Representação complexa de  $\hat{V}$  e  $\hat{I}$  para um capacitor

Figura 3.26: Circuito R-L com gerador AC

Figura 3.27: Impedância complexa no circuito R-L

Figura 3.28: Circuito R-C com gerador A-C

Figura 3.29: Impedância complexa no circuito R-C

Figura 3.30: Potência instantânea AC dissipada em R

Figura 3.31: Circuito R-L-C com gerador AC

Figura 3.32: Esquema da estrutura do diodo

Figura 3.33: Diodo

Figura 3.34: Simbologia do diodo

Figura 3.35: Comportamento do diodo

Figura 3.36: Esquema do amplificador operacional

Figura 3.37: Amplificador operacional de realimentação negativa

Figura 3.38: Circuito RLC

Figura 3.39: Correntes  $i_L(t)$

Figura 3.40: Circuito RLC em série

Figura 3.41: Trajetória no tempo de  $V_c(t)$

Figura 4.1: Características da resistência elétrica

Figura 4.2: Pêndulo simples

Figura 4.3: Pêndulo duplo

Figura 4.4: Comportamento do pêndulo duplo

Figura 4.5: Esquema do circuito apresentado em sala de aula

Figura 4.6: Não linearidade (Presença do LDR)

Figura 4.7: Aluno A5 incidindo luz no LDR no circuito físico

Figura 4.8: Alunos resolvendo a avaliação 01 (Pré-teste)

Figura 4.9: Construção de um atrator no Excel

Figura 4.10: Atrator com pequena variação na condição inicial

Figura 4.11: Circuito de Chua

Figura 4.12: Circuito de Jerk

Figura 4.13: Localização dos circuitos caóticos

Figura 4.14: Formação do atrator no Circuito de Chua

Figura 4.15: Alunos resolvendo a avaliação 02 (Pós-teste)

## LISTA DE TABELAS

Tabela 01: Trabalhos relacionados

Tabela 02: Analogia com os osciladores

Tabela 03: Dados obtidos no Pré-teste

Tabela 04: Notas obtidas no Pré-teste

Tabela 05: Dados obtidos no Pós-teste

Tabela 06: Notas obtidas no Pós-teste

## LISTA DE SIGLAS

**IFAM** – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas

**UFAM** – Universidade Federal do Amazonas

**CMC** – Campus Manaus Centro

**PCN** – Parâmetros Curriculares Nacionais

**MEC** – Ministério da Educação e Cultura

**LDB** – Leis de Diretrizes e Bases

**SOLO** – Structure of the Observed Learning Outcome (Estrutura do Resultado de Aprendizado Observado)

**PIBEX** – Programa Institucional de Bolsas de Extensão Universitária

**PIBIC** – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica

**HQ** – História em Quadrinho

**CAPES** – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

*Não devemos ter medo dos confrontos... até os  
planetas se chocam e do caos nascem as  
estrelas.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado saúde, força e a oportunidade de estar concluindo mais uma etapa da minha vida e à minha família que sempre me apoia nos meus estudos.

Agradeço em especial ao meu pai e minha mãe, que sempre foram a fonte de motivação e me deram forças para almejar meus sonhos e me ajudarem no que podem de maneira direta e indiretamente na minha vida.

Aos professores, por serem os principais motivadores do curso/profissão, dando suportes para alcançar e não desistir das demais etapas dos estudos e também por orientar nos projetos envolvidos durante o curso. Em especial à minha orientadora Professor Dr. Minos Martins Adão Neto que sempre contribuiu e sempre estava disposto a orientar no meu trabalho para que saísse um bom trabalho.

À amiga professora Hellelyne Karen Lima que me deu a oportunidade de estagiar nas turmas onde ministrava aulas de Física, uma excelente professora, sempre esteve disposta a contribuir de maneira indireta na aplicação da minha pesquisa.

Aos amigos que me elogiam e me apoiam na vida profissional e pessoal, que me veem como um bom professor e um excelente amigo.

Aos amigos de turma do MNPEF que construí amizades e pude trocar conhecimentos e sabedoria, Hellelyne Karen Lima, Elivelton Ramos, Sidney Chagas, Ivan Roque, Débora Cerdeira e outros, com os quais compartilhei momentos de tristeza em algumas provas e alegrias nos melhores momentos.

E agradecer a CAPES pela pesquisa e pelo Programa de Mestrado oferecido a todos os professores da Educação Básica.

## RESUMO

O presente trabalho destaca o estudo sobre a abordagem do sistema caótico envolvido em circuitos elétricos não lineares em atividades didáticas no ensino de Física, no Ensino Médio, através de simulações online do tipo applet. O objetivo desta pesquisa foi aplicar um sistema não linear aos circuitos e suas equações relacionadas para então analisar e verificar o comportamento dos mesmos, assunto o qual faz parte da 2ª parte da Física 03 no Ensino Médio e que são estudados no 3º ano em Eletricidade, de forma mais dinâmica, proveitosa, contextualizada e com auxílio de um simulador online, gratuito e de livre acesso. Vale ressaltar que um detalhe importante neste trabalho, foi inserir o conteúdo de sistema caótico, assunto que nem na Graduação se vê. Esse é o diferencial do trabalho, incorporar um conteúdo que não está inserido na matriz curricular do Ensino Médio, mas a intenção aqui é apenas contextualizá-lo dentro dos circuitos elétricos e mostrar a importância dele usando simulações para melhor compreendê-los. As simulações foram abordadas por um simulador chamado *Falstad* que serviu de recurso usado como estratégia para mediar o ensino de circuitos elétricos envolvendo sistema caótico e tornar a aprendizagem mais eficaz e ativa através de gráficos e modelagens matemáticas provenientes do simulador virtual. As atividades propostas nessa pesquisa foram baseadas na teoria construtivista de Jerome Bruner que leva em consideração o ensino por descoberta e a proposta de um currículo em formato espiral, na qual o conteúdo é proposto de forma superficial e aprofundado de acordo com o aprendizado do aluno. Foi usado como instrumentos de coleta de dados um questionário como diagnóstico a respeito do assunto em pauta, um pré-teste para medir o conhecimento a respeito dos assuntos envolvidos, uma lista de atividades baseada de acordo com o delineamento da aula e um pós-teste como avaliação. Pode-se observar que a partir da metodologia proposta ensinada nas escolas, obteve-se a partir da visão dos estudantes que ela encurtou dúvidas e foi uma metodologia potencialmente significativa e utilizando as simulações, experimento e os conceitos físicos já esclarecidos, e assim, aproximou os conhecimentos teórico e científico da Física com a realidade do aluno, favoreceu a aprendizagem deles, obteve-se conexões entre as situações-problema apresentadas nas simulações virtuais e os conteúdos físicos por meio da interação e contato direto, despertaram o prazer pela aprendizagem e pelas atividades, e, teve caráter inovador, tornando as aulas de Física mais proveitosas.

**Palavras-chave:** Ensino de Física, Circuitos Elétricos, Sistema caótico, Simulação.

## ABSTRACT

The present work highlights the study on the approach of the chaotic system involved in non-linear electrical circuits in didactic activities in the teaching of Physics, in High School, through online simulations of the applet type. The objective of this research was to apply a non-linear system to the circuits and their related equations to then analyze and verify their behavior, a subject that is part of the 2nd part of Physics 03 in High School and which are studied in the 3rd year in Electricity, in a more dynamic, profitable, contextualized way and with the aid of an online simulator, free of charge and open access. It is worth mentioning that an important detail in this work was to insert the content of the chaotic system, a subject that is not even seen in undergraduate courses. This is the differential of the work, incorporating content that is not inserted in the curriculum of High School, but the intention here is only to contextualize it within the electrical circuits and show the importance of it using simulations to better understand them. The simulations were approached by a simulator called Falstad that served as a resource used as a strategy to mediate the teaching of electrical circuits involving chaotic system and make learning more effective and active through graphics and mathematical modeling from the virtual simulator. The activities proposed in this research were based on the constructivist theory of Jerome Bruner that takes into account teaching by discovery and the proposal for a curriculum in a spiral format, in which the content is proposed in a superficial and in-depth way according to the student's learning. As a tool for data collection, a questionnaire was used as a diagnosis on the subject at hand, a pre-test to measure knowledge about the issues involved, a list of activities based on the outline of the class and a post-test as an evaluation. It can be seen that from the proposed methodology taught in schools, it was obtained from the students' view that it shortened doubts and was a potentially significant methodology and using the simulations, experiment and the physical concepts already clarified, and thus, approached theoretical and scientific knowledge of Physics with the student's reality, favored their learning, connections between problem situations presented in virtual simulations and physical contents were obtained through interaction and direct contact, aroused the pleasure of learning and activities, and had an innovative character, making Physics classes more profitable.

**Keywords:** Physics Teaching, Electric circuits, Chaotic system, Computational Simulation.

# Sumário

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1 Trajetória Acadêmica discente	15
1.2 Justificativa e Problema da Pesquisa	15
1.3 Objetivos	17
1.4 Plano da Dissertação	18
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>19</b>
2.1 Teoria de Jerome Bruner	19
2.2 Alinhamento Construtivo e a Taxonomia de SOLO	22
2.3 Síntese dos PCN'S no Ensino de Física	27
<b>3. SISTEMA CAÓTICO</b>	<b>28</b>
3.1 Sistema dinâmico não-linear	28
3.2 Breve histórico do caos	29
3.3 Caracterização do caos	33
3.4 Rota para o caos	35
3.5 Atrator de Lorenz	36
3.6 Equação Logística do Caos	38
3.7 Circuitos Elétricos	39
3.7.1 Circuito Não-Lineares	78
3.8 O uso da Simulação computacional	86
3.9 A importância do uso de experimentos	88
3.10 Trabalhos Relacionados	89
<b>4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b>	<b>91</b>
4.8 Caracterização da Pesquisa	91
4.9 Local e Participantes	92
4.10 Delineamento das atividades	93
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>108</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>120</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>123</b>
<b>APÊNDICES</b>	<b>125</b>

# CAPÍTULO 1

## 1. INTRODUÇÃO

Os circuitos elétricos estão presentes diariamente em nossas vidas, sendo utilizados em residências, prédios comerciais etc. A desvantagem desta tecnologia utilizada há anos, sem sombra de dúvidas, é o impacto ambiental que causa. O desperdício de energia elétrica causa queima excessiva de combustíveis fósseis como carvão, gás natural e petróleo. O século XXI se destaca pela obtenção de energia por meio de fontes alternativas e que causam menos impacto ambiental, indicando assim, ser a forma de geração de energia do futuro.

Rebello (2000) destaca a necessidade de superar o baixo desempenho dos alunos em relação à compreensão sobre circuitos elétricos e suas aplicações, quando o ensino ocorre de modo tradicional, justifica o presente estudo. A não vinculação ao cotidiano do aluno muitas vezes deixa a disciplina de Física, pouco atrativa e desinteressante. Preocupando-se com esse aspecto, este trabalho defende que é importante envolver os alunos em um trabalho contextualizado com vistas a promover a reflexão e contribuir para a ocorrência de aprendizagens significativas associadas ao seu cotidiano.

E quando se fala em circuitos elétricos, entende-se o estudo dos componentes que compõem o mesmo, por exemplo, a função de um resistor, o papel de um capacitor, a função de um indutor, o papel da corrente elétrica, a função da bateria que alimenta o circuito, os tipos de circuitos utilizados na tecnologia, como o circuito integrado usados em chips de celulares smartphones. E tratando de circuitos elétricos, têm-se várias equações básicas que interpretam os componentes elétricos presentes em circuitos. Cada componente tem sua equação ou fórmula. E cada fórmula tem sua linearidade. Sabe-se o que acontece com um resistor ôhmico, como, por exemplo, ele sempre é constante, à medida que sua diferença de potencial (ddp) aumenta, conseqüentemente sua corrente elétrica aumenta. O mesmo caso de linearidade serve para o capacitor, a média que sua quantidade de carga (Q) aumenta, conseqüentemente sua ddp aumenta.

Por outro lado, quando se aplica um sistema não linear em circuitos elétricos, não se tem o mesmo resultado ou comportamento esperado, e assim as equações mudam, tornando outro tipo de equação, e essas equações se tornam em equações diferenciais de ordem (EDO) para poder saber de fato e real o que rege tal comportamento quando se introduz um sistema não linear em um circuito elétrico.

Yamamoto e Barbeta (2001) afirmam que com o uso de programas de simulação torna-se viável realizar experimentos que só seriam possíveis de serem feitos em laboratórios muito bem equipados. A utilização destes mundos virtuais, pode também ajudar a esclarecer aspectos, às vezes sutis, de um sistema físico.

Ainda de acordo com os autores, é claro que um software por si só pode não funcionar como um estímulo à aprendizagem. O sucesso irá depender da integração do mesmo ao currículo e às atividades desenvolvidas em sala de aula.

Segundo Teodoro (1998), ele corrobora com as ideias dos autores no viés dos softwares de simulações, diz que esse software possui uma gama de intuições e demonstrações, o que facilita a interação dos alunos com os modelos em tempo real, permitindo também, observar múltiplos experimentos (conceituais) simultaneamente. E ainda de acordo com o autor, o software dispensa qualquer conhecimento de linguagem de programação.

Segundo Rebello (2008), ele ressalta sobre as atividades voltadas à aprendizagem dos conteúdos de Ciências, em especial os da área de Física, necessitam ser adequadas às características dos alunos e aos objetivos do ensino. É importante que tenham caráter lúdico e envolva ativamente os alunos em um fazer, complementado pela reflexão sobre o que fizeram, com o objetivo de compreender o trabalho realizado e os conceitos envolvidos.

De acordo com o PCN (1998) - Parâmetros Curriculares Nacionais, destacam que os professores necessitam adequar o processo de ensino aprendizagem às exigências de formação de cidadãos críticos e propor atividades que incentivem o uso de novas tecnologias da comunicação e informação. É responsabilidade do professor a realização de atividades que contribuam significativamente para a compreensão dos conceitos.

Instigar nossos alunos em sala de aula com as abordagens de Física e ao mesmo tempo construir uma aprendizagem por descoberta, associada ao alinhamento construtivo é, ou deveria ser a meta de todo professor de Física. Através de nossas práticas cotidianas, como docentes, compreende-se que tanto o interesse quanto a aprendizagem dos conteúdos de física, em muitos contextos, estão além do que realmente os professores desejam.

Espera-se que esse trabalho contribua no processo de ensino-aprendizagem para melhorar a eficácia dos estudantes na área da eletricidade e de sistema não lineares que não são abordados no ensino médio, a partir de exemplos do cotidiano com uso de

ferramentas computacionais, já que o recurso didático facilita a aprendizagem e se dispõe de uma metodologia potencialmente significativa, uma vez que ela substitui a aula tradicional e traz um novo olhar para o estudo. Busca-se contribuir com a produção de materiais didáticos de fácil acesso e gratuitos em plataformas digitais como instrumento de apoio na prática metodológica.

### **1.1 Trajetória acadêmica discente**

Iniciei minha trajetória acadêmica discente em fevereiro de 2014 no IFAM-CMC. Em Março de 2015 atuei no reforço, onde participei do Programa Integrals na linha de Recurso Pedagógico, auxiliando nos exercícios e Reforço de Matemática e Física na turma ingressante de 2015 do curso de Física do IFAM, atuando até Junho do mesmo ano.

Em junho de 2015, participei do Programa de Extensão, onde trabalhei com HQ's como recurso pedagógico até novembro do mesmo ano, abordando um assunto sobre História da Física – Geocentrismo Heliocentrismo.

Em Agosto de 2016, participei do PIBIC até julho de 2017, abordando o conteúdo das Leis de Ohm, estudando o comportamento da resistividade elétrica por meio de um modelo mecânico que representa um análogo mecânico macroscopicamente já estudado por Bagnato e Rodrigues (1994) que veio ser um aparato experimental.

No decorrer da minha vivência no Estágio Curricular Supervisionado e no PIBIC, ministrando aulas de Física, observei que uma das dificuldades apresentadas pelos alunos ao estudarem a disciplina de Física é justamente quanto à compreensão dos conteúdos e em consequência as resoluções de exercícios na forma de situação-problema, principalmente nos conteúdos de eletricidade, adentrando nas Leis de Ohm, um dos conteúdos iniciais da eletrodinâmica, onde o tema trabalhado é totalmente abstrato, e muitas das vezes, o aluno só faz uso da fórmula e acaba não aprendendo o que significa de fato aquele conceito ou a interpretação de determinada fórmula.

### **1.2 Justificativa**

O presente trabalho tem como premissa que a atividade prática/experimental se constitui no elo entre o mundo abstrato dos pensamentos e ideias e o mundo concreto

das realidades físicas. Essas atividades têm vital importância no processo de ensino aprendizagem, pois são as mesmas que conectam a teoria e a prática, a ciência e o cotidiano do aluno. Acreditamos que não basta apenas elaborar uma nova proposta de atividade de ensino, é necessário que tal proposta seja viável para a grande maioria dos professores de física do país, bem como conferir suporte aos mesmos através de um material de apoio, com recursos didáticos acessíveis e gratuitos para que possam maximizar e programar suas práticas pedagógicas relacionadas à experimentação.

Circuitos contendo resistores, capacitores e indutores são muito utilizados no processamento de sinais elétricos, ou seja, correntes e tensões. Arranjos desses elementos de circuito podem ser usados para mudar a forma de um sinal elétrico, para eliminar ou acentuar sinais de determinadas frequências, para remover componentes em corrente contínua e assim por diante. E tratando de circuitos elétricos, mas que envolva outro ponto de vista a ser estudado como, por exemplo, a não-linearidade, sendo um sistema dinâmico não-linear, envolve outra resposta, tendo um outro comportamento diferente daquele visto de forma linear e que tem diversas finalidades e aplicações quando se estuda no 3º ano do Ensino Médio.

O principal efeito causado pela não-linearidade de um componente é a distorção harmônica. Esta se encontra presente, por exemplo, quando o volume de som de um amplificador áudio é colocado no máximo da sua escala, fazendo-se sentir, designadamente, através da geração de sinais agudos cuja frequência se encontra no limite da escala audível. É vulgar a distorção harmônica constituir um dos parâmetros determinantes do desempenho de um determinado circuito ou sistema eletrônico.

E para isso, existe o sistema caótico, sistema capaz de explicar e abordar essas características que não se vê no ensino médio, nem mesmo na graduação em Licenciatura em física, às vezes apenas em curso pós-graduação a nível de mestrado em Física. E o propósito é levar o sistema caótico para o ensino médio através de recursos didáticos simples e de fácil acesso para inovar o ensino de física e também conteúdo não explorado.

O principal efeito causado pela não-linearidade de um componente é a distorção harmônica. Esta se encontra presente, por exemplo, quando o volume de som de um amplificador áudio é colocado no máximo da sua escala, fazendo-se sentir, designadamente, através da geração de sinais agudos cuja frequência se encontra no limite da escala audível. É vulgar a distorção harmônica constituir um dos parâmetros determinantes do desempenho de um determinado circuito ou sistema eletrônico.

Um outro exemplo, é saber o funcionamento do circuito elétrico que tem por trás de um nobreak, aparelho utilizado geralmente como uma bateria extra para funcionar os eletrodomésticos de um residência quando falta energia, sendo uma alimentação que utiliza a própria energia da residência, exercendo função de inversor também, transformando corrente contínua em corrente alternada e além disso funciona como recarregador, devido possuir um circuito complexo e diversos componentes eletrônicos que são variáveis, ou seja, não lineares.

Para haver um bom entendimento de circuitos elétricos é fundamental que se aprenda os tipos de associação em série, paralela e mista, e o papel de cada componente elétrico, como o resistor ôhmico, capacitor e indutor e por final os tipos de circuitos usados na tecnologia, em celulares smartphones, como é o caso de um chip, que tem um circuito integrando, tornando o circuito complexo de ser estudado e analisado. Destacamos a importância de que o aluno aprenda e aplique esse conhecimento para sua realidade.

Uma proposta de experimentação didática que possibilite mudar o arranjo de resistores do circuito elétrico e envolva variáveis que não sejam constantes, para entender comportamentos e resultados imprevisíveis, com intermediação de simulação computacional além de permitir o estudo de cada componente que compõe o circuito, seja ele simples ou complexo, pode promover melhor compreensão dessas grandezas físicas. Por outro lado, pode auxiliar o aluno no processo ensino e aprendizagem na implementação em suas aulas práticas como um recurso didático com uso de simulações e modelagens computacionais e pedagógicas para a promoção de uma aprendizagem significativa.

### **1.3 Objetivos**

Geral:

Elaborar um material instrucional (produto educacional) utilizado em sala de aula abordando um tópico de circuito elétrico, no qual será abordado o caos para alunos no Ensino Médio.

Específicos:

- Proporcionar aos alunos conhecimentos acerca do sistema caótico em circuitos elétricos;

- Compreender gráficos a partir de modelagem computacional que sejam capazes de propiciar entendimento tendo em vista o estudo do sistema caótico;
- Construir um guia de atividades (manual para professor) com uma metodologia potencialmente significativa sobre o caos em circuitos elétricos.
- Oportunizar ao estudante a relação dos conceitos teóricos da Física com a prática do seu cotidiano.

#### **1.4 Plano da Dissertação**

Este trabalho é composto de 5 Capítulos e 10 Apêndices, cuja apresentação e conteúdo tem a seguinte estruturação:

O Capítulo 1, Introdução, apresenta a trajetória acadêmica discente, propósito e justificativa deste estudo, problema da pesquisa, objetivo geral, objetivos específicos e a estruturação dos capítulos da Dissertação de Mestrado.

O Capítulo 2, Fundamentação Teórica, apresenta a teoria de Jerome Bruner, teoria do alinhamento construtivo e taxonomia SOLO, síntese dos PCN'S no ensino de Física.

O Capítulo 3 apresenta o Sistema Dinâmico não-linear, o Sistema Caótico, os Circuitos Elétricos não lineares, o uso da simulação computacional e o uso dos experimentos.

O Capítulo 4, Procedimentos Metodológicos, apresenta a caracterização da pesquisa, considerações sobre o local de desenvolvimento do projeto, público participante, delineamento de atividades e os momentos da pesquisa.

O Capítulo 5, Resultados e Discussão, apresenta o resultado da implementação das atividades didáticas guiadas por roteiros segundo o alinhamento construtivo e baseadas na construção e análise de questionários sobre o estudo do sistema caótico envolvendo circuitos elétricos baseado na aula tradicional e nas simulações.

O Capítulo 6, Considerações Finais, apresenta as considerações finais ao que se propôs nessa pesquisa.

## CAPÍTULO 2

### 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 2.1 Teoria de Jerome Bruner

Bruner apelida a sua teoria de instrumentalismo evolucionista, uma vez que, para o psicólogo e pedagogo norte-americano Bruner, o homem depende das técnicas para a realização da sua própria humanidade. A teoria de aprendizagem de Bruner baseia-se no método da descoberta, com base na ideia de que o conhecimento da estrutura das disciplinas exige a utilização das metodologias das Ciências que suportam as várias disciplinas do currículo.

Outro aspecto importante teórico de Bruner para a teoria da aprendizagem são os conceitos de prontidão e de aprendizagem em espiral. No essencial, o conceito de prontidão pode ser enunciado como sendo as bases essenciais de qualquer disciplina científica podem ser ensinadas em qualquer idade de forma genuína. O conceito de aprendizagem em espiral pode enunciar-se da seguinte forma: qualquer ciência pode ser ensinada, pelo menos nas suas formas mais simples, a alunos de todas as idades, uma vez que os mesmos tópicos serão, posteriormente, retomados e aprofundados mais tarde.

A teoria de Bruner relaciona a natureza e o nível da abstração dos conteúdos com os processos mentais que funcionam ou não num dado estágio, dando ênfase na parte específica qualitativa da compreensão das crianças em cada fase. O teórico considera que as crianças possuem quatro características congênicas, por ele chamadas de predisposições que configuram o gosto de aprender. São elas: a curiosidade, a procura de competência, a reciprocidade e a narrativa.

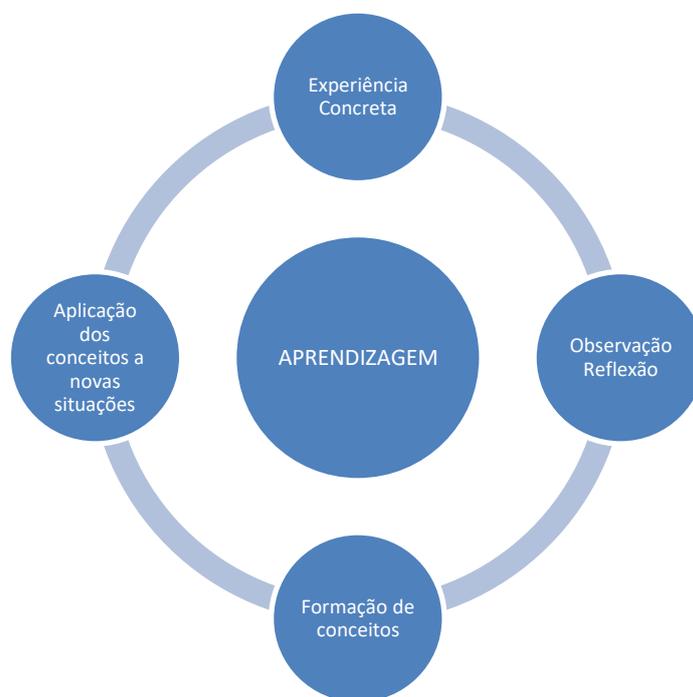
A reciprocidade também é uma característica presente nos humanos. Envolve a profunda necessidade de responder aos outros e de operar, em conjunto com outros, para alcançar objetivos comuns. Por fim, a narrativa, entendida como a predisposição para criar relatos e narrativas da nossa própria experiência, como objetivo de transmitir essa experiência aos outros. Nesse contexto, percebe-se que a narrativa permite a partilha das experiências, por isso, é tão importante no processo de aprendizagem. Com a narrativa torna-se possível a partilha de significados e de conceitos, de forma a

alcançar modos de discurso que integrem as diferenças de significado e de interpretação.

Durante o processo de ensino, Bruner destaca a aprendizagem por descoberta, através da exploração de alternativas, e o currículo em espiral, capaz de oportunizar ao aprendiz rever os tópicos de diferentes níveis de profundidade. Diante desse contexto o ambiente ou conteúdos de ensino têm que ser percebidos pelo aprendiz em termos de problemas, relações e lacunas que ele deve preencher, a fim de que a aprendizagem seja considerada significativa e relevante.

De acordo com a fig. 2.1, este método de ensino, coloca o aprendiz no centro do processo de aprendizagem, dessa forma o estudante é capaz de formar novos conhecimentos a partir da experiência cotidiana, consegue também aplicar os novos conhecimentos em novas situações do cotidiano, gerando assim experiências concretas que resultam em observações e reflexões.

Fig. 2.1: Aprendizagem por descoberta



Fonte: <http://dialogandocomelo.blogspot.com.br>

Bruner (1976) concentra sua atenção na predisposição para explorar alternativas, partindo da premissa que o estudo e a resolução de problemas, baseiam-se na exploração de alternativas e propõe que a instrução deverá facilitar e ordenar tal processo por parte do aluno. Logo podemos citar alguns pontos que norteiam o processo

de exploração de alternativas, tais como: ativação (o que dá início ao processo, ou seja, a curiosidade do estudante), manutenção (deixa o estudante no processo a todo instante) e direção (não permite que o processo seja caótico).

No sentido de caracterizarmos a compressão e a construção intelectual, necessitamos de professores e escolas qualificadas, sendo que os primeiros devem ser detentores de um conhecimento científico suficiente para apresentarem formas e estratégias pedagógicas com didática suficiente que lhes permitam instrumentalizar os alunos para que estes construam os princípios e conceitos físicos que descrevem o cotidiano em que cada aluno encontra-se em sua comunidade e desta forma inicia-los no estudo da física.

## **Estrutura**

Essa questão deve ser tratada de modo a explorar alternativas que levem favorecer a abordagem do professor e o aprendizado do aluno em relação a qualquer assunto, logo podemos mencionar três formas para estruturar os assuntos que o professor pretende trabalhar:

- **Modo de apresentação:** O professor deve apresentar o assunto aos alunos buscando alcançar todas as diferentes expressividades na sala de aula. Para que isso ocorra é necessário um preparo do professor, onde este deve balancear técnica e método adequado a favorecer a construção dos conhecimentos dos alunos de acordo com o nível de desenvolvimento de cada aluno.
- **Economia de apresentação:** Nesse aspecto o professor deve expor os conteúdos de forma gradual partindo do simples ao difícil, como ocorre com o curriculum em forma de espiral proposto por esta teoria. A economia consiste na abordagem sem muito detalhe visando sempre a não desmotivação dos alunos.
- **Poder de apresentação:** A sequência didática escolhida é de suma importância para a apresentação dos conteúdos para que os alunos se sintam motivados e compreendam os assuntos ministrados. A eloquência e sutileza na explanação do professor são fundamentais para que os alunos alcancem um melhor entendimento.

## **Sequência**

A sequência deve ser seguida pelo professor de forma que seja respeitado o desenvolvimento cognitivo de todos os alunos onde estes devem ser guiados, partindo da fase inativa, passando pela fase icônica e chegando à fase simbólica. Buscando sempre esta sequência para que os alunos possam aprender de acordo com sua forma de desenvolvimento.

## **Reforço**

O reforço dos assuntos não pode ser definitivo e sim transitório, haja vista que o conhecimento adquirido deve ser estruturado e construído pelos alunos de forma a deixar estes com um terreno sólido de conhecimento para que estes possam evoluir cada vez mais sem a necessidade de que o professor precise ficar reforçando todos os assuntos.

## **2.2 Alinhamento Construtivo e a Taxonomia SOLO**

### **2.2.1 Alinhamento Construtivo**

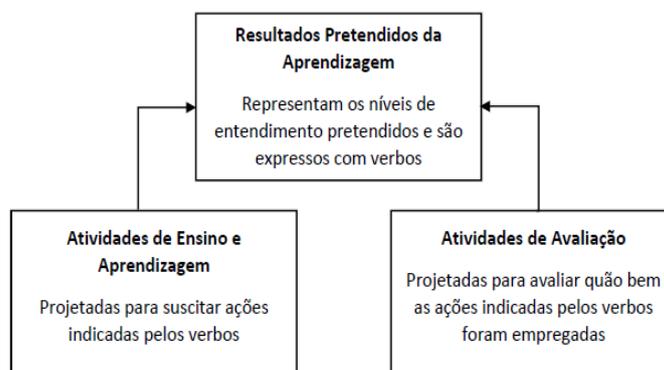
O Alinhamento Construtivo, proposto por John Biggs, pode ser entendido como uma forma de planejar o ensino de tal modo que as ações de ensino e avaliação estejam cuidadosamente alinhadas e, os estudantes sejam engajados ativamente para o alcance dos resultados pretendidos da aprendizagem, tem suas raízes no Construtivismo e na teoria do Currículo como diz Biggs e Collis (1982). O Alinhamento Construtivo fornece orientações práticas aos professores sobre como planejar suas aulas, levando em consideração a perspectiva dos estudantes, de tal modo a mantê-los engajados de forma produtiva. Outro foco do Alinhamento Construtivo é definir os resultados pretendidos de aprendizagem e estabelecer claramente como eles serão avaliados: quais habilidades, a que nível de complexidade e quais formatos de avaliação serão utilizados. Assim, o Alinhamento Construtivo fornece aos professores técnicas que lhes permitem alinhar ensino e avaliação aos resultados pretendidos da aprendizagem, a fim de que o ensino requeira que os alunos se envolvam em atividades de aprendizagem que são projetadas para atingir os resultados, e a avaliação projetada para informar quão bem os resultados foram atingidos.

De acordo com os fundamentos do Alinhamento Construtivo, primeiramente ao planejar o ensino o professor deve pensar sobre quais resultados ele pretende alcançar com o seu ensino, ou seja, o que ele deseja que os estudantes aprendam. O resultado pretendido da aprendizagem para John Biggs consiste em esclarecer o que os estudantes devem ser capazes de realizar depois de ter passado pelas atividades de ensino e que não podiam fazer anteriormente.

Na definição dos resultados pretendidos pela aprendizagem, o professor deve levar em consideração os seguintes aspectos – tipo de conhecimento envolvido (declarativo e/ou funcional), seleção dos conteúdos a serem ensinados e nível de entendimento pretendido. O tipo de Conhecimento Envolvido, o professor precisa ter clareza se o tipo de resultado pretendido da aprendizagem em questão refere-se a conhecimento declarativo (conhecimento sobre um fenômeno, teoria ou um conteúdo específico) ou a conhecimento funcional (requerer que os estudantes resolvam problemas e tomem decisões em contextos específicos). Já a Seleção dos conteúdos a serem ensinados é uma questão que envolve uma tensão entre largura e profundidade no ensino dos conteúdos. E o Nível de entendimento em geral, os professores esperam que com o ensino, os estudantes entendam certa “coisa”.

Todavia, o alinhamento construtivo pode ser entendido de um modo geral como sendo um conjunto de regras disponíveis, que podem auxiliar os professores no planejamento e execução de suas atividades de ensino. Dessa forma, desenvolver uma atividade de ensino, alinhada construtivamente, conforme a fig. 2.2 requer apresentar uma correspondência explícita entre os objetivos pretendidos da aprendizagem, as atividades de ensino e aprendizagem a sua avaliação.

Fig. 2.2: Alinhamento Construtivo



Fonte: Mendonça (2015)

Dessa forma, ressaltamos que os resultados pretendidos da aprendizagem, esclarecem o que os estudantes devem ser capazes de realizar depois de terem passado pelas atividades de ensino e que não podiam fazer anteriormente, sua descrição deve considerar a perspectiva dos estudantes. Já as atividades de ensino e aprendizagem, exigem um trabalho sistemático que deve considerar os níveis de entendimento pretendidos, e mantêm o foco nas atividades que os estudantes farão.

Na definição dos resultados pretendidos pela aprendizagem, os verbos assumem duas principais funções – informam o que os estudantes serão capazes de fazer e em que nível. Além disso, os verbos apontam para uma “operacionalidade” que deixa claro o que os estudantes devem fazer e como este fazer pode ser mensurado.

### **2.2.2 Taxonomia SOLO**

A Taxonomia SOLO foi desenvolvida a partir da concepção de que os sujeitos aprendem distintos conteúdos em estágios de complexidade ascendente e que mostram, em geral, a mesma sequência em diferentes tarefas; isso torna possível, a partir dos dados a que temos acesso, caracterizar de alguma forma os níveis de habilidades, ou ainda identificar a evolução de uma habilidade em tarefas particulares.

Biggs e Collis (1982) teorizam que os estágios possuem níveis de complexidade que determinam como o conhecimento está estruturado. Esses níveis são ascendentes, e dizem respeito às relações estabelecidas entre diversos elementos e o conteúdo apreendido. Para esses autores, no âmbito escolar podem ser identificados dois tipos de aprendizagem: a superficial e a profunda. Sendo a primeira forma de aprendizagem (superficial) um processo no qual o estudante reproduz em detalhe o conteúdo ensinado. A segunda forma de aprendizagem (profunda) refere-se a um entendimento intrínseco sobre o conteúdo, e envolve processos de um nível cognitivo mais alto “a procura por analogias, relações com o conhecimento prévio, teorização sobre o que foi aprendido e derivações de extensões e exceções” (BIGGS E COLLIS, 1982, p. 97).

Esses dois tipos de aprendizagem podem ser identificados nos modos ou estágios cognitivos, e podem ser entendidas como consequências das diferentes formas em lidar com um conteúdo, seja quando a aprendizagem é realizada utilizando-se atributos de um único modo (unimodal), seja quando é realizada com atributos de vários modos simultaneamente (multimodal). Essas aprendizagens estão relacionadas aos níveis de complexidade na estruturação do entendimento de determinado conteúdo.

Para analisar as respostas dos estudantes a testes específicos, Biggs e Collis elaboraram uma Taxonomia que levasse em conta esses dois tipos de aprendizagem. O objetivo era identificar o tipo de pensamento exibido pelas respostas de estudantes submetidos a tarefas de determinados conteúdos. Para eles, de acordo com as respostas, os estudantes podem exibir, dentro de um estágio, níveis distintos de complexidade no seu entendimento:

- **Pré-estrutural (P)**: forma de pensar em que as respostas explicitadas são inadequadas. O indivíduo opera em modo aquém do que o solicitado em uma questão a ele colocada, sendo distraído ou confundido por aspectos irrelevantes pertencentes a um estágio ou modo prévio.
- **Uni-estrutural (U)**: o foco é correto, mas o aprendiz obtém poucas informações dos dados e as respostas podem ficar inconsistentes.
- **Multi-estrutural (M)**: o aprendiz se vale de características mais relevantes e corretas, mas elas não se integram totalmente; algumas inconsistências podem aparecer em suas respostas.
- **Relacional (R)**: as informações são acessadas, os dados são avaliados e as relações são estabelecidas. O todo se torna uma estrutura coerente; não há inconsistências.
- **Abstrato estendido (A)**: O aprendiz agora generaliza a estrutura para um novo quadro com características mais abstratas, representando um novo e elevado modo de operação. Normalmente esse nível torna-se o nível uni-estrutural do modo seguinte da hierarquia de categorias de funcionamento. Destacamos na figura 03, os níveis da taxonomia de SOLO:

Fig. 2.3: Níveis da Taxonomia SOLO

**Estrutura de Observação dos Resultados da Aprendizagem**

 <p>Níveis</p>	<b>SOLO 5</b>	<b>"abstrato estendido"</b>	Generalizar Criar hipóteses Teorizar
	<b>SOLO 4</b>	<b>"relacional"</b>	Relacionar Comparar Analisar
	<b>SOLO 3</b>	<b>"multiestrutural"</b>	Classificar Combinar Enumerar
	<b>SOLO 2</b>	<b>"uniestrutural"</b>	Identificar Executar procedimento Narrar
	<b>SOLO 1</b>	<b>"pré-estrutural"</b>	Sem entendimento Informação irrelevante Falta de informação

Fonte: Farias (2014)

Os níveis de complexidade são ordenados representando a progressão do entendimento baseado em elementos concretos para o entendimento que se baseia em elementos abstratos, através de um processo crescente de organização do número de dimensões relacionadas, de consistência entre essas relações e generalização dos princípios utilizados. De acordo com Hattie e Brown (2004), os níveis crescem em complexidade através de uma crescente demanda pelo aumento da quantidade da memória de trabalho ou poder de concentração: nos níveis uni e multi estrutural, o estudante interpreta a informação dada e utiliza uma estratégia conhecida para fornecer a resposta, enquanto nos níveis relacional e abstrato estendido ele deve pensar em muitos objetos de uma só vez e avaliar quais são inter-relacionados.

Os níveis uni e multi-estrutural estão relacionados à aprendizagem superficial, enquanto o relacional e abstrato estendido, à aprendizagem profunda. Esses níveis de complexidade se estabelecem em cada modo, formando ciclos de aprendizagem crescente, que podem se constituir em um ou mais ciclos dentro de um mesmo modo. O número de ciclos depende da natureza do conhecimento apreendido: se for muito complexo certamente haverá mais de um ciclo de aprendizagem.

De uma maneira, a teoria de Biggs e Collis explica a progressão do entendimento de conteúdos de domínio particular, caracterizando os estágios como específicos para cada domínio. Consideram ainda que nesses estágios há níveis de complexidade do entendimento, que de alguma forma dizem respeito ao grau de aprendizagem sobre os conteúdos em questão. Eles propõem uma teoria que se baseia na concepção multimodal do desenvolvimento cognitivo e consideram como fatores determinantes na passagem de um modo a outro: a maturidade, disponibilidade da memória de trabalho, confronto com um problema, suporte social e o nível das respostas no modo anterior. A partir desses princípios, propõem um sistema para categorizar respostas, questões e tarefas: a Taxonomia SOLO.

Portanto, de acordo com Amantes et al (2005), a proposta intitulada pelos dois autores, (BIGGS e COLLIS), estabelece um sistema de categorização muito útil como ferramenta metodológica para pesquisas que avaliam aprendizagem.

Sendo assim, a Taxonomia SOLO pode auxiliar o professor a descrever eficazmente o processo envolvido na pergunta e resposta de questões numa escala crescente de dificuldade ou complexidade. Pois, além de fornecerem parâmetros para analisar e classificar respostas, a Taxonomia pode ser utilizada para elaboração de questões em diferentes maneiras.

### 2.3 Síntese dos PCN'S no Ensino de Física

Ferreira et al (2009) afirma que a aprendizagem de Física é dificultada por seus conceitos. Numa situação de ensino tipicamente instrucionista, o aluno pode não conseguir visualizar mentalmente fenômenos que o professor descreve oralmente com palavras ou graficamente com desenhos e letras na lousa. Nesse caso, as simulações, com seus movimentos, cores e formas podem gerar resultados que o professor não conseguiria utilizando apenas figuras estáticas desenhadas no quadro negro.

O PCN+ para o ensino médio, ciências da natureza, matemática e suas tecnologias, defende que:

É indispensável que a experimentação esteja sempre presente ao longo de todo o processo de desenvolvimento das competências em Física, privilegiando-se o fazer, manusear, operar, agir, em diferentes formas e níveis. É dessa forma que se pode garantir a construção do conhecimento pelo próprio aluno, desenvolvendo sua curiosidade e o hábito de sempre indagar, evitando a aquisição do conhecimento científico como uma verdade estabelecida e inquestionável (BRASIL, p. 84, 2002).

Dessa forma o uso de experimentos no ensino médio é de um modo geral uma recomendação e que, portanto o professor deve ter bem claro o seu papel no processo ensino e aprendizagem. Segundo Araújo e Abib (2003) o uso de atividades experimentais no ensino da Física tem sido apontado por professores e estudantes como uma estratégia de grande potencial para minimizar dificuldades no processo ensino e aprendizagem significativa.

## CAPÍTULO 3

### 3. SISTEMA CAÓTICO

#### 3.1 Sistema Dinâmico Não-Linear

Um sistema dinâmico não linear é um sistema determinista, cujo comportamento futuro é previsível segundo a Teoria do Caos, se as condições iniciais do sistema forem perfeitamente conhecidas. A alta sensibilidade às condições iniciais, porém, dá ao sistema não linear a característica de instabilidade, o que faz com que seja incorretamente confundido com um sistema aleatório. Enquanto o comportamento futuro do sistema não linear pode ser determinado se as condições iniciais forem perfeitamente conhecidas, o mesmo não ocorre com um sistema aleatório. Embora um sistema não linear evolua no tempo com um comportamento instável e aperiódico, tal comportamento é determinístico, pois seu estado futuro pode ser conhecido, desde que conhecido o seu estado atual. O estado futuro pode, porém, ser radicalmente modificado a partir de pequenas mudanças no estado atual. A dificuldade de se conhecer o estado presente com exatidão leva à necessidade de modelar o sistema não linear como aleatório, em algumas situações, quando os detalhes do comportamento não são de interesse, embora ele seja, na realidade, determinístico.

Estes sistemas dinâmicos são normalmente associados às equações diferenciais que podem ser equações diferenciais ordinárias, equações diferenciais parciais, equações diferenciais funcionais, equações diferenciais parciais-funcionais e sistemas discretos que descrevem estados passado e futuro por conhecimento do estado presente do sistema. Modelos matemáticos são obtidos usando leis empíricas, medições, observações etc. É frequentemente o caso que algumas das influências que o sistema de sofre são negligenciadas durante a modelagem (por facilidade de análise). Além disso, todos os parâmetros do modelo aproximado são determinados com algum erro. Assim, os modelos práticos são apenas aproximações de um modelo ideal e os erros são inevitáveis. Com isto em mente é de fundamental importância que os modelos desfrutem de uma certa estabilidade com relação a todas as perturbações possíveis.

### 3.2 Breve História do Caos

Historicamente o estudo do caos começou na física e na matemática. Depois se expandiu para engenharia e, mais recentemente, para a informática e ciências sociais. Nos últimos cinco anos, tem havido um crescente interesse em aplicações comerciais e industriais. Embora a história de sistemas caóticos não seja nova, foi a revolução nos computadores que permitiu as recentes aplicações práticas dessa teoria.

Na linguagem cotidiana, o "caos" implica a existência de comportamento imprevisível ou aleatório. A palavra geralmente carrega uma conotação negativa que envolve desorganização ou confusão indesejáveis. No entanto, no campo científico, esse comportamento imprevisível não é necessariamente indesejável.

Nas últimas décadas tem-se verificado um grande desenvolvimento no estudo dos fenômenos não-lineares com a introdução de novas abordagens e conceitos no tratamento de sistemas dinâmicos conservativos e dissipativos.

Um dos aspectos centrais dos novos desenvolvimentos reside no comportamento caótico determinístico que pode ocorrer já em sistema com pelos menos três graus de liberdade. Tal fato alterou significativamente a imagem que se fazia dos processos turbulentos, particularmente na Física dos Fluidos.

É no tratamento de sistemas dissipativos que comparecem as diferenças mais importantes com relação às abordagens anteriores. Com a introdução do conceito de atrator caótico (conjunto de trajetórias) e a noção subjacente de dependência sensitiva às condições iniciais estabeleceram-se bases seguras para uma teoria matemática dos processos caóticos. O estudo de propriedades topológicas de atratores caóticos reconstruídos a partir de séries temporais experimentais tem permitido, se não conclusões definitivas, uma interpretação alternativa dos processos turbulentos, onde as estruturas dissipativas coerentes desempenham um papel relevante. O estudo da transição ordem-caos em sistemas dissipativos levou à identificação de sequências de bifurcações, incluindo certos aspectos universais, que puderam ser verificados experimentalmente numa grande variedade de situações e em diferentes áreas do conhecimento.

Embora a tradição dos estudos em sistemas dinâmicos remonte a Henri-Poincaré (1854-1912), que, inspirado por problemas em Mecânica Celeste, percebeu a utilidade do estudo de estruturas topológicas no espaço de fases de trajetórias dinâmicas, com importantes contribuições posteriores de G.D. Birkhoff (1884-1944) à teoria ergódica e

fundamentos de Mecânica Estatística, que fortaleceram as bases teóricas legadas por Poincaré, é nos últimos trinta anos que a “Ciência do Não-Linear” se estabelece como tal, enriquecendo a visão que se tinha da Física Clássica.

Para esta transformação contribuíram, entre outras, disciplinas tão diversas quanto a Teoria dos Fenômenos Críticos, a Ótica Quântica e a Dinâmica dos Fluidos.

E quando se fala em sistema caótico, (LASKAR apud ARAÚJO, 1989) ressalta uma grande variedade de sistemas que apresenta comportamentos complicados, irregulares, imprevisíveis, em maior ou menor grau, a exemplo do clima, de certos circuitos elétricos e reações químicas, o tráfego de carros, ou inclusive o aparentemente regular sistema solar.

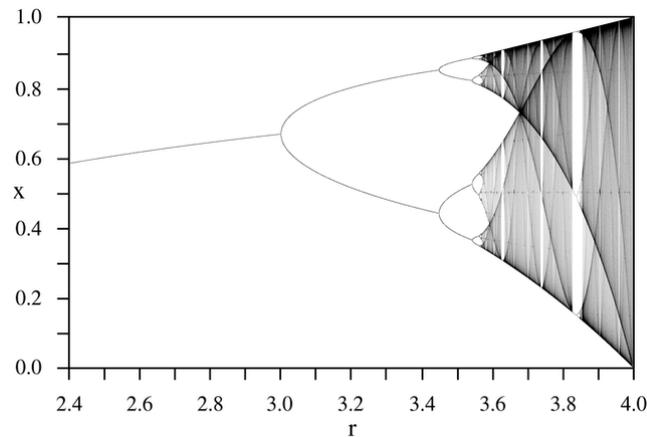
Valerio (2014) ressalta que embora numerosos sistemas naturais e artificiais sejam completamente descritos por leis determinísticas e equações diferenciais não lineares sem componentes estocásticos, muitos apresentam um comportamento dinâmico caótico, caracterizado pela imprevisibilidade e extrema sensibilidade às condições iniciais e aos parâmetros do sistema. Este fato tornou-se uma das maiores descobertas da humanidade, e o interesse por sistemas com tal comportamento, caótico, cresceu de modo vertiginoso, principalmente pelo desenvolvimento de métodos numéricos que passaram a ser implementáveis em computadores com capacidades de processamento cada vez mais elevadas.

Ainda de acordo com o autor, o objetivo da ciência clássica é encontrar leis deterministas e imutáveis que governam a realidade. Com o uso destas leis, é possível prever a evolução futura de qualquer sistema real, bastando extrapolar as funções matemáticas representativas das mesmas a partir de valores iniciais dados. Temos, então, os sistemas dinâmicos determinísticos, que possuem como característica principal essa previsibilidade de comportamento. Para se obter um resultado desejado, seria suficiente manipular adequadamente o ponto de partida e, depois, aguardar que o mecanismo determinístico da realidade conduzisse o sistema, automaticamente, para o estado almejado.

Essa grande variedade de sistemas que apresenta comportamentos complicados, acabou trazendo aplicações e modelos para tentar solucionar e melhor contribuir para o caos. Tratando-se de modelo, existe um criado por Robert May, o Mapa Logístico, apresenta comportamento periódico para determinados parâmetros e caótico para outros. A fig. 3.1 abaixo representa, por exemplo, uma construção do diagrama de mapa

logístico a partir da simulação utilizada do trabalho de Valerio (2004) para observar a rota de duplicação de período.

Fig. 3.1: Diagrama do mapa logístico



Fonte: <https://def.fe.up.pt/dinamica/caos/slide11.html>

O mapa logístico acima mostra uma taxa de crescimento para determinada população como é estudado na biologia, e essas interseções são chamadas de bifurcações onde se nasce o caos.

Em sistemas caóticos percebemos também que as condições iniciais dadas a um mesmo mapa logístico, por exemplo, alteram o resultado. Estudando duas trajetórias de um sistema caótico preparado em condições iniciais muito próximas, é possível perceber que depois de um número finito de iterações, as sequências se distanciam inicialmente muito rápido. E, não importa o quão próximo pegarmos as condições iniciais, suas funções se distanciarão exponencialmente rápido. Este fato torna o sistema imprevisível. Portanto, o caos é uma característica de um grupo de trajetórias.

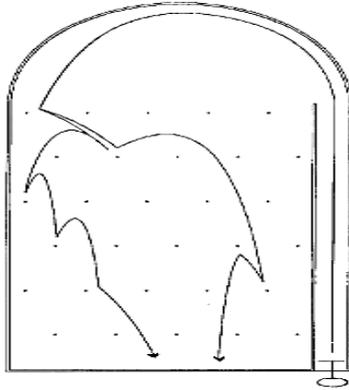
Carlin et al (2005) destaca que nos últimos anos, tem aumentado o interesse em aplicações comerciais e industriais. Como exemplo pode-se mencionar o uso do caos em processamento de informações, análises financeiras e previsão e controle de atividade cardíaca, baseado em trabalhos de Hogg; Huberman (1984) e de Winfree (1980).

Savi (2006) ressalta que Lorenz quando escreveu seu livro, afirmou que o Pinball para o caos assim como o dado está para a probabilidade. Diferenças mínimas nas condições iniciais do lançamento da bola, podem acarretar diferenças muito grandes depois de um certo tempo, inviabilizando certas jogadas. De maneira análoga, uma pequena variação no impulso de um esquiador no início de uma pista pode acarretar

grandes diferenças em um determinado ponto da pista. A fig. 3.2 a seguir mostra um esquema do Pinball e a fig. 3.3 de uma pista de esqui, mostrando trajetórias para diferentes condições iniciais.

Fig. 3.2: Sensibilidade às condições iniciais (Lorenz, 1996)

(a) Pinball



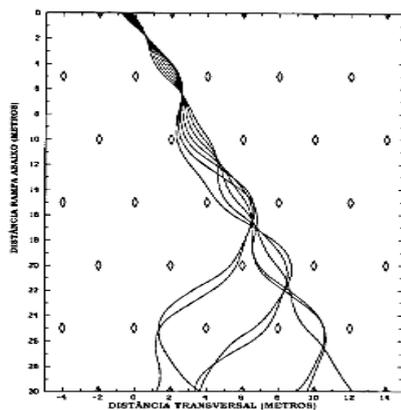
Fonte: SAVI (2006)



Fonte: <http://organizationdpg.blogspot.com>

Fig.: 3.3: Sensibilidade às condições iniciais (Lorenz, 1996)

(b) Pista de esqui



Fonte: SAVI (2006)



Fonte: <http://br.depositphotos.com>

E por fim, para alguns autores citados no trabalho de Araújo como (NUSSSENSVEIG,1999; FIEDLER-FERRARA;PRADO, 1994; HILBORN, 1994 e LAM, 1990), levaram a identificação dos regimes caóticos da dinâmica e a quantificação do grau de caoticidade são essenciais para estabelecer os limites dentro dos quais é possível efetuar predições. Dentre as aplicações da teoria do caos destacam-se o controle do caos e a sincronização de sistemas acoplados.

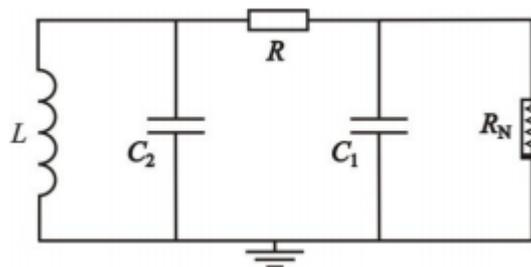
E as equações de sistemas não lineares fazem com que o uso de técnicas e simulações computacionais seja realizado para facilitar tais dificuldades em resolvê-las. O exemplo do mapa logístico é o mais comum para investigar o conceito de caos, modelo usado para sistemas ecológicos em Biologia.

### 3.3 Caracterização do Caos

Existem sistemas cujo comportamento encontra-se a meio caminho entre o comportamento regular rígido e o comportamento totalmente aleatório. Esses sistemas são chamados de sistemas caóticos ou simplesmente caos. E o caos está em todo lugar à nossa volta e dentro de nós.

E tratando de circuitos elétricos envolvendo caos, tem-se o circuito de Chua. Ele recebeu esse nome por ter sido elaborado primeiramente por Leon O. Chua em 1984. Ele foi desenvolvido com o propósito de simular o comportamento caótico do sistema de Lorenz e, dependendo dos valores dos parâmetros, outros tipos de comportamentos, caóticos ou até periódicos. O circuito de Chua é um dos circuitos osciladores mais estudados na literatura, sendo também um dos que apresentam melhores resultados devido a sua boa reprodutibilidade e facilidade de implementação, utilizando-se componentes comerciais. Além disso, o circuito de Chua é um dos poucos sistemas físicos não lineares que apresentam regimes caóticos por diferentes abordagens, tais como simulações computacionais, experimentos e análises matemáticas. Abaixo tem-se a fig. 3.4 mostra um esquema para ilustrar o circuito de Chua.

Fig. 3.4: Esquema do circuito de Chua

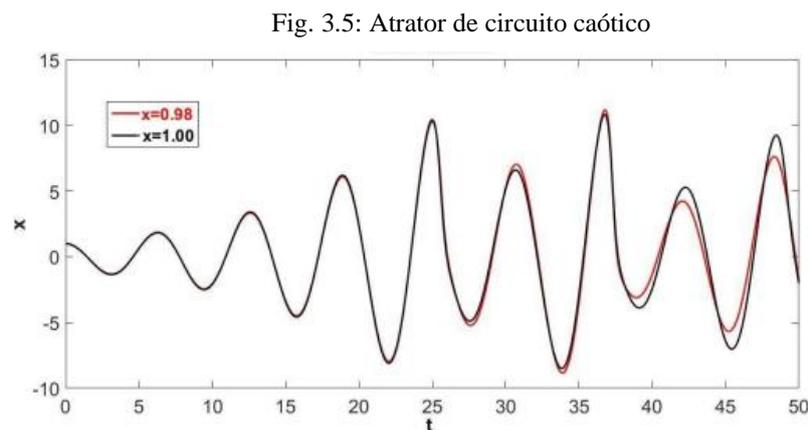


Fonte: LAZARINI; CHAVARETTE (2012)

Na simulação do circuito proposto, foi investigada a dinâmica não-linear do sistema. A Figura 3.4 ilustra o comportamento do circuito para os dados parâmetros, utilizando-se do software MatLab para simulá-lo, apresentando um comportamento

caótico. Com isso, o circuito de Chua-Matsumoto nos permite modelar e analisar o comportamento caótico que surge de um sistema físico real. Pelo seu funcionamento relativamente simples, assim como pela facilidade de construção e observação do circuito, podemos concluir que o dado circuito é um ótimo exemplo de sistema dinâmico não linear, sendo altamente indicado para estudos e experimentos relacionados com o tema proposto.

A fig. 3.5 a seguir mostra diferentes atrator de Rossler de um circuito caótico plotado pelo Simulink segundo o trabalho de Fiumarelli (2017).



Fonte: Fiumarelli (2017)

E umas das principais características do caos são a **Não linearidade** (Se o comportamento de um sistema for linear, esse sistema não pode ser caótico); **Determinismo** (Existem regras subjacentes determinísticas e “não probabilísticas”) que todo estado futuro do sistema deve obedecer; **Sensibilidade a condições iniciais** (Pequenas alterações nas condições iniciais podem levar a comportamentos radicalmente diferentes do sistema em seu estado final. É o chamado “efeito borboleta”, uma perturbação de um bater de asas de uma borboleta na Tailândia poderia modificar o tempo no Brasil, algum tempo depois); **Manutenção da irregularidade no comportamento do sistema** (Há uma ordem oculta que inclui um número grande ou mesmo 21 infinito de movimentos ou configurações periódicas e instáveis ocultas na infraestrutura de sistemas caóticos. Resumindo há uma “ordem na desordem”); **Previsão a longo prazo impossível** (Em decorrência da sensibilidade às condições iniciais, a previsão, “mas não o controle”) do comportamento de sistemas caóticos a longo prazo é impossível, porque as condições iniciais são conhecidas com grau de precisão finito).

O principal efeito causado pela não-linearidade de um componente é a distorção harmônica. Esta encontra-se presente, por exemplo, quando o volume de som de um amplificador áudio é colocado no máximo da sua escala, fazendo-se sentir, designadamente, através da geração de sinais agudos cuja frequência se encontra no limite da escala audível. É vulgar a distorção harmônica constituir um dos parâmetros determinantes do desempenho de um determinado circuito ou sistema eletrônico.

E para isso, existe o sistema caótico, sistema capaz de explicar e abordar essas características que não se vê no ensino médio, apenas em graduação de Licenciatura em física, e muitas das vezes apenas em pós-graduação em Física. E o propósito é levar o sistema caótico para o ensino médio através de recursos didáticos simples e de fácil acesso para inovar o ensino de física e levar conteúdo não explorados.

Araújo (s/d) diz que, com efeito, não-linearidades, presentes em quase todo sistema, podem tornar a sua evolução não trivial. Em particular, o caos é um dos comportamentos que podem ser observados em sistemas não-lineares para determinados valores dos parâmetros. Em tais casos, uma pequena perturbação nas condições iniciais pode resultar numa grande diferença em tempos posteriores. Trajetórias inicialmente muito próximas divergem exponencialmente. Esta é a denominada "sensibilidade às condições iniciais", que caracteriza o comportamento caótico de alguns sistemas não-lineares tornando-os imprevisíveis.

E ainda de acordo com o autor, assim, mesmo sistemas que possam ser modelados satisfatoriamente por equações deterministas, ou seja, sem ruídos ou incertezas explícitas, podem evoluir de forma aparentemente aleatória e irregular. Na presença de caos, a própria incerteza nas condições iniciais associada à precisão finita de qualquer medição impede prever a evolução futura.

### **3.4 Rota Para o Caos**

O estudo das rotas possíveis para o caos tem suas raízes no estudo geral de equações diferenciais determinísticas (teoria das bifurcações) e constitui a chamada teoria geométrica do caos. À medida que um ou mais parâmetros de controle variam num sistema dinâmico, a natureza do movimento assintótico resultante pode mudar. Os valores dos parâmetros de controle para os quais ocorre mudança de regime assintótico são chamados pontos de bifurcação. Pode-se, portanto, falar em termos de cenários, ou seja, sequências de bifurcações. Ao abordar-se o problema dos possíveis cenários ou

rotas para o caos deve-se compreender como um regime periódico pode perder a estabilidade. De acordo com o modo segundo o qual isso ocorre e a natureza da bifurcação colocada em jogo, o comportamento dinâmico que substituirá o regime periódico (agora instável) será diferente.

Os três principais cenários de transição ordem-caos são: cenário de Ruelle-Takens, via quase-periodicidade; cenário de Feigenbaum, via duplicação de período; e cenário de Pomeau-Manneville, via intermitência. O cenário de Ruelle-Takens é uma rota para o caos baseada em bifurcações de toros e envolve: (1) inicialmente, um sistema num estado estacionário (ex; fluxo laminar em um fluido); (2) para um certo valor do parâmetro de controle o sistema experimenta uma bifurcação de Hopf e começa a oscilar com uma frequência  $f_1$ ; (3) aumentando ainda mais o parâmetro de controle ocorre uma bifurcação de Neymark e o sistema passa a oscilar com duas frequências  $f_1$  e  $f_2$ ; (4) aumentando o parâmetro de controle, ocorre uma segunda bifurcação de Neymark e agora aparecem três frequências ( $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ ); então, o toro  $T_3$  resultante dessa última bifurcação, pode, sob condições bastante gerais, tornar-se instável e ser substituído por um atrator estranho, com o aparecimento de um espectro contínuo de banda larga, característico do comportamento caótico.

### 3.5 Atrator de Lorenz

O primeiro modelo climático de Edward Lorenz exibiu um comportamento caótico, mas envolveu um conjunto de 12 equações diferenciais não lineares. Lorenz decidiu procurar um comportamento complexo em um conjunto ainda mais simples de equações e foi levado ao fenômeno de convecção de fluidos rolantes. O modelo físico é simples: coloque um gás em uma caixa retangular sólida com uma fonte de calor na parte inferior.

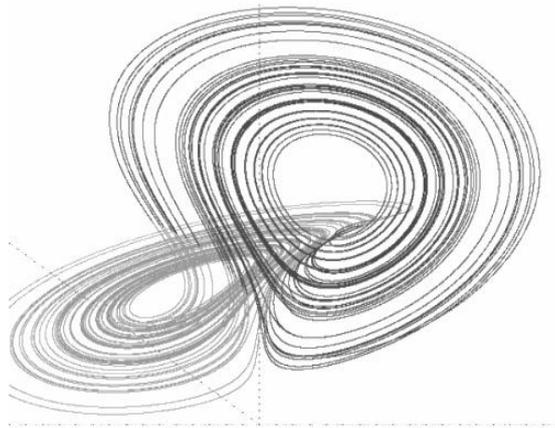
Lorenz simplificou algumas equações da dinâmica de fluidos (chamadas de equações de Navier-Stokes) e acabou com um conjunto de três equações não lineares:

$$\begin{aligned} dx/dt &= Py - x \\ dy/dt &= Rx - y - xz \\ dz/dt &= xy - Bz \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde  $P$  é o número de Prandtl que representa a razão da viscosidade do fluido e sua condutividade térmica,  $R$  representa a diferença de temperatura entre a parte superior e inferior do sistema e  $B$  é a razão da largura para a altura da caixa usada para reter o sistema.

Na superfície, essas três equações parecem simples de resolver. No entanto, eles representam um sistema dinâmico extremamente complicado. Se traçarmos os resultados em três dimensões, é obtida a fig. 3.6 a seguir, denominada atrator Lorenz.

Figura 3.6: Atrator de Lorenz



Fonte: <http://www.stsci.edu/~lbradley/seminar/attractors.html>

O atrator de Lorenz é um exemplo de um atrator estranho. Atratores estranhos são exclusivos de outros atratores do espaço de fase, pois não se sabe exatamente onde estará o atrator. Dois pontos no atrator que estão próximos um do outro ao mesmo tempo serão arbitrariamente distantes posteriormente. A única restrição é que o estado do sistema permaneça no atrator. Atratores estranhos também são únicos, pois nunca se fecham - o movimento do sistema nunca se repete (não periódico). O movimento que se está descrevendo sobre esses atratores é o que entende-se por comportamento caótico.

O atrator de Lorenz foi o primeiro atrator estranho, mas existem muitos sistemas de equações que dão origem à dinâmica caótica. Exemplos de outros atratores estranhos incluem os atratores Rössler e Hénon.

O atrator Rössler surgiu do estudo de oscilações em reações químicas. É formado a partir de outro conjunto de equações de Navier-Stokes, a saber:

$$dx/dt = -y + x \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} dz/dt &= x + Ay \\ dx/dt &= B + xy - Cz \end{aligned}$$

As equações acima são da mesma forma das equações de Lorenz, diferenciando apenas as constantes.

### 3.6 Equação Logística

Muitas vezes olha-se para os sistemas físicos para encontrar o caos, mas também se exhibe na biologia. Os biólogos estudavam a variabilidade nas populações de várias espécies e encontraram uma equação que previa populações de animais razoavelmente bem. Esta equação era uma equação quadrática simples chamada equação da diferença logística. Na superfície, não se esperaria que essa equação proporcionasse o comportamento caótico e fantasticamente complexo que ela exhibe.

A equação da diferença logística é dada por

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n) \quad (3.3)$$

onde  $r$  é o chamado parâmetro de direção. A equação é usada da seguinte maneira. Comece com um valor fixo do parâmetro de condução,  $r$  é um valor inicial de  $x_0$ . Um então executa a equação recursivamente, obtendo  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Para valores baixos de  $r$ ,  $x_n$  (como  $n$  vai para o infinito) eventualmente converge para um único número. Na biologia, esse número ( $x_n$  quando  $n$  se aproxima do infinito) representa a população das espécies.

É quando o parâmetro de direção,  $r$ , é lentamente aumentado, que coisas interessantes acontecem. Quando  $r = 3,0$ ,  $x_n$  não converge mais - oscila entre dois valores. Essa mudança característica de comportamento é chamada de bifurcação. Aumente ainda mais o parâmetro de acionamento e  $x_n$  oscila entre não dois, mas quatro valores. À medida que se continua a aumentar o parâmetro de direção,  $x_n$  passa por bifurcações do período oito, depois dezesseis, depois caos! Quando o valor do parâmetro de acionamento  $r$  é igual a 3,57,  $x_n$  não converge nem oscila - seu valor se torna completamente aleatório.

Para valores de  $r$  maiores que 3,57, o comportamento é amplamente caótico. No entanto, existe um valor específico de  $r$  em que a sequência novamente oscila com um período de três. As bifurcações começam novamente com os períodos 6, 12, 24 e depois voltam ao caos. De fato, foi descoberto no famoso artigo de James Yorke, "O período três implica o caos". que qualquer sequência com um período de três exibirá ciclos regulares de todos os outros períodos, além de exibir ciclos caóticos.

### 3.7 Circuitos Elétricos

Os circuitos elétricos estão presentes diariamente em nossas vidas, sendo utilizados em residências, prédios comerciais, etc. A desvantagem desta tecnologia utilizada há anos, sem sombra de dúvidas, é o impacto ambiental que causa. O desperdício de energia elétrica causa queima excessiva de combustíveis fósseis como carvão, gás natural e petróleo. O século XXI se destaca pela obtenção de energia por meio de fontes alternativas e que causam menos impacto ambiental, indicando assim, ser a forma de geração de energia do futuro.

Circuitos contendo resistores, capacitores e indutores são muito utilizados no processamento de sinais elétricos, ou seja, correntes e tensões. Arranjos desses elementos de circuito podem ser usados para mudar a forma de um sinal elétrico, para eliminar ou acentuar sinais de determinadas frequências, para remover componentes em corrente contínua e assim por diante. E tratando de circuitos elétricos, mas que envolva outro ponto de vista a ser estudado como, por exemplo, a não-linearidade, sendo um sistema dinâmico não-linear, envolve outra resposta, tendo um outro comportamento diferente daquele visto de forma linear quando se estuda no 3º ano do Ensino Médio.

Rebello (2000) destaca a necessidade de superar o baixo desempenho dos alunos em relação à compreensão sobre circuitos elétricos e associação de resistores, quando o ensino ocorre de modo tradicional, justifica o presente estudo. A não vinculação ao cotidiano do aluno muitas vezes deixa a disciplina de Física, pouco atrativa e desinteressante. Preocupando-se com esse aspecto, este trabalho defende que é importante envolver os alunos em um trabalho contextualizado com vistas a promover a reflexão e contribuir para a ocorrência de aprendizagens significativas associadas ao seu cotidiano.

E quando se fala em circuitos elétricos, entende-se o estudo dos componentes que compõem o mesmo, por exemplo, a função de um resistor, o papel de um capacitor,

a função de um indutor, o papel da corrente elétrica e também a função da bateria que alimenta o circuito. E tratando de circuitos elétricos, têm-se várias equações básicas que interpretam os componentes elétricos presentes em circuitos. Cada componente tem sua equação ou fórmula. E cada fórmula tem sua linearidade, sabe-se o que acontece com um resistor ôhmico, por exemplo, ele sempre é constante, à medida que sua diferença de potencial (ddp) aumenta, conseqüentemente sua corrente elétrica aumenta. O mesmo caso de linearidade serve para o capacitor, a média que sua quantidade de carga ( $Q$ ) aumenta, conseqüentemente sua ddp aumenta.

Por outro lado, quando se aplica um sistema não linear em circuitos elétricos, não se tem o mesmo resultado ou comportamento esperado, e assim as equações mudam, tornando um outro tipo de equação, e essas equações se tornam em equações diferenciais de ordem (EDO) para poder saber de fato e mais real o que se obtém quando se introduz um sistema não linear em um circuito elétrico.

Uma das aplicações práticas mais importantes do eletromagnetismo é sua utilização em circuitos elétricos, desde aqueles empregados para transmissão e distribuição de potência em larga escala até os que fazem parte, por exemplo, da arquitetura de um microcomputador. Vamos discutir os circuitos tanto de corrente contínua (DC) como alternada (AC), mas sempre com a restrição a correntes quase-estacionárias (o que exclui, por exemplo, circuito de micro-ondas).

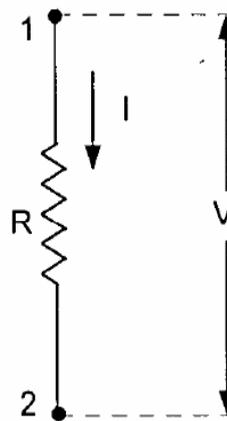
No tratamento teórico de circuitos, é conveniente representar os seus elementos constituintes de forma idealizada. Assim, uma bobina real terá, além de sua autoindutância, também resistência (a do fio) e capacitância entre seus terminais, mas é conveniente dissociar esses elementos uns dos outros e representá-la em termos de “indutância pura”, “resistência pura” e “capacitância pura”. Os fios condutores que ligam uma bobina a um capacitor, tem resistência, mas convencionou-se desprezá-la e, se necessário, agregá-la à resistência de um “resistor puro”.

## Elementos de circuito

### (a) Resistor

Um resistor (ôhmico) é um elemento de circuito, representado pela fig. 3.7 que obedece à lei de Ohm, ou seja, tal que, quando atravessado por uma corrente  $I$ , tem uma queda de potencial (no sentido da corrente:  $V \equiv V_1 - V_2$ ) através de seus extremos 1 e 2

Fig. 3.7: Resistor



Fonte: Nussenzveig (1997)

dada por

$$V=RI \quad (3.4)$$

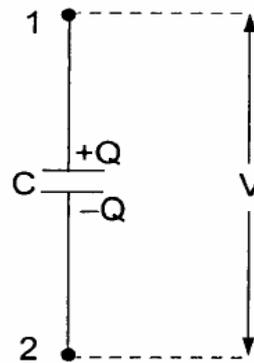
Num resistor, há uma conversão de energia elétrica em energia térmica, dada pelo efeito joule, que é justamente a conservação de energia elétrica. Consequentemente terá uma potência dissipada que é

$$P=I^2R \quad (3.5)$$

(b) Capacitor

Num capacitor, representado pela fig. 3.8 uma das placas (armaduras) tem carga  $Q$ , a outra  $-Q$ , (estas cargas podem variar com o tempo, desde que de forma quase-estacionária), e a queda de potencial  $V \equiv V_1 - V_2$  entre as placas

Figura 3.8: Capacitor



Fonte: Nussenzveig (1997)

é dada por

$$V = \frac{Q}{C} \quad (3.6)$$

onde  $C$  é a capacitância do capacitor.

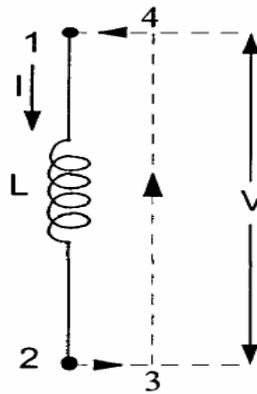
Um capacitor armazena energia elétrica. A energia total armazenada é

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C} \quad (3.7)$$

### (c) Indutor

Um indutor, representado pela fig. 3.9, é um elemento idealizado dentro do qual o campo magnético se supõe inteiramente confinado, como num solenoide infinito, e de resistência desprezível (logo, ao longo do solenoide, podemos tomar  $E = 0$  como um condutor perfeito). Tomando o circuito fechado 1234, onde 3 e 4 são arbitrariamente próximos de 1 e 2, respectivamente,

Figura 3.9: Indutor



Fonte: Nussenzveig (1997)

vem então

$$\oint_{1234} E \cdot dl = -L \frac{dI}{dt} \cong \int_3^4 E \cdot dl = -(V_4 - V_3) \cong -(V_1 - V_2) \equiv -V \quad (3.8)$$

ou seja,

$$V = L \frac{dI}{dt} \quad (3.9)$$

é a queda de potencial através dos extremos do indutor, tomada no sentido da corrente. Note que, na região entre 3 e 4 da fig. 3.9, é  $B=0$  e  $\text{rot } E=0$ ; logo,  $V$  é bem definido.

Num indutor, há armazenamento de energia, sob a forma de energia magnética. A anergia armazenada é

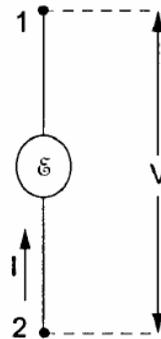
$$U = \frac{1}{2} LI^2 \quad (3.10)$$

(d) Gerador

Um gerador é uma fonte de fem, que pode ser trata de forma análoga ao que fizemos para uma bateria (gerador DC); é representado pela fig. 3.10. Ao contrário dos anteriores, que são passivos, um gerador é um elemento ativo de um circuito, que

fornece energia. Como vimos para a bateria, o gerador é atravessado pela corrente no sentido inverso ao da queda de potencial,

Figura 3.10: Indutor



Fonte: Nussenzveig (1997)

de modo que

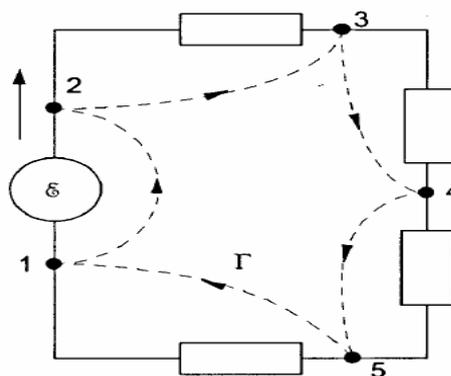
$$V_1 - V_2 \equiv V = -\varepsilon \tag{3.11}$$

é a “queda” de potencial neste caso. O gerador fornece energia à taxa  $\varepsilon I$ .

### As Leis de Kirchhoff

Consideremos um circuito como o que está indicado esquematicamente na fig 3.11, onde representa qualquer elemento passivo (R, C ou L).

Figura 3.11: Circuito



Fonte: Nussenzveig (1997)

Se tomarmos um contorno  $\Gamma$  fechado que passa por fora de todos os elementos de circuito, onde o campo magnético  $\mathbf{B}$  é  $= 0$  (em vista das idealizações feitas), a lei da indução dá

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \tag{3.12}$$

onde, por exemplo,

$$\int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_1^2 dV = V_1 - V_2 = - \varepsilon \tag{3.12}$$

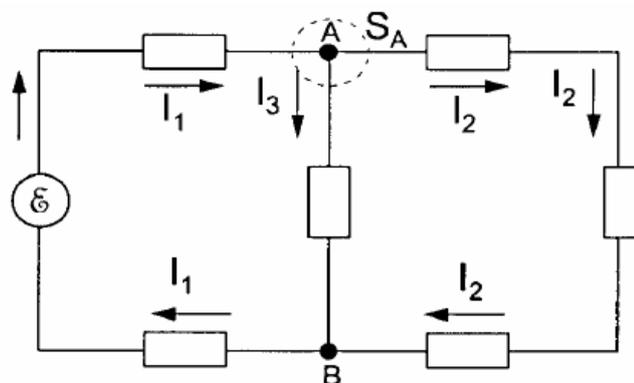
é a queda de tensão entre os pontos 1 e 2.

Pela eq. (3.12), a soma de todas as quedas de tensão ao longo de uma malha de um circuito é nula (1ª lei de Kirchhoff ou lei das malhas).

Essa soma é uma soma algébrica, lembrando que uma queda de tensão é positiva quando estamos indo de um ponto a outro no sentido da corrente e negativa quando em sentido oposto, e que a queda de tensão através de um gerador é o oposto da fem no sentido da corrente.

Consideremos agora um circuito como o da fig. 3.12, que tem duas malhas. Pontos como A ou B, em que se juntam dois ou mais elementos do circuito, chama-se nós.

Figura 3.12: Circuito com duas malhas



Fonte: Nussenzveig (1997)

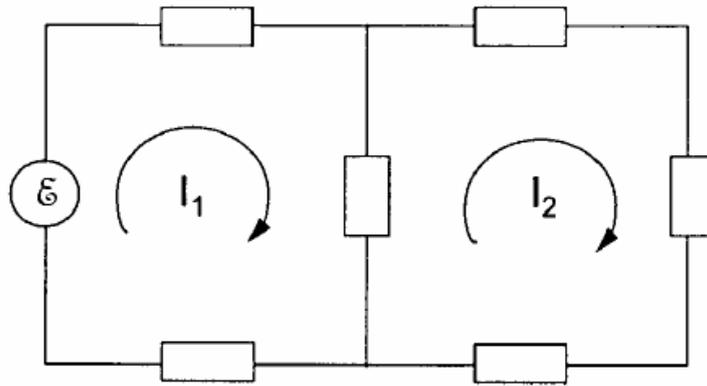
Se tomarmos uma superfície fechada  $S_A$  em torno do nó A, o ponto A não é fonte nem sorvedouro de cargas (conservação de carga elétrica), de modo que, se  $\mathbf{j}$  é a densidade de corrente,

$$\oint_{S_A} j \cdot dS = I_2 + I_3 - I_1 = 0 \quad (3.13)$$

ou seja, a soma algébrica de todas as correntes que saem de um nó (contando com o sinal – uma corrente que entra) é  $\epsilon = 0$  (2ª lei de Kirchhoff ou lei dos nós).

Aplicando esta lei ao nó B, obteríamos o mesmo resultado conforme mostra a fig. 3.13, ou seja,  $I_3 = I_1 - I_2$

Figura 3.13: Circuito com duas malhas



Fonte: Nussenzweig (1997)

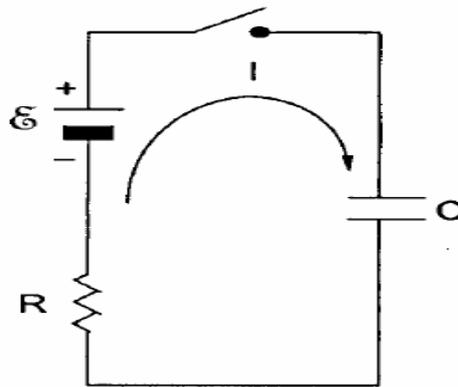
Logo, somente as correntes  $I_1$  e  $I_2$  são variáveis independentes: podemos tratar um circuito com várias malhas, tomando como variáveis as correntes circulantes nas malhas, como na fig. 3.13, o que define a corrente através de cada elemento.

### Transientes em circuitos R-C e R-L

#### (a) Circuito R-C

Consideremos um capacitor, inicialmente descarregado e ligado a uma bateria de fem  $\mathcal{E}$ , e seja  $R$  a resistência do circuito (que inclui a resistência interna da bateria), conforme a fig. 3.14. O que acontece quando se liga a chave?

Figura 3.14: Circuito R-C



Fonte: Nussenzveig (1997)

Pela 1ª lei de Kirchhoff,

Temos a conservação de carga, igualando então a equação a zero, de modo que,

$$RI(t) - \varepsilon + \frac{q(t)}{C} = 0 \quad (3.14)$$

onde  $I(t)$  é a corrente no instante  $t$  e  $q(t)$  a carga armazenada no capacitor nesse instante.

Mas a corrente  $I(t)$  está relacionada com a carga por

$$I(t) = \frac{dq}{dt} \quad (3.15)$$

Logo, derivando a eq. (3.15) em relação a  $t$ , obtemos

$$R \frac{dI}{dt} + \frac{I(t)}{C} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dI}{I(t)} = -\frac{dt}{\tau_c} \end{array} \right. \quad (3.16)$$

onde  $\tau_c = RC$ , e tem a dimensão de um tempo:

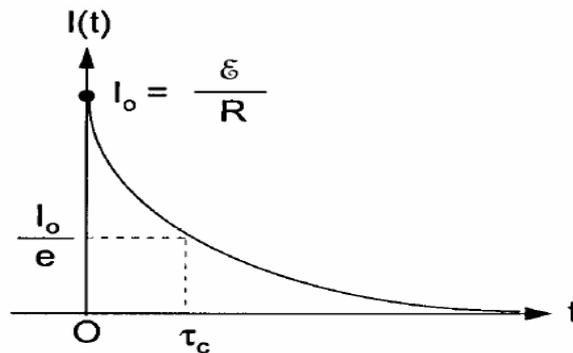
$$R = \frac{\text{Volt}}{\text{Ampère}}; C = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}}$$

Integrando entre  $t = 0$  [quando  $q = 0$  e  $I(0) = \varepsilon R$  pela 1ª lei (eq. 3.12)] e  $t$ ,

$$\ln \frac{I(t)}{I(0)} = -\frac{t}{\tau_c} \quad \left\{ \begin{array}{l} I(t) = \frac{\varepsilon}{R} \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right) \end{array} \right. \quad (3.17)$$

Vemos que a corrente de carga da fig. 3.15, do capacitor decai exponencialmente com o tempo, com constante de tempo  $\tau_c = RC$  (tempo que leva para cair a  $1/e$  do valor inicial).

Figura 3.15: Corrente de carga de um capacitor



Fonte: Nussenzveig (1997)

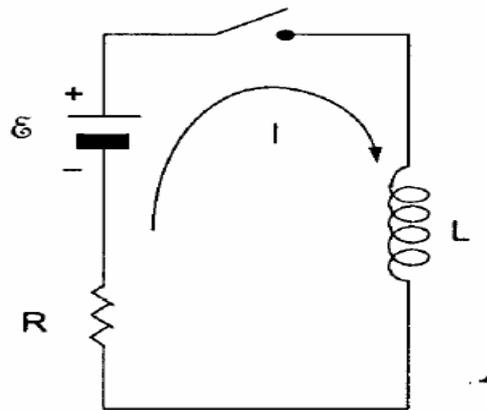
Para  $t \gg \tau_c$ , a corrente  $I(t)$  é  $= 0$  e o capacitor atinge a carga final  $Q = C\varepsilon$  [(eq. 3.14) e (eq. 3.20)]

Se, com o capacitor inicialmente carregado, removemos a bateria e fechamos o circuito, o capacitor se descarrega com a mesma lei exponencial e a mesma constante de tempo.

#### (b) Circuito R-L

Analogamente ao caso anterior, quando se liga a chave, a 1ª lei de Kirchhoff aplicada à malha, dá a fig. 3.16

Figura 3.16: Circuito R-L



Fonte: Nussenzveig (1997)

e analogamente também ao caso anterior, temos para o circuito a conservação de energia elétrica

$$RI - \varepsilon + L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (3.18)$$

onde, para  $t = 0, I = I_0 = 0$ .

Comparando com a equação para  $q(t)$  no caso da carga do capacitor, onde  $I = \frac{dq}{dt}$  vemos que as equações são idênticas, desde que se façam as mudanças:  $q \rightarrow I, R \rightarrow L, 1/C \rightarrow R$ , o que implica

$$\tau_c \rightarrow \tau_L \equiv \frac{L}{R} \quad (3.19)$$

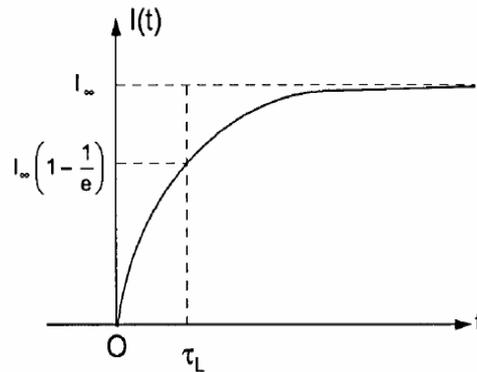
Também as condições iniciais se correspondem, pois  $q(0) = q_0 = 0$  para o capacitor.

Integrando em relação ao tempo o resultado (eq. 3.17) obtido para o capacitor, vem:

$$\begin{aligned} q(t) &= \int_0^t I(t)' dt' = \frac{\varepsilon}{R} \int_0^t \exp\left(-\frac{t'}{\tau_c}\right) dt' = \frac{\varepsilon}{R} \cdot (-\tau_c) \exp\left(-\frac{t'}{\tau_c}\right) \Big|_0^t = \quad (3.20) \\ &= \frac{\varepsilon}{R} \tau_c \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right)\right] \quad \left\{ \begin{array}{l} q(t) = \varepsilon C \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right)\right] \end{array} \right. \end{aligned}$$

Com as mudanças indicadas, vem então, para o circuito R-L, a fig. 3.17 que demonstra o comportamento da corrente elétrica em função do tempo

Figura 3.17: Crescimento da corrente no circuito R-L



Fonte: Nussenzveig (1997)

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_L}\right) \right] \quad (3.20)$$

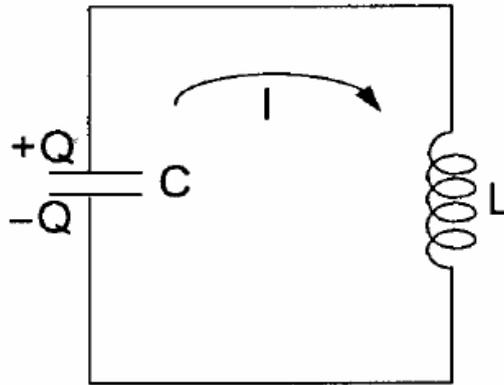
mostrando que a corrente se aproxima exponencialmente de seu valor assintótico dado pela lei de Ohm,  $I_\infty = \mathcal{E}/R$ , com constante de tempo  $\tau_L = L/R$  (demora tanto mais quanto maior for L, devido ao efeito de inércia da lei da indução, que se opõe à variação do fluxo, e por conseguinte da corrente).

Os dois efeitos que acabamos de considerar, nos circuitos R-C e R-L, são típicos efeitos transientes (transitórios), que tendem a desaparecer após um tempo característico do sistema, que é a constante de tempo. Em geral, estamos interessados apenas na solução estacionária, que se estabelece assintoticamente, para tempos  $t \gg$  constante de tempo característica do circuito.

### Oscilações livres num circuito L-C

Consideremos um circuito idealizado, que consiste exclusivamente em um capacitor de capacitância C e um indutor de auto-indutância L como mostra a fig. 3.18. Como desprezamos inteiramente a resistência, não há dissipação, e a energia inicialmente armazenada no circuito se conserva. Podemos considerar, por exemplo, que essa energia corresponde a uma carga inicial do capacitor.

Figura 3.18: Circuito L-C



Fonte: Nussenzveig (1997)

A 1ª lei de Kirchhoff dá

$$\frac{Q}{C} + L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (3.21)$$

ou, derivando em relação ao tempo, com  $dQ/dt = I$ ,

$$\frac{I}{C} + L \frac{d^2 I}{dt^2} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 I}{dt^2} + \omega_0^2 = 0 \end{array} \right. \quad (3.22)$$

onde  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , que dá a frequência angular das oscilações livres neste circuito.

A equação para  $I$  é a equação de um oscilador harmônico de frequência angular  $\omega_0$ . Usando notação complexa ( $i \equiv \sqrt{-1}$ ), a solução geral é

$$I(t) = \text{Re}(Ae^{i\varphi} \cdot e^{i\omega_0 t}) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (3.23)$$

onde  $A$  (amplitude real) e  $\varphi$  (fase inicial) são as duas constantes reais necessárias para satisfazer às duas condições iniciais (a equação diferencial é de 2ª ordem), por exemplo, a especificação da carga inicial  $Q_0$  no capacitor e da corrente inicial  $I_0$  através do indutor.

Assim, integrando em relação a  $t$ , basta escrever

$$Q(t) = \frac{A}{\omega_0} \text{sen}(\omega_0 t + \varphi) \quad (3.24)$$

sem constante de integração adicional, pois já temos duas constantes arbitrárias:

$$\left. \begin{aligned} I(0) = I_0 = A \cos \varphi \\ Q(0) = Q_0 = \frac{A}{\omega_0} \text{sen} \varphi \end{aligned} \right\} \begin{aligned} A &= \sqrt{I_0^2 + \omega_0^2 Q_0^2} \\ \varphi &= \text{tg}^{-1} \left( \frac{\omega_0 Q_0}{I_0} \right) \end{aligned} \quad (3.25)$$

o que determina  $A$  e  $\varphi$  em função dos valores iniciais  $Q_0$  e  $I_0$ . Por exemplo, se inicialmente não há corrente,  $I_0 = 0$ , e a carga está toda concentrada no capacitor, temos  $A = \omega_0 Q_0$  e  $\varphi = \pi/2$ .

A energia armazenada no capacitor no instante  $t$  é (usando  $\omega_0^2 = 1/LC$ )

$$U_c(t) = \frac{Q^2(t)}{2C} = \frac{A^2}{2\omega_0^2 C} \text{sen}^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{2} L A^2 \text{sen}^2(\omega_0 t + \varphi) \quad (3.26)$$

e podemos pensar nela como inteiramente contida no campo elétrico entre as placas do capacitor.

A energia armazenada no indutor no instante  $t$  é

$$U_L(t) = \frac{1}{2} L I^2(t) = \frac{1}{2} L A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \quad (3.27)$$

que é a energia magnética contida no campo  $B$  dentro do indutor.

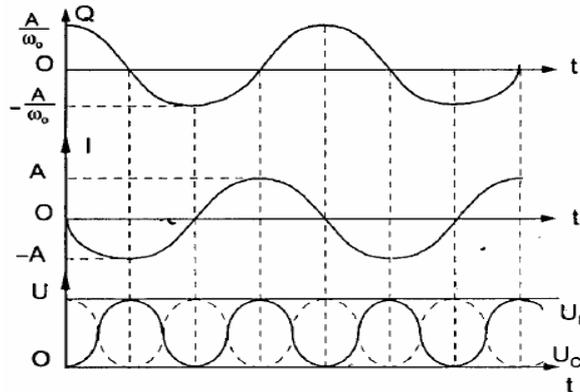
A energia total é

$$U = U_L + U_c = \frac{1}{2} L A^2 = \frac{1}{2} \frac{A^2}{\omega_0^2 C} \quad (3.28)$$

e se conserva, dada a ausência de dissipação ( $R = 0$ ).

Os gráficos da que estão presentes na fig. 3.19, ilustram o andamento da carga Q e da corrente I em função do tempo, para a condição inicial  $I_0 = 0$ , bem como das contribuições elétrica ( $U_C$ ) e magnética ( $U_L$ ) à energia total U.

Fig. 3.19: Carga Q, corrente I e energia U  
Em função do tempo



Fonte: Nussenzveig (1997)

Como

$$\text{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \text{cos}x$$

vemos que a corrente I está adiantada de  $\pi/2$ , na fase, em relação à carga (em quadratura). Tanto a corrente como a carga trocam de sinal (sentido) a cada hemicyclo. A energia oscila entre energia elétrica e energia magnética, mantendo constante a energia eletromagnética total (soma das duas).

Há uma analogia completa entre as oscilações elétricas desse circuito e as oscilações mecânicas livres de uma partícula de massa m presa a uma mola de constante de mola k, sendo x o deslocamento da massa a partir do equilíbrio (tabela 01).

Tabela 02: Analogia com os osciladores

OSCILADOR MECÂNICO	OSCILADOR L-C
$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$	$L \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{C} Q = 0$
$x, m, k, \omega_0 = \frac{\sqrt{k}}{m}$	$Q, L, 1C, \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
$v = \frac{dx}{dt}$	$I = \frac{dQ}{dt}$

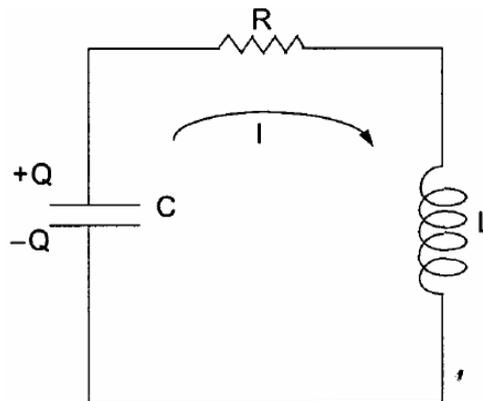
<p><i>Energia cinética:</i> <math>T = \frac{1}{2}mv^2</math></p> <p><i>Energia Potencial:</i> <math>V = \frac{1}{2}kx^2</math></p>	<p><i>Energia magnética:</i> <math>U_M = \frac{1}{2}LI^2</math></p> <p><i>Energia elétrica:</i> <math>U_E = \frac{Q^2}{2C}</math></p>
--	---

Em particular, L representa inércia (massa m)

### Oscilações amortecidas: circuito R-L-C

Consideremos agora a situação mais realista em que levamos em conta a resistência R que deve existir sempre no circuito, além da indutância L e do capacitor C representado pela fig. 3.20.

Figura 3.20: Circuito R-L-C



Fonte: Nussenzveig (1997)

A 1ª lei de Kirchhoff dá agora

$$\frac{Q}{C} + RI + L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (3.29)$$

ou seja, derivando em relação a t e dividindo por L,

$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = 0 \quad (3.30)$$

ou ainda, indicando por  $(\dot{\phantom{x}})$  uma derivada em relação a t,

$$\ddot{I} + \gamma \dot{I} + \omega_0^2 I = 0 \quad (3.31)$$

onde

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad , \quad \gamma = \frac{R}{L} \equiv \frac{1}{\tau_L} \quad (3.32)$$

Reconhecemos a equação diferencial de um oscilador harmônico amortecido onde a resistência introduz o amortecimento (atrito). O equivalente mecânico corresponderia à massa, ligada à mola, oscilando dentro de um fluido viscoso. Usando a notação complexa para a solução,

$$I(t) = Re(Ae^{i\varphi} \cdot e^{pt}) \quad (3.33)$$

obtemos a equação característica [ $d/(dt)$  corresponde à multiplicação por  $p$ ]

$$p^2 + \gamma p + \omega_0^2 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} p_{\pm} = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2} \end{array} \right. \quad (3.34)$$

Consideraremos apenas o caso de amortecimento subcrítico, em que

$$\left| \frac{\gamma}{2} < \omega_0 \right| \quad \left\{ \begin{array}{l} = \frac{R}{2L} < \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \left| R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} \right| \end{array} \right. \quad (3.35)$$

Obtemos

$$\left| \begin{array}{l} p_{\pm} = -\frac{\gamma}{2} \pm i\omega_1, \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}} \end{array} \right. \quad (3.36)$$

onde basta tomar a solução com sinal +, pois já temos duas constantes arbitrárias  $A$  e  $\varphi$  para satisfazer às condições iniciais. Então,

$$I(t) = Re[Ae^{-\frac{\gamma}{2}t} \cdot e^{i(\omega_1 t + \varphi)}] \quad (3.37)$$

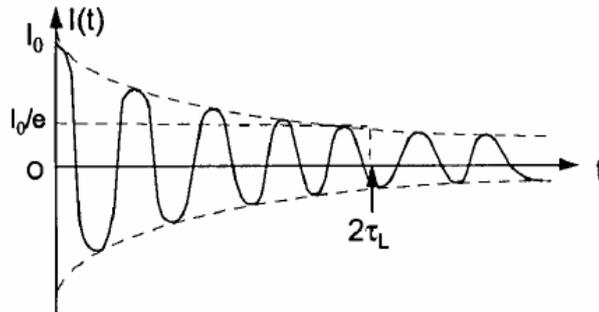
ou seja,

$$|I(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t} \cos(\omega_1 t + \varphi)| \quad (3.38)$$

que se reduz à solução anterior quando  $R = 0$  ( $\gamma \rightarrow 0$ ,  $\omega \rightarrow \omega_0$ ).

A corrente oscila, mas com amortecimento exponencial (envoltória) de constante de tempo  $2/\gamma = 2\tau_L$  representada pela fig. 3.21.

Fig. 3.21: Oscilações amortecidas da corrente



Fonte: Nussenzweig (1997)

#### Amortecimento fraco

Vamos supor que

$$\gamma \ll \omega_0 \quad (\omega_1 \approx \omega_0)$$

Nesse caso,

$$I(t) = \text{Re}[Ae^{-\frac{\gamma}{2}t} \cdot e^{i(\omega_1 t + \varphi)}] \quad (3.39)$$

ou seja,

$$Q(t) = \int^t I(t') dt' = \text{Re} \left( Ae^{i\varphi} \cdot \frac{e^{pt}}{p} \right) \approx \text{Re} \left( -\frac{iA}{\omega_1} e^{i\varphi} e^{pt} \right) \quad (3.40)$$

onde aproximamos  $p = p_+$  por  $i\omega_1$ , no denominador, e as constantes  $A$  e  $\varphi$  são determinadas pelas condições iniciais,  $Q(0)$  e  $I(0)$ . Assim,

$$Q(t) \cong \frac{A}{\omega_1} e^{-\frac{\gamma}{2}t} \text{sen}(\omega_1 t + \varphi) = 0 \quad (3.41)$$

A energia  $U_C$  armazenada no capacitor no instante  $t$  é

$$U_C = \frac{Q^2}{2C} = \frac{A^2}{2\omega_1^2 C} e^{-\gamma t} \text{sen}^2(\omega_1 t + \varphi) \approx \frac{A^2}{2\omega_0^2 C} e^{-\gamma t} \text{sen}^2(\omega_1 t + \varphi), \quad (3.42)$$

o que dá

$$U_C(t) = \frac{LA^2}{2} e^{-\gamma t} \text{sen}^2(\omega_1 t + \varphi) \quad (3.43)$$

A energia  $U_L$  armazenada no indutor no instante  $t$  é

$$U_L(t) = \frac{1}{2} LI^2(t) = \frac{LA^2}{2} e^{-\gamma t} \text{cos}^2(\omega_1 t + \varphi) \quad (3.44)$$

Logo, a energia total armazenada no circuito no instante  $t$  é

$$U(t) = U_C(t) + U_L(t) = \frac{1}{2} LA^2 e^{-\gamma t} \quad (3.45)$$

mostrando que  $dU/dt = -\gamma U$  ( $\gamma$  é a taxa de amortecimento da energia).

A energia dissipada em calor (efeito joule) é

$$\frac{dW}{dt} = RI^2(t) = RA^2 e^{-\gamma t} \text{cos}^2(\omega_1 t + \varphi) \quad (3.46)$$

A energia dissipada em um ciclo de oscilação (entre  $t$  e  $t + \tau$ , onde  $\tau = 2\pi/\omega_1$ ), é

$$\int_t^{t+\tau} \frac{dW}{dt'} dt' \approx RA^2 e^{-\gamma t} \int_t^{t+\frac{2\pi}{\omega_1}} \text{cos}^2(\omega_1 t' + \varphi) dt' \quad (3.47)$$

onde o fator exponencial foi tirado para fora da integral porque quase não varia durante um ciclo, por ser

$$\gamma \ll \omega_1 \rightarrow \gamma\tau = 2\pi \frac{\gamma}{\omega_1} \ll 1 \quad (3.48)$$

Por outro lado,

$$\int_t^{t+\frac{2\pi}{\omega_1}} \cos^2(\omega_1 t' + \varphi) dt' = \frac{t'}{2} \Big|_t^{t+\frac{2\pi}{\omega_1}} + \frac{1}{4\omega_1} \left[ \text{sen}(2\omega_1 t' + \varphi) \Big|_t^{t+\frac{2\pi}{\omega_1}} \right]$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{\omega_1} \right) + \frac{1}{4\omega_1} [\text{sen}(2\omega_1 t' + \varphi + 4\pi) - \text{sen}(2\omega_1 t' + \varphi)]$$

ou seja,

$$\int_t^{t+\frac{2\pi}{\omega_1}} \cos^2(\omega_1 t' + \varphi) dt' = \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{\omega_1} \right) \quad (3.49)$$

O que equivale a substituir o  $(\cos)^2$  pela sua média  $\frac{1}{2}$  por período. Assim,

$$\text{Energia dissipada por ciclo} = \frac{1}{2} RA^2 e^{-\gamma t} \cdot \frac{2\pi}{\omega_1} \quad (3.50)$$

Chama-se fator de mérito ou fator Q (de qualidade) do oscilador a razão

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energia armazenada}}{\text{Energia dissipada por ciclo}} \quad (3.51)$$

Quanto maior Q, menor a perda fracionária de energia por ciclo. Neste caso, temos

$$Q \approx \frac{2\pi \cdot \frac{1}{2} LA^2 e^{-\gamma t}}{\frac{1}{2} RA^2 e^{-\gamma t} \cdot \frac{2\pi}{\omega_1}} \quad \left\{ \quad Q = \frac{\omega_1 L}{R} = \frac{\omega_1}{\gamma} \left( \approx \frac{\omega_0}{\gamma} \right) \right. \quad (3.52)$$

A condição de amortecimento fraco é, portanto, equivalente à condição:  $Q \gg 1$  (elevado fator de mérito).

## Circuitos AC

A corrente elétrica distribuída para utilização industrial e residencial é corrente alternada (AC, do inglês “*Alternating Current*”), tipicamente de frequência  $\nu = 60$  ~ (ciclos/segundo) ( $\omega = 2\pi\nu \approx 377$  Hz).

A principal vantagem da corrente alternada é que sua voltagem pode ser facilmente amplificada ou reduzida usando transformadores. Isso permite transmitir a energia elétrica em linhas de alta voltagem, convertendo-a no valor “caseiro” (110 V, tipicamente) ao chegar a seu destino. A vantagem da transmissão de potência em alta voltagem é que a corrente  $I$  associada é baixa, reduzindo a perda por efeito Joule nos fios de transmissão ( $I^2R$ ).

O gerador que alimenta o circuito equivale, na analogia com a mecânica, a uma força externa oscilatória de frequência angular  $\omega$ . Quando se estuda oscilações forçadas na mecânica, a resposta do sistema nestas condições consiste em duas partes: (i) a resposta transiente, que contém o efeito das condições iniciais, e tende a desaparecer para  $t \gg \tau$ , onde  $\tau$  é uma constante de tempo característico do sistema. Essa resposta, que é solução de uma equação diferencial homogênea (sem força externa), corresponde às oscilações livres dos circuitos que vimos na rede R-L-C, e é amortecida pela dissipação na resistência. (ii) a solução estacionária, que persiste para  $t \rightarrow \infty$ , e corresponde às oscilações forçadas, de mesma frequência  $\omega$  que a excitação externa (gerador).

Em geral, estamos interessados somente na solução estacionária, e é somente ela que vamos considerar oscilam com a mesma frequência  $\omega$ , tornando vantajoso o emprego da notação complexa, em que a dependência temporal é sempre da forma  $e^{i\omega t}$ ; para derivar qualquer grandeza complexa em relação ao tempo, basta portanto multiplicá-la por  $i\omega$ :

$$\frac{d}{dt} \leftrightarrow i\omega \quad (3.53)$$

Esta é a principal simplificação decorrente do uso da notação complexa.

Vamos usar as seguintes convenções de notação para representar as diferentes grandezas, exemplificadas pela voltagem  $V(t)$

$$V(t) = \text{Re}[\hat{V}(t)] \quad (3.54)$$

$$\hat{V}(t) = \bar{V}e^{i\omega t} \quad (3.55)$$

$$\bar{V} = V_m e^{i\varphi} \quad (3.56)$$

$\bar{V}$  é amplitude complexa de  $\hat{V}$ ;  $\varphi$  é a fase de  $\bar{V}$ . Resulta

$$V(t) = \text{Re}[V_m e^{i(\omega t + \varphi)}] = V_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.57)$$

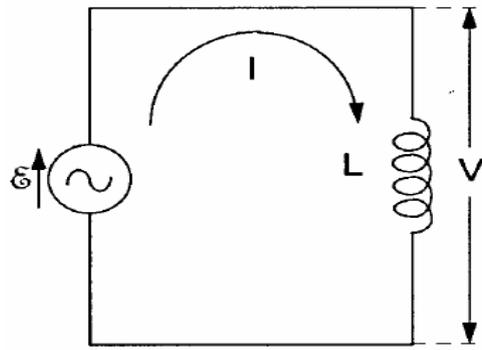
mostrando que  $V_m = |\bar{V}|$  dá o valor máximo de  $V(t)$ . Analogamente,

$$\begin{array}{l} I(t) = \text{Re}[\hat{I}(t)] = \text{Re}[\bar{I}e^{i\omega t}] \\ \mathcal{E}(t) = \text{Re}[\hat{\mathcal{E}}(t)] = \text{Re}[\bar{\mathcal{E}}e^{i\omega t}] \end{array} \quad (3.58)$$

### Reatâncias

No circuito da fig. 3.22, puramente indutivo, temos

Figura 3.22: Indutor e gerador AC



Fonte: Nussenzveig (1997)

$$-\varepsilon + L \frac{dI}{dt} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} L \frac{dI}{dt} = \varepsilon \end{array} \right. \quad (3.59)$$

Colocando a equação em termos de notação complexa, temos

$$L \frac{d\hat{I}}{dt} = \hat{\varepsilon} = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t} = L \frac{d}{dt} (\bar{I} e^{i\omega t}) = i\omega L \bar{I} e^{i\omega t} \quad (3.60)$$

o que dá para a solução estacionária

$$\bar{\varepsilon} e^{i\omega t} = i\omega L \bar{I} = \omega L e^{i\frac{\pi}{2}} \bar{I} \quad (3.61)$$

e tomando  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_m$  (real),  $\rightarrow \varepsilon = \text{Re}(\varepsilon_m e^{i\omega t}) = \varepsilon_m \cos(\omega t)$

$$I(t) = \text{Re}(\bar{I} e^{i\omega t}) = \text{Re}\left(\frac{\varepsilon_m}{\omega L} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})}\right) \quad (3.62)$$

o que dá

$$\varepsilon = \varepsilon_m \cos(\omega t) \rightarrow I(t) = \frac{\varepsilon_m}{\omega L} \text{sen}(\omega t) \quad (3.63)$$

Lembrando que  $L dI/dt$  também é a queda de tensão  $V$  através do indutor, com  $V = \text{Re}(\bar{V} e^{i\omega t})$ , temos também

$$\bar{V} = i\omega L\bar{I} = \omega L e^{i\frac{\pi}{2}}\bar{I} \quad (3.64)$$

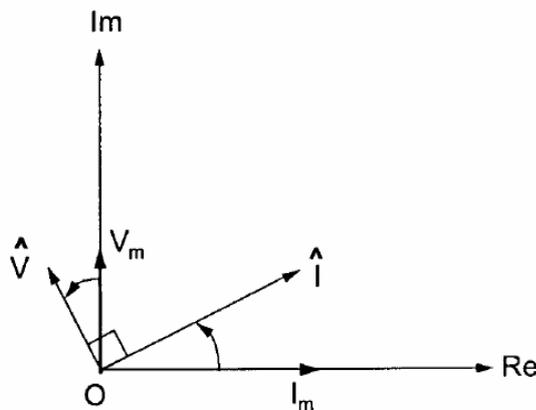
Se em lugar de L tivéssemos uma resistência R, a lei de Ohm daria

$$V = RI, \quad \bar{V} = R\bar{I} \quad (3.65)$$

mostrando que a voltagem e a corrente através de um resistor estão em fase.

Já para um indutor, o fator  $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$  em  $\bar{V}/\bar{I}$  mostra que a corrente num indutor está atrasada de  $\pi/2$  em relação à voltagem. No plano complexo fig. 3.23, os fasores  $\hat{V}$  e  $\hat{I}$  giram no sentido anti-horário com velocidade angular  $\omega$  (fator  $e^{i\omega t}$ ), mantendo-se perpendiculares entre si, com  $\hat{V}$  adiantado de  $\pi/2$  sobre  $\hat{I}$  (diz também que estão em quadratura).

Figura 3.23: Indutor e gerador AC



Fonte: Nussenzveig (1997)

A razão

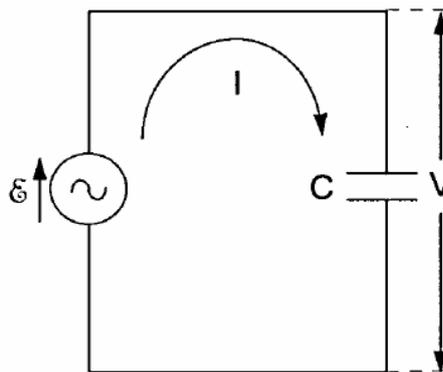
$$\frac{V_m}{I_m} = \omega L = X_L \quad (3.66)$$

entre os valores máximos da voltagem e da corrente através do indutor chama-se *reatância indutiva* do indutor.

Em particular,  $X_L \rightarrow 0$  para  $\omega \rightarrow 0$ , conforme seria de se esperar: para corrente contínua (sem variação de fluxo), o indutor se comporta como um curto-circuito. Para  $\omega \rightarrow \infty, X_L \rightarrow \infty$ : variações rápidas são bloqueadas.

Analogamente, se considerarmos o circuito da fig. 3.24, puramente capacitivo, vem:

Figura 3.24: Indutor e gerador AC



Fonte: Nussenzveig (1997)

Temos que,

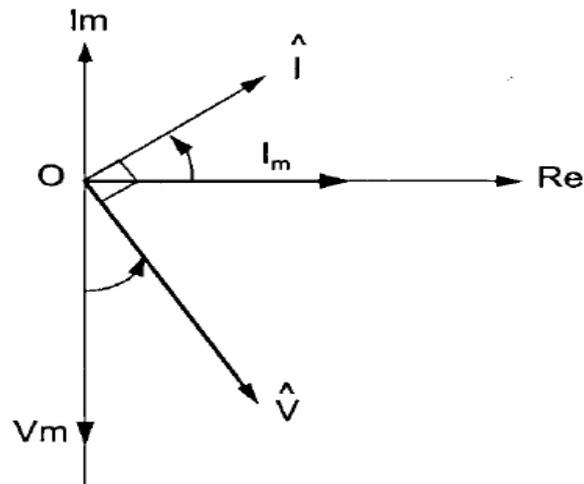
$$-\mathcal{E} + \frac{Q}{C} = 0 \quad \left\{ \quad Q = CV \quad (3.67)$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt} \quad (3.68)$$

$$\hat{I} = \bar{I} e^{i\omega t} = C \frac{d}{dt} \hat{V} = C \frac{d}{dt} (\hat{V} e^{i\omega t}) = i\omega C \bar{V} e^{i\omega t} \quad (3.69)$$

$$\bar{I} = i\omega C \bar{V} \quad \left\{ \quad \bar{V} = -\frac{I}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-i\pi/2} \bar{I} \quad (3.70)$$

Logo, a corrente num capacitor está adiantada de  $\pi/2$  em relação à voltagem, como mostra a fig. 3.25.

Figura 3.25: Representação complexa de  $\hat{V}$  e  $\hat{I}$  para um capacitor

Fonte: Nussenzveig (1997)

Temos ainda:

$$\frac{V_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C} = X_C \quad (3.70)$$

como a reatância capacitiva do capacitor.

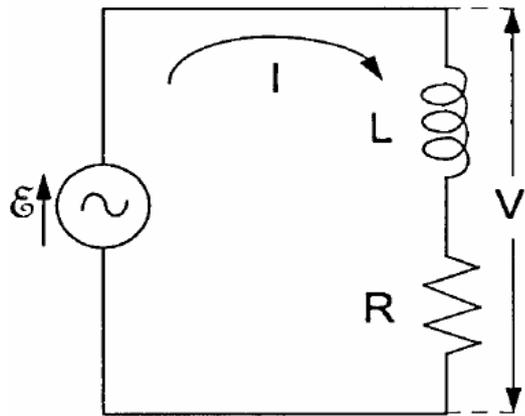
Para  $\omega \rightarrow 0$ ,  $X_C \rightarrow \infty$ : as placas do capacitor estão isoladas uma da outra (circuito aberto). Para  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $X_C \rightarrow 0$ : variações rápidas são transmitidas.

No plano complexo, os vetores representativos de  $\hat{V}$  e  $\hat{I}$  giram com velocidade angular  $\omega$ , com  $\hat{V}$  sempre atrasado de  $\pi/2$  em relação a  $\hat{I}$ .

### Impedância

Consideremos agora o circuito R-L representado pela fig. 3.26 em corrente alternada (solução estacionária):

Figura 3.26: Circuito R-L com gerador AC



Fonte: Nussenzveig (1997)

Descrevendo algebricamente a equação do circuito acima, temos que

$$V = RI + L \frac{dI}{dt} \quad (3.71)$$

E em termos de notação complexa,

$$\hat{V} = \bar{V} e^{i\omega t} = (R + i\omega L) \bar{I} e^{i\omega t} = (R + i\omega L) \hat{I} \quad (3.72)$$

de forma que

$$\frac{\hat{V}}{\hat{I}} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \equiv \bar{Z} = R + i\omega L = R + iX_L \quad (3.73)$$

onde  $\bar{Z}$  chama-se a impedância complexa: sua parte real é a resistência  $R$ , e a parte imaginária é a reatância indutiva  $X_L = \omega L$ .

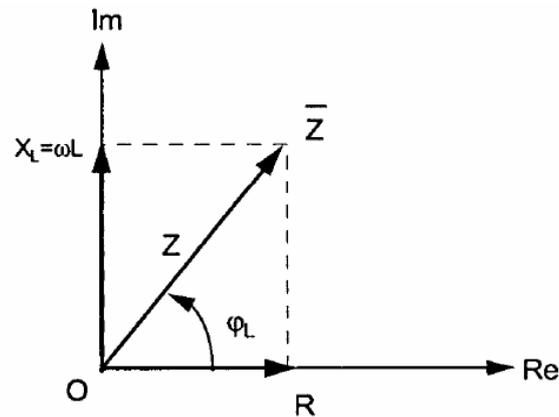
A relação

$$\hat{V} = \bar{Z} \hat{I}, \quad \text{ou} \quad \bar{V} = \bar{Z} \bar{I} \quad (3.74)$$

é uma generalização complexa da lei de Ohm,  $V = RI$ .

Conforme mostra a fig. 3.27, temos a projeção da impedância do circuito R-L.

Figura 3.27: Impedância complexa do circuito R-L



Fonte: Nussenzveig (1997)

$$\bar{Z} = |\bar{Z}|e^{i\varphi_L} \equiv Ze^{i\varphi_L}; \varphi_L = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

$$Z = |\bar{Z}| = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (3.75)$$

onde a grandeza real Z chama-se impedância do par R-L.

Voltando à notação real, com  $\bar{V} = V_m$ ,

$$V(t) = \text{Re}\hat{V} = \text{Re}(V_m e^{i\omega t}) = V_m \cos \omega t \quad (3.76)$$

o que dá

$$I(t) = \text{Re}\left(\frac{\hat{V}}{\bar{Z}}\right) = \text{Re}\left(\frac{V_m}{Z} e^{-i\varphi_L} e^{i\omega t}\right) \quad (3.77)$$

$$I(t) = \frac{V_m}{Z} \cos(\omega t - \varphi_L) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left[\omega t - \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right] \quad (3.78)$$

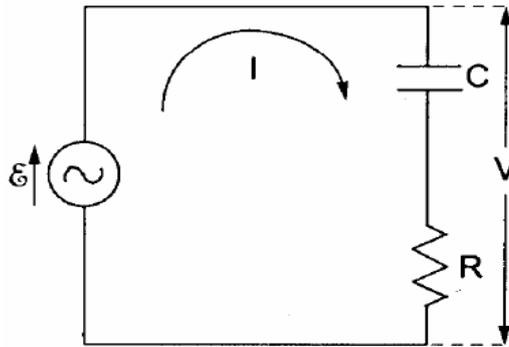
A amplitude máxima da corrente,  $I_m$ , é  $V_m/Z$ , e sua fase está atrasada em relação à da voltagem por

$$\varphi_L = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) \quad (3.79)$$

que, para  $R \rightarrow 0$ , tende a  $\pi/2$  (resultado anterior).

Analogamente, para um circuito R-C fig. 3.28, temos

Figura 3.28: Circuito R-C com gerador A-C



Fonte: Nussenzveig (1997)

a equação matemática em termos de vetores unitários

$$\hat{V} = \frac{\hat{Q}}{C} + R\hat{I} \quad (3.80)$$

E derivando a tensão em relação a tempo, temos

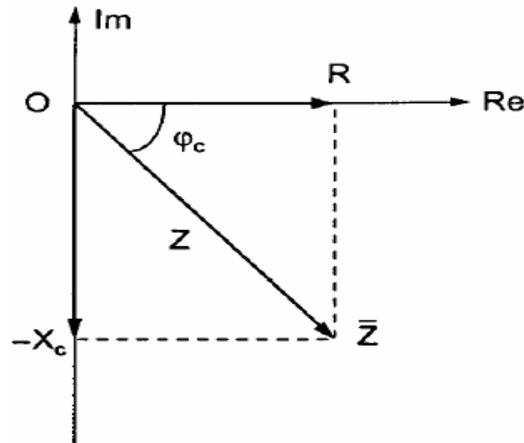
$$\frac{d\hat{V}}{dt} = i\omega\hat{V} = \frac{\hat{I}}{C} + R\frac{d\hat{I}}{dt} = i\omega\left(R + \frac{1}{i\omega C}\right)\hat{I} \quad (3.81)$$

o que dá

$$\frac{\hat{V}}{\hat{I}} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \equiv \bar{Z} = R - \frac{1}{\omega C} = R - iX_C \equiv Ze^{-i\varphi_C}$$

Conforme a fig. 3.29, vemos que a fase da corrente está adiantada de  $\varphi_C$  (que  $\rightarrow \pi/2$  para  $R \rightarrow 0$ ) em relação à da voltagem

Figura 3.29: Impedância complexa no circuito R-C



Fonte: Nussenzveig (1997)

Decorre das leis de Kirchhoff que impedâncias se combinam em série ou paralelo como resistências.

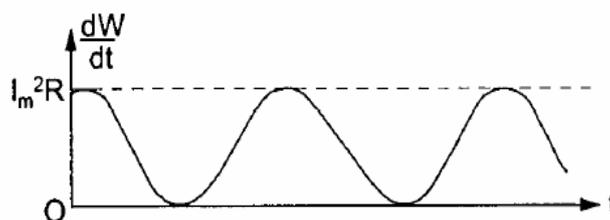
#### Valor eficaz e potência média

A potência instantânea dissipada em calor por uma corrente alternada numa resistência R é

$$\frac{dW}{dt} = [I(t)]^2 R = I_m^2 R \cos^2(\omega t + \Psi) \quad (3.82)$$

onde  $\Psi$  é a constante de fase da corrente. Essa potência como mostrada na fig. 3.30 oscila periodicamente entre zero e o valor máximo  $I_m^2 R$ . Na prática, interessa-nos o valor médio da potência sobre um período (ou sobre muitos, o que vem a dar na mesma):

Figura 3.30: Potência instantânea AC dissipada em R



Fonte: Nussenzveig (1997)

Como se vê na figura acima, o módulo da derivada da potência em relação ao tempo, temos

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = I_m^2 R = I_m^2 R \langle \cos^2(\omega t + \Psi) \rangle \quad (3.83)$$

onde os colchetes angulares  $\langle \rangle$  indicam o valor médio temporal, definido, para qualquer  $f(t)$ , por

$$\langle f(t) \rangle \equiv \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(t') dt' \quad (3.84)$$

e  $T$  é qualquer número inteiro de períodos.

É óbvio que na fig. 35,

$$\langle \cos^2(\omega t + \Psi) \rangle = \langle \sin^2(\omega t + \Psi) \rangle = \frac{1}{2} \langle \cos^2(\omega t + \Psi) + \sin^2(\omega t + \Psi) \rangle \quad (3.85)$$

ou seja,

$$\langle \cos^2(\omega t + \Psi) \rangle = \langle \sin^2(\omega t + \Psi) \rangle = \frac{1}{2} \quad (3.86)$$

o que decorre da identidade seguinte

$$\langle \cos^2(\omega t + \Psi) \rangle = \frac{1}{2} \langle 1 + \cos(2\omega t + 2\Psi) \rangle \quad (3.87)$$

onde

$$\langle \cos(2\omega t + 2\Psi) \rangle = 0 \quad (3.88)$$

Sabe-se que áreas positivas e negativas da cossenóide se cancelam

Logo

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = \frac{1}{2} I_m^2 R \equiv (I_e)^2 R \quad (3.89)$$

onde

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cong 0,707 I_m \quad (3.90)$$

chama-se valor efetivo, ou valor eficaz, da corrente. Um resultado análogo vale para a voltagem:

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad (3.91)$$

Quando se diz que a voltagem de uma linha de 60 ~ é de 110 V, este é o valor eficaz: o valor máximo correspondente é  $110 \sqrt{2} \approx 156 \text{ V} (= V_m)$ .

Analogamente, para qualquer circuito AC, se a fem da fonte (gerador) que o alimenta é

$$\mathcal{E}(t) = V(t) = V_m \cos(\omega t) \quad (3.92)$$

e se a corrente gerada no circuito é

$$I(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (3.93)$$

A potência instantânea fornecida ao circuito é, já substituindo os valores de  $\mathcal{E}(t)$  e  $I(t)$

$$P(t) = \mathcal{E}(t)I(t) = V_m I_m \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) \quad (3.94)$$

Novamente, interessa a potência média  $\langle P(t) \rangle$ . E como a identidade da subtração de cosseno é

$$\cos(\omega t - \varphi) = \cos(\omega t) \cos \varphi + \sin(\omega t) \sin \varphi \quad (3.95)$$

vem

$$\langle P(t) \rangle = V_m I_m [\cos\varphi \langle \cos^2(\omega t) \rangle + \sin\varphi \langle \cos(\omega t) \sin(\omega t) \rangle] \quad (3.96)$$

e sabendo que

$$\langle \cos^2(2\omega t) \rangle = \frac{1}{2}$$

e

$$\cos(\omega t) \sin(\omega t) = \frac{1}{2} \langle \sin(2\omega t) \rangle = 0$$

ou seja,

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{2} V_m I_m \cos\varphi \quad (3.97)$$

Além dos valores máximos da voltagem e da corrente, vemos que  $\langle P \rangle$  também depende da defasagem  $\varphi$  entre elas. O fator  $\cos\varphi$  chama-se fator de potência.

Assim, por exemplo, nos circuitos puramente reativos (que só contém L e/ou C, sem R), vimos que  $\varphi = \pm \pi/2$ , de forma que  $\cos\varphi = 0$  e  $\langle P \rangle = 0$ . Esse resultado se interpreta imediatamente: nestes circuitos puramente reativos, a energia armazenada no indutor ou na bobina durante uma metade do ciclo é restituída à fonte de alimentação durante a outra metade.

Por outro lado, num circuito puramente resistivo, a voltagem e a corrente estão em fase, e  $\varphi = 0$ . Se R é a resistência total do circuito, obtemos, neste caso

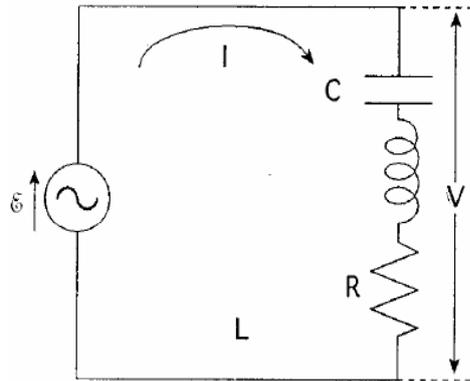
$$(V_m = I_m R), \langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m^2 R$$

o que coincide com o resultado anterior. Vemos assim a interpretação física e a importância da defasagem  $\varphi$  entre V e I.

### **Ressonância: circuito R-L-C**

A impedância complexa deste circuito, com R, L, C em série, como mostra na fig. 3.31,

Fig. 3.31: Circuito R-L-C com gerador AC



Fonte: Nussenzveig (1997)

É

$$Z = R + iX_L - iX_C = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (3.98)$$

e temos, tomando  $\bar{V} = V_m$ ,

$$\bar{Z} = Ze^{i\varphi} \quad (Z = |\bar{Z}|), \quad e \quad V = V_m \cos(\omega t) \quad (3.99)$$

$$I(t) = \text{Re}\left(\frac{\bar{V}}{Z} e^{i\omega t}\right) = \text{Re}\left(\frac{V_m}{Z} e^{i(\omega t - \varphi)}\right) = \frac{V_m}{Z} \cos(\omega t - \varphi) \quad (3.100)$$

de forma que

$$I(t) = \frac{V_m}{Z} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (3.101)$$

Portanto, a corrente de pico (valor máximo)  $I_m$  produzida para uma dada voltagem de pico  $V_m$ , dada pelo gerador, varia com a frequência  $\omega$ . Para  $\omega \rightarrow 0$ , a resistência do capacitor domina (porque C equivale a um circuito aberto neste limite); para  $\omega \rightarrow \infty$ , é a reatância do indutor que é dominante (porque L se opõe a variações muito rápidas).

$$I_m \rightarrow \omega C V_m \text{ para } \omega \rightarrow 0$$

$$I_m \rightarrow \frac{V_m}{\omega L} \text{ para } \omega \rightarrow 0$$

Como  $I_m$  é positivo e  $\rightarrow 0$  para  $\omega \rightarrow \infty$ , tem de passar por um máximo.

O valor máximo de  $I_m/V_m$  ocorre para a frequência  $\omega$  tal que

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega^2 = \frac{1}{LC} \\ \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{array} \right. \quad (3.102)$$

ou seja, quando  $\omega$  é igual à frequência de oscilação livre do circuito L-C. Temos

$$I_m(\omega_0) = \frac{V_m}{R} \quad (3.103)$$

ou seja, para essa frequência, a reatância se anula, e a impedância equivale à resistência  $R$ :  $I_m/V_m$  é dado pela lei de Ohm.

Vamos estudar o comportamento de  $I_m(\omega)$  para  $\omega$  próximo de  $\omega_0$ . Para isto, notemos que

$$R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 = R^2 \left\{ 1 + \frac{1}{R^2} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \omega_0 L - \frac{\omega_0}{\omega \cdot \omega_0 C} \right)^2 \right\}$$

$$R^2 = \left\{ 1 + \left( \frac{\omega_0 L}{R} \right)^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega \cdot \omega_0^2 LC} \right)^2 \right\}, \quad \text{onde } \omega_0^2 LC = 1$$

e que

$$\frac{\omega_0 L}{R} = Q \quad (3.104)$$

é o fator de mérito (qualidade) associado à frequência angular  $\omega_0$ . Logo,

$$I_m = \frac{V_m/R}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (3.105)$$

Como  $I_m/R \rightarrow 0$  para  $\omega \rightarrow 0$  e  $\omega \rightarrow \infty$  e é máximo para  $\omega \rightarrow \omega_0$ . Tem um pico em  $\omega_0$ .

Para medir a largura desse pico, podemos tomar os valores de  $\omega$  para os quais  $I_m$  cai a  $1/\sqrt{2}$  do seu valor máximo  $V_m/R$ , ou seja,

$$Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = 1 \quad \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \pm \frac{1}{Q} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0} = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega_0\omega}$$

o que dá, para o desvio  $\Delta\omega \equiv \omega - \omega_0$  da frequência  $\omega_0$ ,

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \pm \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)} \right] \frac{1}{Q} \quad (3.106)$$

Em particular, se  $Q \gg 1$ , temos

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1$$

e  $\omega \approx \omega_0$ , ou seja

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cong \pm \frac{1}{2Q} = \pm \frac{R}{2L\omega_0}$$

Logo,

$$\Delta\omega = \pm \frac{\gamma}{2}, \quad \gamma \equiv \frac{R}{L} \quad (3.107)$$

onde  $\gamma$  é o fator de amortecimento das oscilações livres do circuito R-L-C.

A energia eletromagnética nas oscilações livres cai com  $e^{-\gamma t}$ . A fig. 3.31 mostra a resposta, dividida pela resposta máxima, como função de  $\omega/\omega_0$ . Temos típicas curvas de ressonâncias, com picos tantos mais estreitos quanto maior for  $Q$ . Vemos também que a semi-largura do pico de ressonância, para  $Q \gg 1$ , é dada pelo fator de amortecimento  $\gamma$  das oscilações livres.

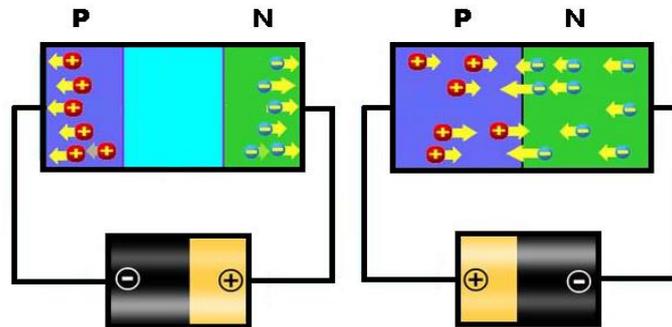
## Elementos não lineares

### (a) Diodo

O diodo é o mais simples dos semicondutores. Ele permite que a corrente flua em uma das direções, mas impede que flua na outra, isso devido a junção dos cristais

dopados de silício N (cátodo) e P (ânodo), a fig. 3.32 a seguir exemplifica a ligação de um diodo.

Fig. 3.32: Esquema da estrutura do diodo



Fonte: [http://www.mecaweb.com.br/electronica/content/e\\_diodo](http://www.mecaweb.com.br/electronica/content/e_diodo)

Também tem sua estrutura real e seu símbolo representado pelas fig. 3.33 a seguir consecutivamente.

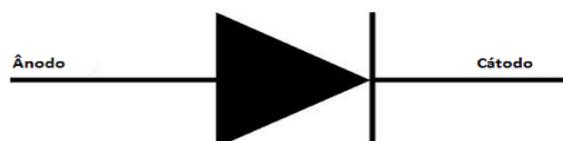
Fig. 3.33: Diodo



Fonte: <https://www.baudaelectronica.com.br/diodo-zener-bzx55c-12v-0-5w.html>

E seu símbolo com o sentido da corrente no mesmo sentido da seta mostrada na fig. 3.34

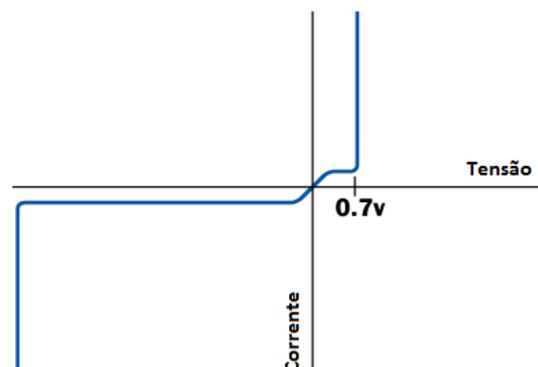
Fig. 3.34: Simbologia do diodo



Fonte: [http://www.mecaweb.com.br/electronica/content/e\\_diodo](http://www.mecaweb.com.br/electronica/content/e_diodo)

Um dispositivo que bloqueia a corrente em uma direção e permite a passagem em outra, pode ser utilizada nas mais diversas aplicações, esse é o caso do diodo. Por exemplo em dispositivos que utilizam baterias para evitar inversão de polaridade, ou mesmo em circuitos retificadores que converter a tensão alternada em corrente contínua, mas a maior aplicação dos semicondutores e obviamente do diodo é o transistor que tem muito em comum como de práxis sendo um dispositivo muito recomendado. Porém, o diodo como todos os outros componentes eletrônicos não possuem características totalmente ideais, ou seja, no diodo ideal toda corrente reversa aplicada aos seus terminais deveria ser bloqueada mais isso não acontece na vida real devido a suas características construtivas, sua curva característica pode ser vista no gráfico pela fig. 3.35 a seguir.

Fig. 3.35: Comportamento do diodo



Fonte: [http://www.mecaweb.com.br/eletronica/content/e\\_diodo](http://www.mecaweb.com.br/eletronica/content/e_diodo)

Como se vê no gráfico, o diodo tem um potencial de 0,7 devido os elétrons dos cristais se repelirem ao fluir pelo circuito e por si só o movimento dos elétrons entre os cristais cria essa diferença de potencial.

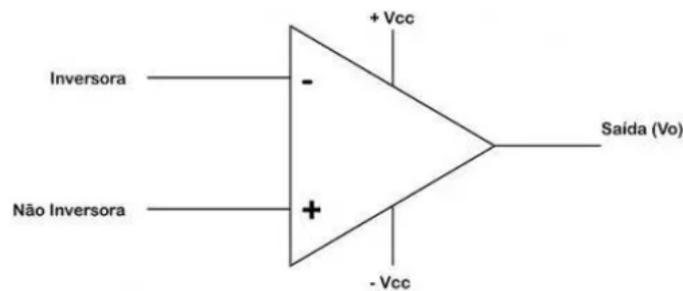
#### (b) Amplificadores Operacionais

O amplificador operacional, também chamado por alguns de amp-op, nada mais é do que um circuito integrado (CI), capaz de amplificar um sinal de entrada e como próprio nome sugere, o amplificador operacional também é capaz de realizar operações matemáticas, como por exemplo soma, subtração, derivação, integração e multiplicação.

A estrutura de um amplificador operacional é simples, pois ele possui dois terminais de entrada, denominados por terminal inversor, identificado pelo sinal

negativo (-), o outro terminal que é o não inversor, identificado por um sinal positivo (+) e um terminal de saída, além de outros dois terminais que também são essenciais, de forma que um destes terminais é a alimentação positiva (+Vcc) e o outro é a alimentação negativa (-Vcc), como podemos observar na fig. 3.36 abaixo.

Fig. 3.36: Esquema do amplificador operacional



Fonte: <https://www.mundodaeletrica.com.br/o-que-sao-amplificadores-operacionais/>

E com essa diversa entradas e saídas, faz com que o amplificador tenha um alto ganho em malha aberta, resposta a altas frequências, alta impedância de entrada, baixa impedância de saída e baixa sensibilidade à temperatura, isto em condições reais, havendo algumas variações entre os componentes.

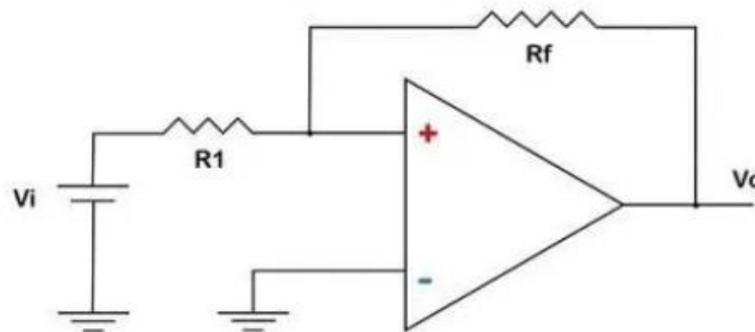
O amplificador operacional é um componente eletrônico compacto, que possui em sua composição interna resistores, capacitores e transistores. De forma bem simples, quando um sinal é aplicado à entrada não inversora, este sinal não é invertido, e sai amplificado, porém quando um determinado sinal é aplicado na entrada inversora, o sinal sai amplificado e invertido.

É importante destacar que a tensão de saída do amplificador operacional depende da diferença de potencial entre a entrada inversora e a não inversora, multiplicado pelo respectivo ganho em malha aberta do amplificador, de forma que a tensão máxima de saída será a tensão de alimentação do amplificador, sendo que o amplificador possui este valor em sua saída quando o amplificador operacional satura.

Sabendo que existem três tipos de amplificadores operacionais, sendo eles, o Sem realimentação; o Realimentação positiva e por fim o de Realimentação negativa. Destacando o de Realimentação positiva para o nosso trabalho, se sabe que ela é um modo de operação em malha fechada, quando a entrada positiva é ligada na saída do amplificador operacional, através de RF. O ganho do amplificador operacional é obtido

através de que está projetando e possui como desvantagem uma instabilidade ao circuito, por isso é muito aplicado em circuitos osciladores. A fig. 3.37 mostra o esse tipo de realimentação negativa.

Fig. 3.37: Amplificador operacional de Realimentação negativa



Fonte: <https://www.mundodaeletrica.com.br/o-que-sao-amplificadores-operacionais/>

A realimentação positiva é um modo de operação em malha fechada, quando a entrada positiva é ligada na saída do amplificador operacional, através de RF. O ganho do amplificador operacional é obtido através de que está projetando e possui como desvantagem uma instabilidade ao circuito, por isso é muito aplicado em circuitos osciladores.

É importante destacar que o amplificador operacional operando com realimentação positiva não trabalha como amplificador de sinais, porque a sua resposta não é linear.

Sendo assim, relacionando o amplificador com os circuitos elétricos abordados no trabalho, pode-se interrogar o caos e abordar de que maneira ele é apresentado e o porquê de o circuito apresentar comportamento não linear.

### 3.7.1 Circuitos Elétricos Não-Lineares

Circuitos autônomos são aqueles que não possuem fontes independentes. Sendo os capacitores e indutores armazenadores de energia, os circuitos contendo estes dispositivos não dependem somente das fontes, mas também das tensões ou cargas iniciais nos capacitores ou das correntes ou fluxos iniciais nos indutores. As equações que descrevem estes circuitos são equações diferenciais obtidas através da aplicação das leis de Kirchhoff considerando a relação tensão-corrente dos dispositivos armazenadores.

Os circuitos RLC autônomos são descritos por equações diferenciais de segunda ordem do tipo

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, x(0) = x_0, \frac{dx(0)}{dt} = x_1 \quad (3.108)$$

em que os coeficientes  $\alpha > 0$  e  $\omega_0 > 0$  são positivos pois os circuitos em estudo são passivos. O parâmetro  $\alpha$  é chamado de amortecimento e  $\omega$  de frequência natural não amortecida.

Como realizado anteriormente, a solução pode ser procurada como uma função exponencial do tipo

$$x(t) = \kappa e^{\lambda t} \quad (3.109)$$

com  $\kappa \neq 0$  e  $\lambda \neq 0$  coeficientes a serem determinados.

Substituindo esta solução na equação diferencial, temos

$$(\lambda^2 + 2\alpha\lambda + \omega^2)\kappa e^{\lambda t} = 0 \quad (3.111)$$

o que implica em

$$\lambda^2 + 2\alpha\lambda + \omega^2 = 0 \text{ (equação característica)} \quad (3.112)$$

cujas duas raízes

$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

reais ou complexas dão ao sistema comportamentos distintos que serão cuidadosamente analisados. Tendo a partir das raízes, três comportamentos diferentes que dependem das raízes da equação característica. Sendo eles: amortecido forte; amortecido fraco e amortecido crítico.

Trataremos dos três comportamentos diferentes que dependem das raízes da equação característica.

- Amortecimento Forte:

Se  $\alpha > \omega_0$  as raízes da equação característica  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são reais, distintas e negativas e, portanto, sua solução será

$$x(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t}$$

que tende para zero sem oscilações.

- Amortecimento fraco:

Se  $\alpha < \omega_0$  as raízes da equação característica ficam

$$\lambda_1 = -\alpha + j\omega_d$$

$$\lambda_2 = -\alpha - j\omega_d$$

em que  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$  é a frequência natural amortecida. Elas são complexas conjugadas, com parte real negativa.

Sua solução será dada por

$$x(t) = k_1 e^{(-\alpha + j\omega_d)t} + k_2 e^{(-\alpha - j\omega_d)t}$$

Pela identidade de Euler, temos

$$e^{(-\alpha + j\omega_d)t} = e^{-\alpha t} (\cos(\omega_d t) + j \sin(\omega_d t))$$

$$e^{(-\alpha - j\omega_d)t} = e^{-\alpha t} (\cos(\omega_d t) - j \sin(\omega_d t))$$

e, portanto,  $x(t)$  pode ser alternativamente escrita como

$$x(t) = e^{-\alpha t} (k_1 + k_2 (\cos(\omega_d t) + j(k_1 - k_2) \sin(\omega_d t)))$$

definindo  $A = k_1 + k_2$  e  $B = j(k_1 - k_2)$ , a solução fica

$$x(t) = (A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)) e^{-\alpha t}$$

A expressão deixa clara uma importante diferença entre as soluções com amortecimento forte e fraco. Nas soluções com amortecimento fraco, a solução  $x(t)$  tende a zero de forma oscilatória.

- Amortecimento Crítico:

Se  $\alpha = \omega_0$  a equação característica tem duas raízes, iguais e negativas  $\lambda_1 = \lambda_2 = -\alpha$ . Neste caso a solução da equação diferencial é

$$x(t) = k_1 e^{-\alpha t} + k_2 t e^{-\alpha t}$$

e seu comportamento está no limiar de um amortecimento forte e fraco não tendo uma característica visível.

As constantes  $k_1$  e  $k_2$  podem ser determinadas resolvendo-se um sistema de segunda ordem obtido quando as condições iniciais  $x(0)$  e  $dx(0)/dt$  são impostas.

Se o circuito possuir uma entrada independente  $u \neq 0$ ,

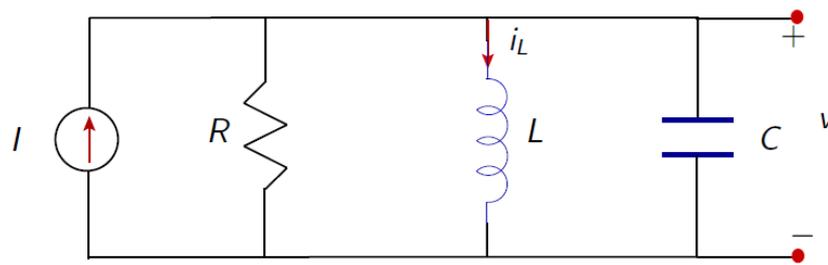
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = u, \quad x(0) = x_0, \quad \frac{dx(0)}{dt} = x_1 \quad (3.113)$$

O procedimento para encontrar sua solução é idêntico ao realizado para os circuitos de primeira ordem não-autônomos. Mais precisamente, a solução será do tipo  $x(t) = x_p(t) + x_h(t)$ , sendo a particular obtida substituindo-se  $x_p(t) = \beta$  na equação diferencial de forma a determinar o valor de  $\beta = u/\omega_0^2$ . A solução homogênea é a mesma obtida anteriormente em que os coeficientes  $k_1$  e  $k_2$  são determinados impondo as condições iniciais  $x(0)$  e  $dx(0)/dt$  na solução geral

$$x(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t} + \frac{u}{\omega_0^2} \quad (3.114)$$

Agora, estudaremos os circuitos RLC em série e em paralelo. A fig. 3.38 mostra o circuito RLC em paralelo.

Fig. 3.38: Circuito RLC



Fonte: Deaecto (2012)

Aplicando a lei das correntes de Kirchhoff, obtemos a seguinte equação diferencial,

$$C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} + i_L = I \quad (3.115)$$

que é função de  $V$  e  $i_L$ . Ademais, note que

$$V = L \frac{di_L}{dt} \rightarrow \frac{dV}{dt} = L \frac{d^2i_L}{dt^2} \quad (3.116)$$

o que nos permite escrever

$$\frac{d^2i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L}{dt} + \frac{i_L}{LC} = \frac{I}{LC} \quad (3.117)$$

Com condições iniciais  $i_L(0) = i_0$  e  $di_L(0)/dt = V_0/L$ . Vamos primeiramente estudar a sua equação homogênea ( $I=0$ ). Note que a equação característica é a seguinte

$$\frac{d^2i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \lambda + \frac{1}{LC} = 0 \quad (3.118)$$

Da discussão anterior, temos que  $\alpha = 1/(2RC)$  e  $\omega_0^2 = 1/(LC)$ .

A solução  $i_L(t)$  terá um

- **amortecimento forte** se

$$\frac{1}{2RC} > \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- **amortecimento fraco** se

$$\frac{1}{2RC} < \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Neste caso, a energia armazenada no circuito oscila entre os dois armazenadores e cada vez que é transferida perde energia. Se o amortecimento  $1/(2RC)$  é nulo, ou seja,  $R = \infty$ , as raízes da equação característica são puramente imaginárias e  $i_L(t) = A\cos(1/\sqrt{LC}) + B\sin(1/\sqrt{LC})$  com A e B a serem determinados. O circuito é chamado de oscilador harmônico linear pois oscila sem perder energia.

- **amortecimento crítico** se

$$\frac{1}{2RC} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

A solução geral da equação diferencial em estudo é

$$i_L(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t} + I \quad (3.119)$$

Com

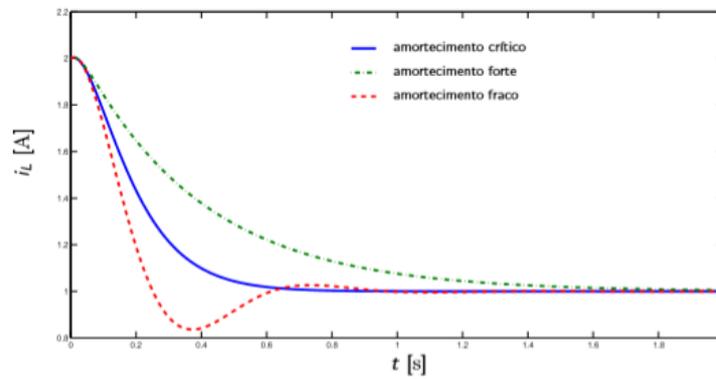
$$\lambda_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$\lambda_2 = -\frac{1}{2RC} - \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

em que  $k_1$  e  $k_2$  são determinados impondo as condições iniciais  $i_L(0)$  e  $di_L(0)/dt = V(0)/L$ .

Com o comportamento das correntes  $i_L(t)$  mostradas na fig. 3.39 a seguir para cada um dos casos analisados.

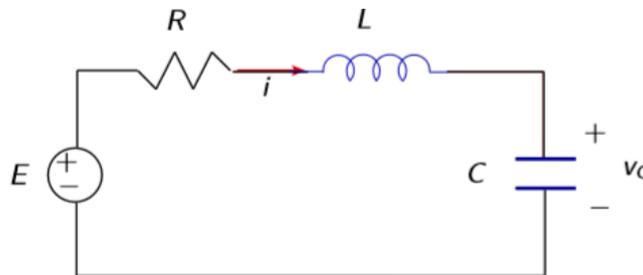
Fig. 3.39: Correntes  $i_L(t)$



Fonte: Deaecto (2012)

E por fim, a fig. 3.40 a seguir mostra o circuito RLC em série.

Fig. 3.40: Circuito RLC em série



Fonte: Deaecto (2012)

Aplicando a Lei das tensões de Kirchhoff, obtemos a seguinte equação diferencial

$$L \frac{di}{dt} + Ri + V_c = E \tag{3.120}$$

que é função de  $V_c$  e  $i$ . Ademais, note que

$$i = C \frac{dV_c}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = C \frac{d^2V_c}{dt^2} \tag{3.121}$$

o que nos permite escrever

$$\frac{d^2V_c}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{LC} = \frac{E}{LC} \quad (3.122)$$

com condições iniciais  $V_c(0) = V_0$  e  $dV_c(0)/dt = i_0/C$ . Vamos primeiramente estudar a sua equação homogênea ( $E=0$ ). Note que a equação característica é a seguinte

$$\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0 \quad (3.123)$$

Neste caso, temos que  $\alpha = R/(2L)$  e  $\omega_0^2 = 1/(LC)$

A solução de  $V_c(t)$  terá um

- **amortecimento forte** se

$$\frac{R}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- **amortecimento fraco** se

$$\frac{R}{2L} < \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Neste caso, a energia armazenada no circuito oscila entre os dois armazenadores e cada vez que é transferida perde energia. Se o amortecimento  $R/(2L)$  é nulo, ou seja,  $R = 0$ , as raízes da equação característica são puramente imaginárias e  $V_c(t) = A\cos(1/\sqrt{LC}) + B\sin(1/\sqrt{LC})$  com A e B a serem determinados. O circuito é chamado de oscilador harmônico linear pois oscila sem perder energia.

- **amortecimento crítico** se

$$\frac{R}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

A solução geral da equação diferencial em estudo é

$$V_C(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t} + E$$

com

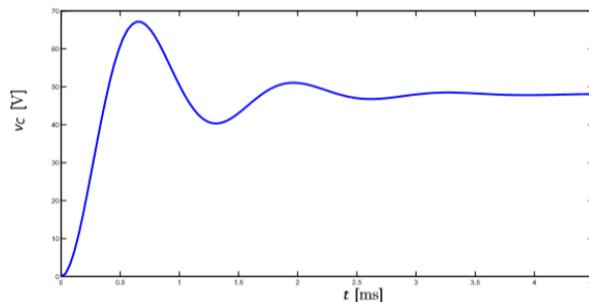
$$\lambda_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$\lambda_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

em que  $k_1$  e  $k_2$  são determinados impondo as condições iniciais  $V_C(0)$  e  $dV_C(0)/dt = i(0)/C$ .

Com o comportamento mostrado na fig. 3.41 a seguir.

Fig. 3.41: Trajetória no tempo de  $V_C(t)$



Fonte: Deaecto (2012)

Sendo assim, o estudo articulado com o presente trabalho, buscar relacionar esses comportamentos e analisar essa irregularidade em circuitos não lineares.

### 3.8 O uso da simulação computacional

O uso de simulações e animações para (DAVIES, 2002 apud SANTOS, 2006) oferecem um potencial, sem limites, para permitir que os estudantes entendam os

princípios teóricos das Ciências Naturais, a ponto de serem chamados de Laboratórios Virtuais.

Com o uso de programas de simulação torna-se viável realizar experimentos que só seriam possíveis de serem feitos em laboratórios muito bem equipados. A utilização destes mundos virtuais, pode também ajudar a esclarecer aspectos, às vezes sutis, de um sistema físico (YAMAMOTO; BARBETA, 2001).

É claro que um *software* por si só pode não funcionar como um estímulo à aprendizagem. O sucesso irá depender da integração do mesmo ao currículo e às atividades desenvolvidas em sala de aula (BARBETA apud YAMAMOTO; BARBETA, 2001).

E ainda de acordo com os autores, os recursos materiais necessários para a sua utilização em aula restringem-se ao *software* de simulação, computador e projetor multimídia, os quais podem ser utilizados para a realização de uma enorme gama de demonstrações.

Vale destacar, que essas simulações, além de deixar as aulas mais proveitosas, promovem as aulas de um modo mais investigador, uma vez que o aluno analise até o último parâmetro daquela simulação e com isso, crie um nível de abstração para posteriormente, saber criar simulações, adaptar e analisar.

Santos (2006) destaca que as animações são poderosas aliadas na exposição de fenômenos que variem com o tempo, tornando o processo pedagógico mais direto e mais simples, promovendo o contato dos estudantes com as ideias centrais que se deseja mostrar. Os experimentos virtuais" além de estarem acessíveis a qualquer instante, podem ficar à disposição dos alunos fora do horário das aulas, uma vez que os roteiros das experiências" podem ser vivenciados de forma individualizada. Assim, dentro de uma ótica construtivista, um simulador de atividades visa fornecer aos alunos uma experiência direta, fazer hipóteses e observar os efeitos destas hipóteses.

As atividades voltadas à aprendizagem dos conteúdos de Ciências, em especial os da área de Física, necessitam ser adequadas às características dos alunos e aos objetivos do ensino. É importante que tenham caráter lúdico e envolvam ativamente os alunos em um fazer, complementado pela reflexão sobre o que fizeram, com o objetivo de compreender o trabalho realizado e os conceitos envolvidos (REBELLO, 2000). Os próprios Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) destacam que os professores necessitam adequar o processo de ensino aprendizagem às exigências de formação de cidadãos críticos e propor atividades que incentivem o uso de novas

tecnologias da comunicação e informação. É responsabilidade do professor a realização de atividades que contribuam significativamente para a compreensão dos conceitos.

### 3.9 A importância do uso de experimentos

Segundo SÉRÉ et al (2003) as atividades experimentais propiciam ao estudante a oportunidade de relacionar os conceitos apreendidos com a aprendizagem representacional; são enriquecedoras para o estudante, uma vez que elas dão um verdadeiro sentido ao mundo abstrato e formal das linguagens; ensinam as técnicas de investigação. Também pode preparar o estudante à tomada de decisões na investigação e na discussão dos resultados.

A realização de atividade experimental é desafiadora e marcante do ponto de vista cognitivo. Sobre a importância dos experimentos, Blümke e Auth (p.3, 2005) ressaltam que para o ensino de Física,

“[...] as atividades experimentais, as chamadas aulas práticas, são frequentemente apontadas, em discussões acadêmicas, como importantes recursos didáticos das disciplinas científicas em qualquer grau de ensino”.

A ideia de abordar circuitos elétricos a partir de simulações computacionais articulando suas associações, se baseando na Teoria do Caos por meio de simulações com alunos, mostrará os conceitos básicos a respeito dos fundamentos e propriedades de um sistema não-linear. Associando a atividade experimental e computacional ao processo de ensino-aprendizagem, busca-se contribuir com a produção de materiais didáticos de baixo custo como instrumento de apoio na prática metodológica.

A experimentação sobre circuitos elétricos é geralmente realizada nos laboratórios de física, tanto dos cursos de graduação em Física (licenciatura ou bacharelado) como no ensino médio, por meio de kits didáticos. E como a maioria das escolas da rede pública não tem infraestrutura como, por exemplo, um laboratório para aprender os conteúdos de forma prática, é de suma importância que a construção de experimentos de baixo custo possibilita uma aprendizagem para os conteúdos de eletricidade que são abstratos de se entender, já que não se pode ver algo concreto ou até mesmo visual, e nessa perspectiva que os experimentos de baixo custo entram, para melhor compreender como funcionam as simulações analisadas, adaptadas e/ou construídas.

### 3.10 Trabalhos Relacionados

Apresentamos na tabela a seguir, alguns trabalhos desenvolvidos que estão associados à utilização de simulações no processo de ensino e aprendizagem.

Tabela 02: Trabalhos relacionados

Título	Metodologia	Produto Gerado	Autor(a)
PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA VISANDO ABORDAR OS FUNDAMENTOS DA TEORIA CAOS NO ENSINO MÉDIO	Aula expositiva e prática.	Material de apoio ao professor (Manual de experimentos).	Francisca (2017)
ATIVIDADES CURTAS MULTI-ABORDAGEM PARA O ENSINO MÉDIO: TRABALHANDO O CONCEITO DE DEPENDÊNCIA SENSÍVEL ÀS CONDIÇÕES INICIAIS.	Globalizadora de Edgar Morin (aula expositiva, prática, intuitiva, virtual como vídeos)	Não teve	UEMA; FIEDLER-FERRARA (2004)
TEORIA DO CAOS NO ENSINO MÉDIO: CAMINHOS PARA INSERÇÃO DA FÍSICA MODERNA E DA EDUCAÇÃO AMBIENTAL	Observação Participante	Não teve	NETO; LATINI (2010)
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE CONCEITOS DA COMPLEXIDADE E CAOS NO ENSINO MÉDIO A PARTIR DO FENÔMENO TORNADO: UMA ABORDAGEM NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	Aprendizagem Significativa	Caderno paradidático (Teoria do Caos, Sistemas Complexos, Física Ambiental e tornados.)	GOMES (2016)

Fonte: Próprio autor

De acordo com os dados da tabela, observa-se que os trabalhos de um modo geral apresentam elementos diferentes em alguns pontos, tais como metodologia

utilizada, área de ensino, plano de aula, roteiro de aula, avaliações por aula, pré-teste, pós-teste, atividades computacionais e o produto gerado com a realização do trabalho.

## CAPÍTULO 4

### 4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste viés de trabalhar com fenômenos abstratos relacionados à eletricidade, surge a ideia de trabalhar simulações computacionais, utilizando equações que várias vezes os alunos só fazem uso da fórmula para encontrar números, mas não faz uso da interpretação daquele número. A ideia é que o próprio professor monte simulações através de softwares gratuitos para abordar a parte gráfica de tal comportamento de conteúdo que não se vê em sala de aula. Assim, o professor terá a oportunidade de entender melhor e divulgar aos alunos a Física do seu dia a dia e terão a oportunidade de vivenciar fenômenos físicos, até então deixados de lado ou não estudados com a devida atenção e importância.

A ideia até então é que se construa um circuito elétrico RLC (Resistor, indutor e capacitor) para abordar o comportamento linear tradicional, resolvendo a mão, diversos circuitos para verificar e analisar o comportamento de cada componente elétrico.

Após o cálculo das contas resolvidas de cada componente, pretende-se verificar e analisar agora o comportamento do mesmo circuito elétrico, só que para um sistema não linear e mostrar o que acontece quando envolvemos o mesmo. Uma diferença agora, é que vamos resolver diversos circuitos tornando um caso complexo (sistema não linear) e fazer alusão, por exemplo, ao caso de um chip de celular e mostrar o circuito por trás do mesmo e até outras aplicações de circuitos complexos, ou seja, identificação de atratores periódicos e caóticos gerados com a variação de parâmetros. Outro exemplo também para sistema não linear é o caso do fusível. Para isso, foi usado o simulador online *applet* denominado *Falstad* de livre acesso, para ajudar a mostrar o comportamento do sistema não linear, usando modelagem matemática e plotação de gráficos para melhor compreensão dos circuitos elétricos não lineares.

#### 4.1 Caracterização da Pesquisa

A pesquisa aqui apresentada é de abordagem quali-quantitativa descritiva, que segundo Godoy (1995):

A pesquisa qualitativa procura envolver a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em

estudo. Os estudos denominados qualitativos têm como preocupação fundamental o estudo e a análise do mundo empírico em seu ambiente natural. Nessa abordagem valoriza-se o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo estudada.

Enquanto para Richardson (1999), a pesquisa quantitativa é caracterizada pelo emprego da quantificação, tanto nas modalidades de coleta de informações quanto no tratamento delas por meio de técnicas estatísticas.

Os procedimentos metodológicos utilizados para verificarmos a aprendizagem sobre a abordagem do sistema caótico em circuitos elétricos, foi propor uma sequência didática como sendo uma sequência de atividades, na perspectiva da abordagem qualitativa descritiva, usando a observação como método para a pesquisa qualitativa, ressaltando que a observação sistemática, a descrição, interpretação e o significado estão contidos na pesquisa qualitativa.

Usando como instrumento de coleta de dados o questionário, e como diz Gil (1995, p.46) “utilizam-se técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como questionário e observação sistemática”, e como análise de interpretação de dados foi adotado a análise de conteúdo.

Dentre os procedimentos metodológicos da análise de conteúdo, utilizaremos a categorização, inferência, descrição e interpretação. Não necessariamente podendo ocorrer em ordem sequencial. Para Minayo (2016) no geral, costuma-se, por exemplo, (a) decompor o material a ser analisado em partes; (b) distribuir as partes em categorias; (c) fazer uma descrição do resultado da categoria (expondo os achados encontrados na análise); (d) fazer inferências dos resultados; (e) interpretar os resultados obtidos com auxílio da fundamentação teórica adotada.

## **4.2 Local e Participantes**

Participaram dessa pesquisa 34 alunos que cursam o 3º ano do Ensino médio na Escola Estadual Solon de Lucena. Os 34 alunos foram denominados de A1, A2, A3, ... , A34. Sendo que dos 34 participantes da pesquisa, sendo 19 homens e 15 meninas.

### 4.3 Delineamento das Atividades

As atividades desenvolvidas com o uso das simulações computacionais para a abordagem do caos acerca dos circuitos elétricos, assunto da Física Moderna englobando a eletricidade, planejadas e desenvolvidas neste estudo, foram implementadas no âmbito da disciplina de Física, com uma turma de 3º ano, onde na oportunidade o professor titular de Física da respectiva turma concedeu os tempos de aulas dentro do estágio de acompanhamento para a realização do estudo nos respectivos dias.

- 12/08 → (1 aula)
- 13/08 → (1 aula)
- 16/08 → (1 aula)
- 19/08 → (1 aula)
- 20/08 → (1 aula)

No dia 12/08 de 2019, ocorreu o primeiro encontro com a turma, onde conversamos durante 01 tempo de aula (50 minutos/hora). Nesse momento foi realizada uma síntese do projeto, destacando os principais pontos, tais como: problemática, objetivos, recursos utilizados, atividades e tempo de realização do projeto, já que o tempo de implementação do projeto estava no decorrer do conteúdo do bimestre dos alunos.

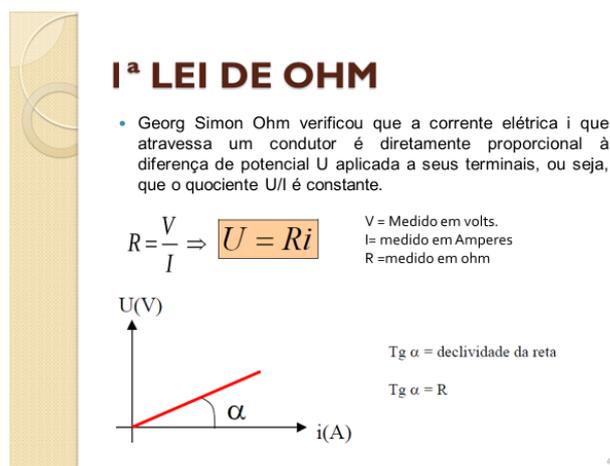
Vale destacar que foi de suma importância a participação dos alunos dessa turma no desenvolvimento da pesquisa porque o conteúdo envolvido está contido na ementa curricular do ensino médio, esclarecendo que eles deveriam se comprometer com o cronograma e as atividades. Em relação às atividades desenvolvidas, explicamos que elas seriam lançadas como parte da nota na disciplina de Física, referente ao 2º bimestre, estimulando, assim, o caráter da participação do estudante.

Os estudantes foram informados que todas as atividades a serem realizadas e utilizadas para a coleta de dados seriam anônimas, de forma que seus nomes não seriam expostos no trabalho e que elas seriam desenvolvidas na própria sala de aula, onde eles estudam diariamente. Destacamos que iríamos utilizar no total 5 tempos de aulas, sendo destinados 50 minutos para cada tempo de aula.

Discutindo com os alunos sobre as dificuldades no que diz respeito a aprendizagem de Física, principalmente os tópicos pelas quais eles já estudaram, vários estudantes se manifestaram, expressando assim suas dificuldades quanto ao aprendizado nessa disciplina. Nesse momento, começamos a falar sobre a importância de recursos, no caso, as simulações computacionais apresentadas pelo simulador online applet denominado de “Falstad” de livre acesso, e pelas próprias aulas de física baseando-se em alguns trabalhos apresentados na tabela 02 e também pelo próprio trabalho presente, com o objetivo de conceber ao estudante uma nova oportunidade na busca de uma aprendizagem eficaz e conseqüentemente melhores resultados no seu desempenho.

No segundo encontro, dia 13/08, todos os 34 participantes estavam presentes na sala de aula. Foi ministrada uma aula a fim revisar o conteúdo de circuitos elétricos, para assim introduzir o sistema caótico envolvendo os circuitos. Nesse momento, vale destacar que foi apresentado aos alunos circuitos elétricos lineares com a presença de equações lineares e gráficos para melhor compreensão e também os circuitos não lineares, apenas para introduzir a noção de sistemas não lineares com exemplos clássicos da Física e alguns animações da Mecânica Clássica, como, por exemplo, o pêndulo duplo. Ainda neste segundo encontro, foram apresentados os circuitos elétricos lineares de maneira superficial, com intuito de explorar em outro momento quando fosse abordado o caos de fato e também apresentado o Arduino para posterior mostrar uma simulação do determinismo provido do próprio circuito montado no Arduino. E por fim, A fig. 4.1 mostra a simulação que aborda a primeira Lei de Ohm, relacionando o comportamento da corrente elétrica com a tensão, com a finalidade de mostrar sua linearidade, uma constante de proporcionalidade.

Fig. 4.1: Características da resistência elétrica

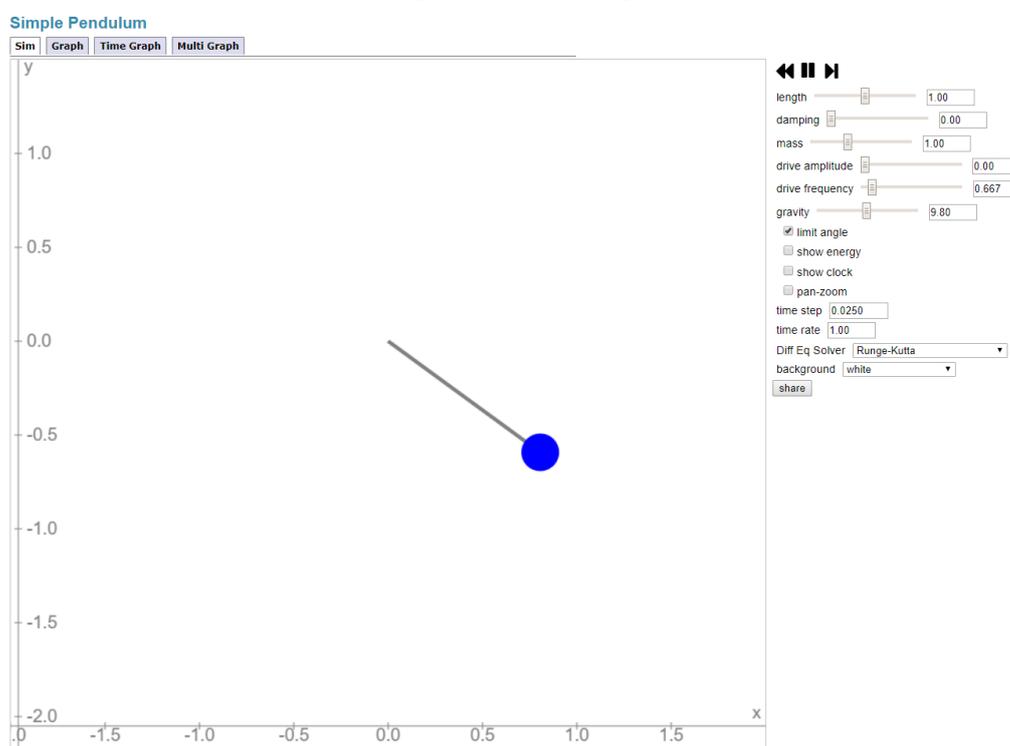


Fonte: Próprio autor

Mostramos aos alunos também o amperímetro que mede a corrente envolvida no circuito como se pode ver na figura (07), também aproveitamos para explicar seu efeito causado com a temperatura, o famoso Efeito Joule. Justamente trazemos aos mesmos o princípio do chuveiro elétrico para melhor contextualizar a primeira Lei de Ohm. À medida que aumentávamos a tensão, a corrente elétrica automaticamente também aumentava, e isso mostra que ambos são proporcionais, ou seja, mostra-se a linearidade do sistema. Sendo assim, conseguimos introduzir o que é então um sistema linear e como ele se comporta diante da simulação e da matemática, através de equações de 1º grau.

Para melhor visualizar o exemplo de sistema linear, foi manuseado com os alunos os dois tipos de sistemas. O primeiro que é linear, um pêndulo normal, conforme mostra a fig. 4.2 a seguir.

Fig. 4.2: Pêndulo simples

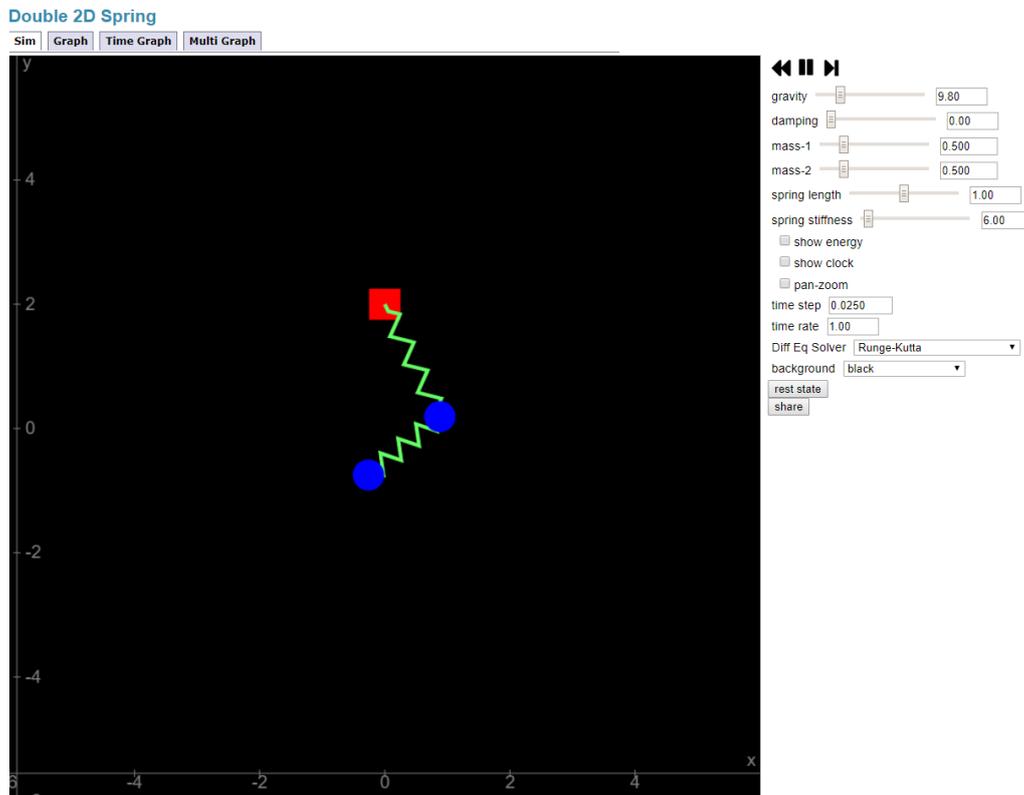


Fonte: <https://www.mypysicslab.com/pendulum/pendulum-en.html>

À medida que alterávamos os parâmetros de controle (gravidade, ângulo, etc), o pêndulo começava a ter o comportamento que já se esperava, ou seja, um resultado previsto do movimento.

E para exemplificar o sistema não linear, foi abordado o pêndulo duplo, para se familiarizar com a noção do caos, abaixo tem-se a fig. 4.3 que é uma animação do pêndulo duplo para consecutivamente, após os alunos absorverem o conceito, poder-se-á aplicar em circuitos elétrico. E o mesmo que foi feito para o sistema linear, foi feito também para o sistema não linear, apresentado a seguir.

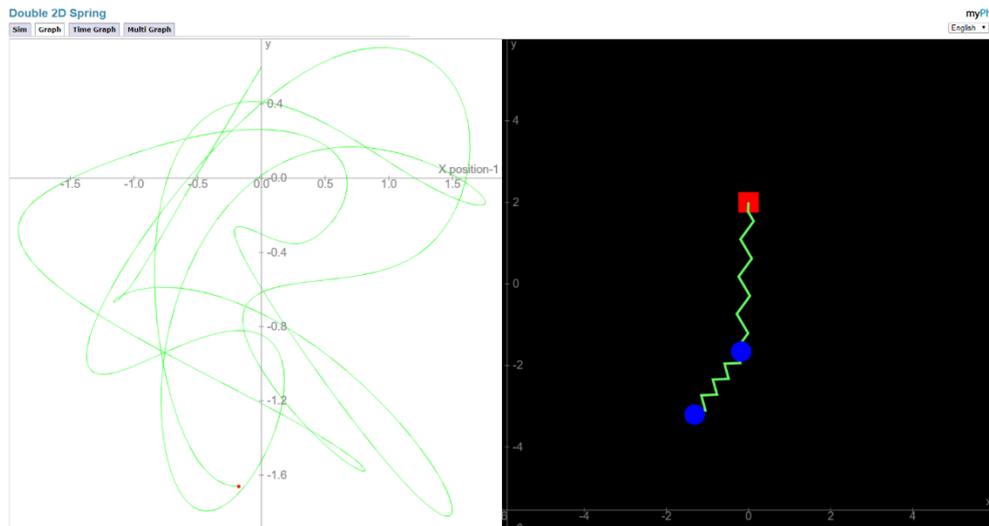
Fig. 4.3: Pêndulo duplo



Fonte: <https://www.myphysicslab.com/springs/double-2d-spring-en.html>

À medida que alterávamos os parâmetros de controle (gravidade, ângulo, etc), o pêndulo começava a ter um comportamento imprevisível, a apresentação do caos aos alunos para apenas familiarizar-se com o conceito e noção. A fig. 4.4 apresenta o comportamento do pêndulo à medida que ia se alterando as condições iniciais. Vale destacar que os alunos já conseguiam ter essa noção, mas chamavam de aleatório, o que ainda não queríamos que fosse o alvo, mas que também não estariam totalmente errados por parte.

Fig. 4.4: Comportamento do pêndulo duplo

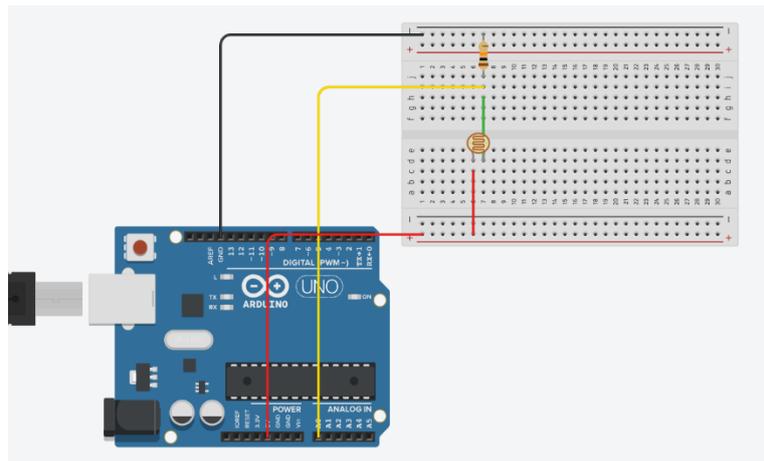


Fonte: <https://www.myphysicslab.com/springs/double-2d-spring-en.html>

Neste momento, introduzimos na aula, o que se conhece sobre atrator. Esse chamado de conjunto de trajetórias se chama de atrator. Por fim, ainda neste mesmo encontro, revisamos também os tipos de circuitos (série, paralelo e misto), envolvendo diversas situações, como, por exemplo, circuitos RLC (Resistor – Indutor - Capacitor), e um envolvendo RLD (Resistor – Indutor - Diodo) e até mesmo como exemplo, apresentamos um tipo de circuito não linear, que é o circuito de Chua, mas não se entrou detalhes, e também para mostrar cada tipo de circuito (linear e não linear) e alguns exercícios para então fixarmos o conteúdo, a fim de demonstrar aos alunos, como os circuitos se comportam diante desses elementos constituintes dele, com o propósito de verificar a linearidade e a não linearidade, ou seja, a causa e efeito.

Ainda neste encontro, apresentamos aos alunos, o Arduino de forma bem superficial, a fim de manusear e fazer com que os alunos tivessem contato direto para ter uma noção e familiaridade análoga ao conceito de caos e suas características. Sendo assim, foi montado um circuito e apresentado aos alunos, cada componente e sua função. Para melhor exemplificar, temos a fig. 4.5, a fim de mostrar o circuito montado no Arduino. Vale destacar que esse esquema foi montado no *Tinkercad* – simulador online real, que reproduz o mesmo que o Arduino simula, só que de maneira virtual, já o Arduino estava presente na sala de aula de maneira física concreta.

Fig. 4.5: Esquema do circuito apresentado em sala de aula

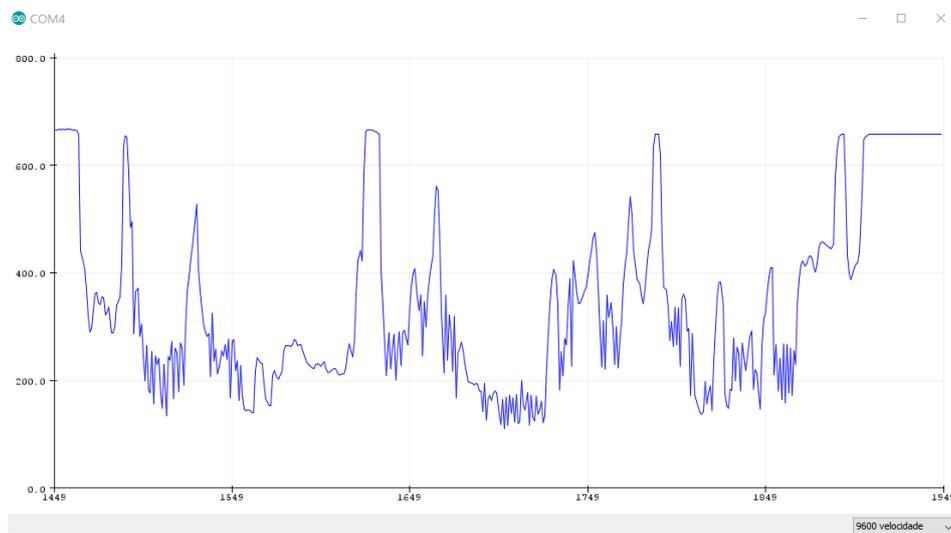


Fonte: Próprio autor

O simulador consistia em o aluno incidir a luz do celular (lanterna) e perceber que com a luminosidade, sendo ela alta ou baixa, o LDR iria variar, sendo assim, entender que um circuito não linear, apresenta esse efeito, ou seja, um componente faz com que o comportamento se torne caótico/ ou aleatório na linguagem cotidiana.

E para melhor visualizar e compreender o que se foi visto quando os alunos contataram o simulador, foi plotado um gráfico da incidência de luz provida do aluno que é apresentado a seguir na fig. 4.6, e vale destacar que a medida que o aluno variava a intensidade da luz, conseqüentemente o comportamento também variava.

Fig. 4.6: Não linearidade (Presença do LDR)



Fonte: Próprio autor

Esse gráfico mostra a presença da luz, emitida pela lanterna do celular de alguns alunos que foram chamados para ter contato e visualizar esse comportamento do LDR – resistor dependente de Luz, com o propósito de instigar o que está por trás desse fenômeno e também introduzir como já dito, o conceito de caos e suas características, como, por exemplo, a sensibilidade às condições iniciais.

A fig. 4.7 mostra o aluno incidindo a lanterna do celular, e o gráfico plotado no projetor de imagens e vídeos, assim, o restante da turma conseguia observar com o aluno participante o comportamento da corrente elétrica em função da tensão.

Fig. 4.7: Aluno A5 incidindo luz no LDR num circuito físico



Fonte: Próprio autor

Após ministradas as aulas de eletrodinâmica e a apresentação do Arduino, de forma a utilizar o recurso projeto de imagens, solicitamos que os mesmos respondessem um questionário (Pré-teste), contendo 06 questões que encontra-se em anexo no produto educacional, sendo 03 questões do tipo abertas e 03 do tipo fechadas que abordavam o conteúdo que seriam discutidos no projeto.

O Pré-Teste foi utilizado para verificar o nível de aprendizado desses alunos com relação apenas a aula tradicional desenvolvida e com a introdução do Arduino. Vale destacar que durante esta aula tradicional, a ideia foi abordar uma noção que levasse a imaginação do aluno a um sistema não linear, que vem ser o caos, somente usando aula expositiva e a apresentação do minicontrolador Arduino. Ao final dos

últimos 50 minutos, todos os estudantes entregaram seus respectivos Pré-Teste e assim encerramos esse encontro. A fig. 4.8 mostra o momento em que os alunos estavam resolvendo o pré-teste.

Fig. 4.8: Alunos resolvendo a avaliação 01 (Pré-teste)

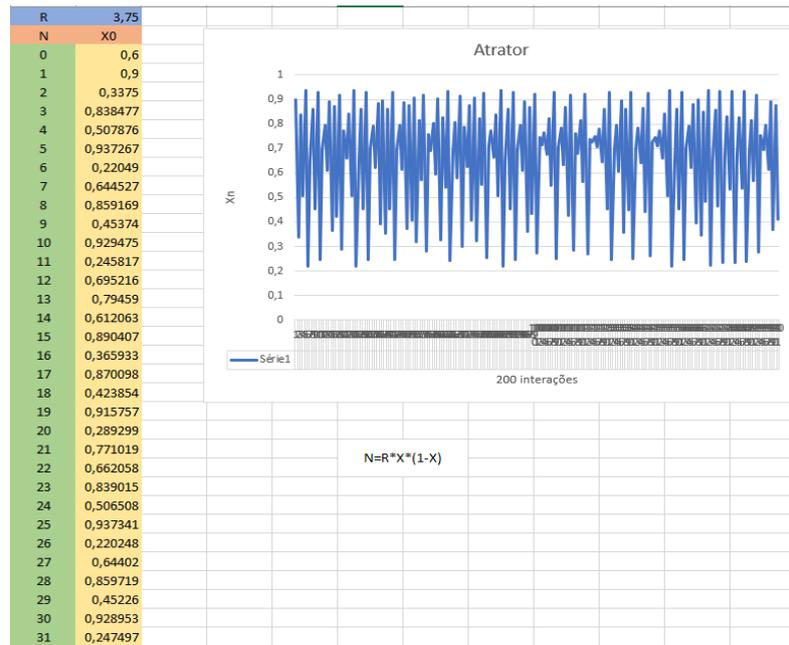


Fonte: Próprio autor

No terceiro encontro, dia 16/08, observou-se que todos os estudantes estavam presentes na sala de aula. Considerando a elaboração do (Roteiro de Atividades 4), disponível no produto educacional que apresenta os conteúdos que seriam discutidos na aula, as atividades programadas e os procedimentos a serem realizados, de acordo o alinhamento construtivo, cada estudante recebeu o respectivo material.

Após as orientações, foi passada uma atividade a fim de que pudessem construir um gráfico e compreender melhor o que seria o caos, destacando que foi apresentada numa aula expositiva, o caos e seus fundamentos, a equação do mapa logístico, com finalidade para compreender a irregularidade no sistema, a sensibilidade às condições iniciais, tornando um sistema não linear, até mesmo como uma verificação, para posterior atingir o nosso alvo. Segue a fig. 4.9 abaixo, para demonstrar a atividade que foi passada aos alunos. Lembrando que as orientações para a construção desse gráfico foram passadas na aula sobre o caos. Pode-se observar que com o decorrer da ordem numérica ( $N=200$ ), o valor de  $X$  vai se tornando mais imprevisível de se localizar. Também se pode ver a duplicação de período logo abaixo do gráfico em azul, mostrado na tabela de dados, destacado em cinza.

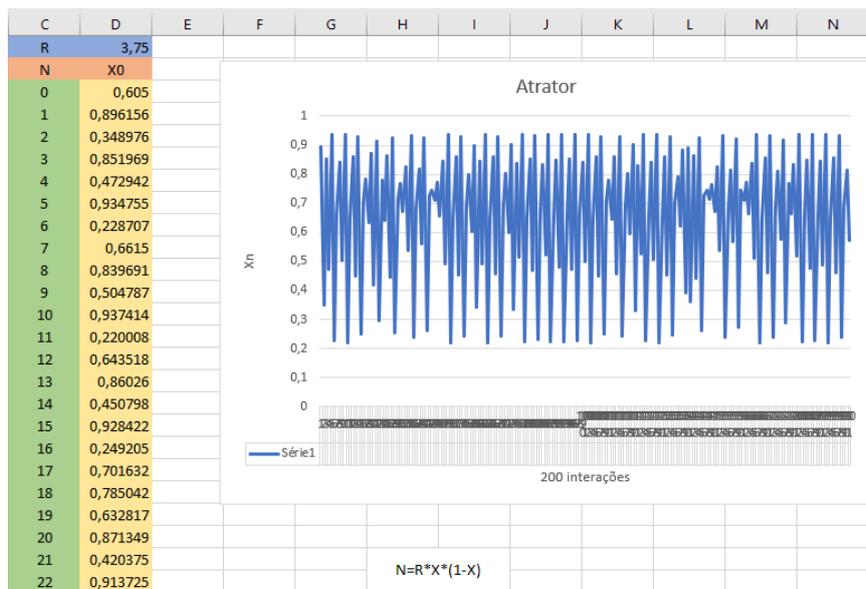
Fig. 4.9: Construção de um atrator no Excel



Fonte: Aluno A15

E comparado com o valor inicial de 0,605, tem-se o gráfico abaixo mostrando a evolução e a irregularidade no comportamento à medida que o valor aumenta ou diminui em pequena diferença de valor de acordo com a fig. 4.10.

Fig. 4.10: Atrator com pequena variação na condição inicial



Fonte: Aluno A15

Após as orientações, utilizamos o computador, projetor de imagens e vídeos, e o simulador *Falstad* para compreendermos as atividades com base na temática adotada

que era a abordagem do caos em circuitos elétricos, já que o alvo foi abordar com o uso dos simuladores *onlines* reais de livre acesso.

Nesse momento mostramos aos estudantes o que de fato significava um sistema não linear e com isso, foi abordada uma aula somente com as simulações de circuitos elétricos não lineares. Ao total, foram apresentados e discutidos com o apoio dos alunos, 04 circuitos elétricos envolvendo o caos e seus fundamentos.

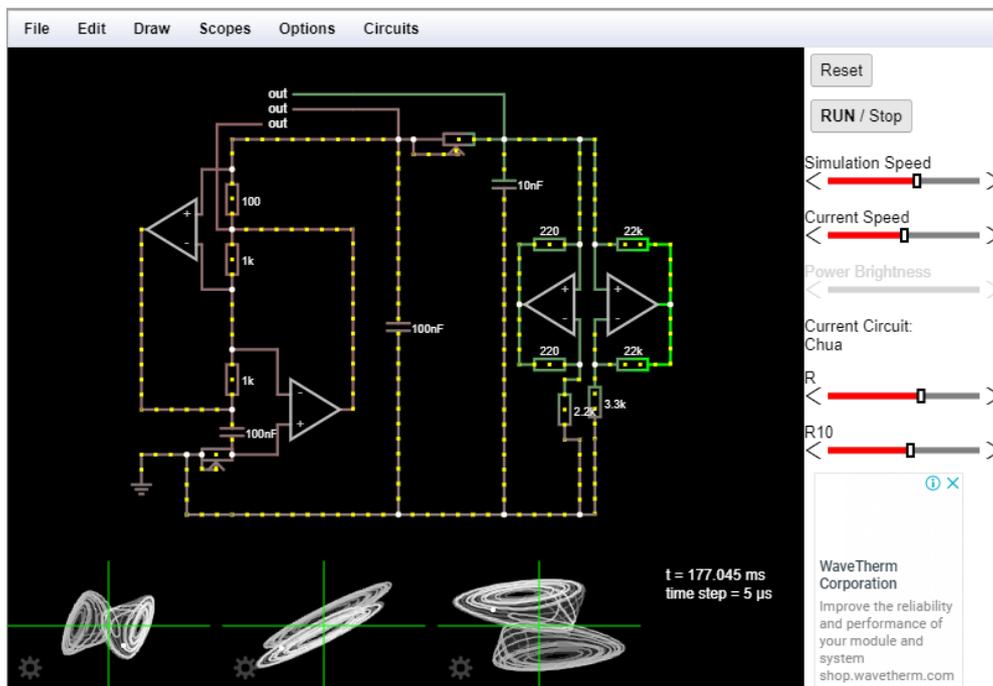
Com base na apresentação dos conceitos físicos e das fórmulas pelos estudantes até o presente momento da aula, projetamos através de slides os conceitos físicos dos conteúdos discutidos, imagens, bem como animações no programa Power Point, para auxiliar nesse processo. Nesse momento os alunos puderam refletir sobre suas considerações no que diz respeito aos conceitos físicos e as próprias fórmulas, já que os conceitos estão ligados às fórmulas discutidas. Destacamos que para os estudantes que ainda apresentavam dificuldades no entendimento dos conteúdos, orientávamos esclarecendo essas dúvidas exatamente com esse material disponível produzido durante o estágio supervisionado e assim concluímos essa parte da aula.

Na tentativa de associarmos o conteúdo com o cotidiano do aluno, conversamos com os alunos sobre imprevisibilidade e exemplos do cotidiano que tivesse como fim o mesmo raciocínio para compreender o caos, como, por exemplo, o que preveriam depois do término do Ensino Médio, se iam estar numa faculdade, no curso que almejou, se iriam estar satisfeito, enfim, perguntas que levassem na mesma finalidade do assunto, de forma análoga. Continuando a aula, projetamos a última animação,

No quarto encontro, dia 19/08, após ter inserido toda a parte conceitual aos alunos, os tipos de circuitos lineares, exemplos de sistemas lineares, animações e atividades para melhor absorver os conceitos, foi ministrada as aulas com o auxílio do simulador online applet "*Falstad*". Já com a familiaridade do caos, apresentamos o simulador à turma, foi explicado que o simulador iria servir para abordar todos os conceitos envolvidos no caos através dos circuitos elétricos, sendo assim, foi abordado 04 circuitos elétricos caóticos. Cada circuito era discutido de maneira qualitativa e abordando e identificando o conteúdo já abordado nas aulas anteriores, e destacamos que a participação era de suma importância, pois iria acarretar as notas do trabalho e do bimestre. Com isso, a turma participou bastante em perguntar nos motivos de causas e efeitos que os circuitos elétricos apresentavam.

Alguns dos alunos puderam observar na simulação representada pela fig. 4.11 que o circuito apresentava aquele comportamento devido possuir algum componente parecido com o que tinham visto no Arduino, semelhante ao componente estudado (LDR). Durante o movimento das cargas elétricas, variamos a resistência de um dos circuitos, e percebeu-se que conforme aumentava uma das duas, o atrator (conjunto de trajetórias) ficava mais imprevisível, logo, mais caótico.

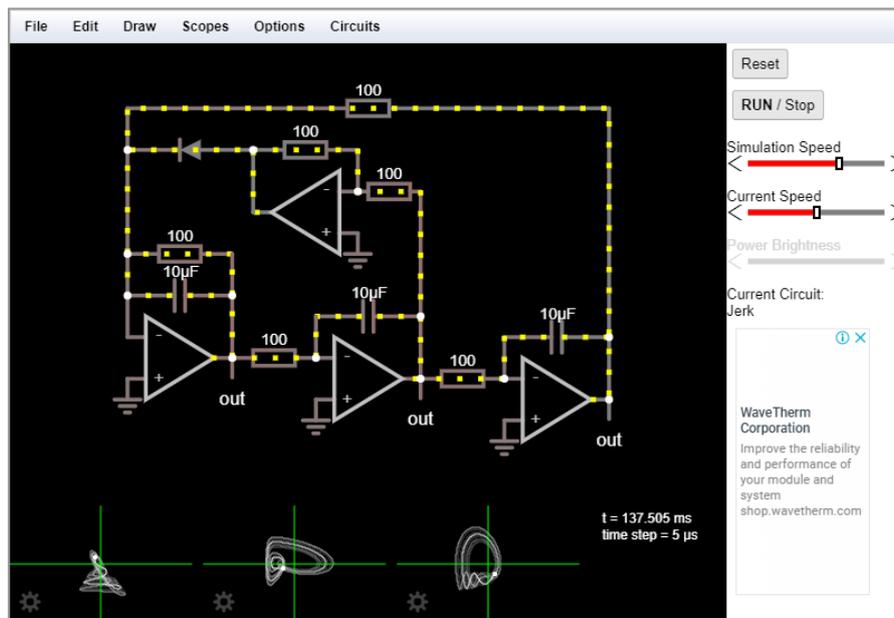
Fig. 4.11: Circuito de Chua



Fonte: <https://www.falstad.com/circuit/>

Solicitamos que o aluno A<sub>20</sub> explicasse o que aconteceria com o atrator se aumentássemos a resistência elétrica, sabendo que o circuito possui comandos como pode se vê, na parte lateral da figura, sendo duas resistências variáveis (R e R10). Iniciamos novamente a simulação e o aluno identificou que conforme aumentasse a resistência, o atrator teria uma forma mais aberta, mais amplo, e com mais trajetórias, logo, mais soluções, sendo uma das correntes e uma das tensões recorrente do valor inicial, uma pequena alteração na resistência elétrica, causa essa perturbação e conseqüentemente gera o caos. Vale destacar que o circuito apresenta tensão de entrada e de saída. Em seguida pedimos o mesmo que tinha explicado o ocorrido, explicasse o que significa com a corrente elétrica em função da tensão como mostramos na fig. 4.12. Para explicar com mais detalhes o circuito de Chua, foi apresentado o circuito do próprio site de Chua.

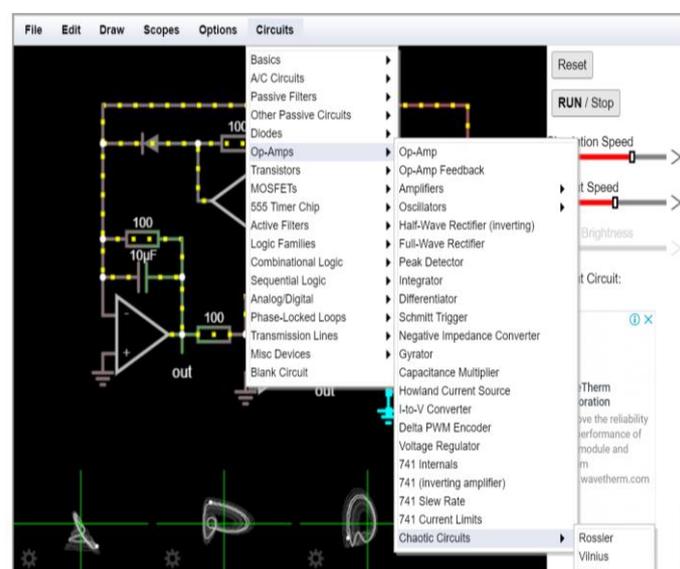
Figura 4.12: Circuito de Jerk



Fonte: <https://www.falstad.com/circuit/>

Em seguida foi apresentado para a turma outros dois circuitos que se encontram junto com os demais que foram apresentados nesta aula na aba “Circuits”, como mostra a figura 46, para que os estudantes tivessem mais uma oportunidade para analisar e conseqüentemente colocarem em prática os conteúdos discutidos de eletricidade e de caos nessa respectiva aula, como, por exemplo, analisar cada atrator e cada tensão gerada no circuito, com base na fig. 4.13 apresentada na aula.

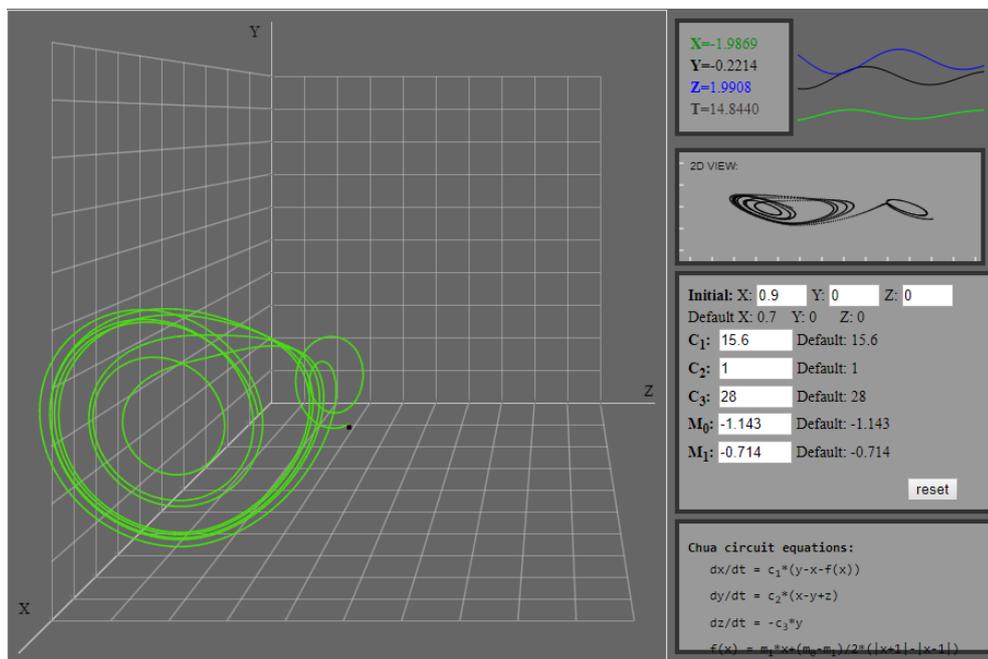
Fig. 4.13: Localização dos circuitos caóticos



Fonte: <https://www.falstad.com/circuit/>

Afim de complementar a abordagem do caos em circuitos elétricos, foi apresentado mais um circuito, dessa vez, o próprio circuito de Chua retirado do site oficial de Chua, onde apresenta o comportamento em 2D e 3D, para que fosse deixar mais claro todo o entendimento de caos, uma vez que já aborda a forma geral e que fosse revisada mais uma vez tudo o que já tinha sido visto nas aulas anteriores. Diante disto, é mostrado na fig. 4.14 abaixo o circuito a fim de explorar a parte qualitativa.

Fig. 4.14: Formação do atrator no Circuito de Chua



Fonte: <http://www.chuacircuits.com/sim.php>

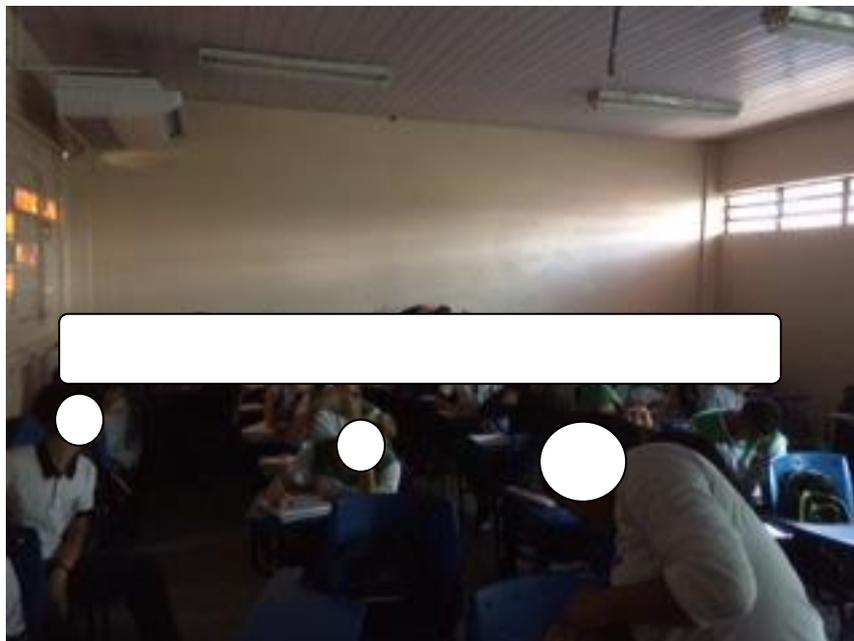
Após a aula ministrada direcionamos aos alunos perguntas baseadas na aula e solicitamos as respectivas respostas. Nesse momento, observamos que a grande maioria da turma respondia às perguntas com tranquilidade e consistência em relação ao uso correto dos termos físicos e assim conduzimos mais essa etapa da aula. É importante ressaltar que os estudantes da turma que ainda apresentavam dúvidas em relação ao assunto estudado, tinham a oportunidade de discutir diretamente com o professor ou com os colegas de classe que já dominavam muito bem o conteúdo e assim sanavam seus pontos em dificuldade para concretizar o seu aprendizado.

Destacamos que esse material se encontra disponível no (Roteiro de atividade 1) e está em anexo no produto educacional. Sendo que essa avaliação é uma atividade dissertativa e construtiva que poderia ser feita em grupo ou individual a fim de facilitar para quem não possuísse computador, relacionada aos conteúdos estudados nessa aula.

O objetivo dessa aula foi verificar o nível de entendimento construído pelos alunos, com base no alinhamento construtivo. Já em relação à avaliação aplicada, esta por sua vez foi corrigida com base na aplicação da Teoria de Biggs e Collis. Após todos os estudantes entregarem a avaliação, o encontro foi encerrado.

No quinto e último encontro, dia 20/08, observamos que todos os estudantes estavam presentes na sala de aula. Considerando a elaboração do (Roteiro de Atividades 2), disponível no produto educacional que apresenta os conteúdos que seriam discutidos na aula, as atividades programadas e os procedimentos a serem realizados, de acordo o alinhamento construtivo, cada estudante recebeu o respectivo material. Este último encontro foi para avaliar todo o aprendizado diante de todas as aulas, sendo elas, a tradicional sobre a Teoria do caos e Sistemas não lineares, e as aulas usando as simulações em circuitos elétricos, sendo uma avaliação (Pós-teste), como mostra a fig. 4.15.

Fig. 4.15: Alunos resolvendo a avaliação 02 (Pós-teste)



Fonte: Próprio autor

Articulando essas atividades ao conteúdo, a abordagem de aprendizagem para realizar o trabalho é de Jerome Bruner, articulada com o alinhamento construtivo e a taxonomia SOLO. Assim, cada atividade feita em sala com os alunos, terá um grau de dificuldade que será feita de acordo com a taxonomia e assim verificada com o

alinhamento construtivo para haver se houver de fato um processo de ensino-aprendizagem potencialmente significativo.

## CAPÍTULO 5

### 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Considerando a participação de 34 alunos no trabalho, num primeiro momento foi aplicado em sala de aula um questionário (pré-teste) para verificar o conhecimento deles em relação aos assuntos ministrados somente através da aula tradicional em relação aos conceitos que foram abordados na revisão e na introdução de sistema não linear. Os alunos foram submetidos a esse Pré-Teste como sendo a avaliação para sondar o conhecimento a respeito do caos e de circuitos elétricos, instrumento avaliativo composto por (06) seis questões relacionadas aos conteúdos que seriam estudadas no trabalho. O objetivo era fazer um levantamento acerca do conhecimento adquirido pelos estudantes em relação aos conceitos envolvidos nas aulas introdutórias de circuitos elétricos.

Os dados obtidos nesse Pré-teste estão representados na tabela 01.

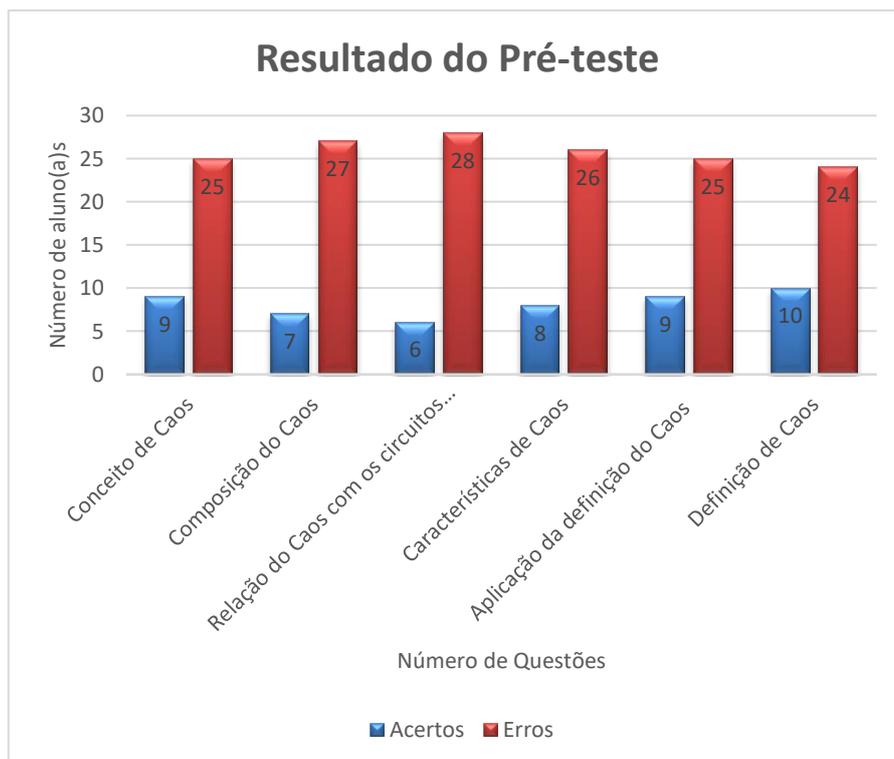
Tabela 03: Dados obtidos no Pré-teste

Questão	Conteúdo de cada questão	Acertos	Erros
01	Conceito de Caos	09	25
02	Composição do Caos	07	27
03	Relação do Caos com os circuitos elétricos	06	28
04	Características de Caos	08	26
05	Aplicação da Teoria do Caos	09	25
06	Definição de Caos	10	24

Fonte: Próprio autor

Tomando a tabela 03 como referência, construímos dois gráficos 01 e 02 para uma melhor visualização dos resultados da avaliação (Pré-Teste). Com base no gráfico 01 é possível comparar o número de estudantes que acertaram ou que erraram determinada questão e o conteúdo associado à questão. Já no gráfico 02, temos os resultados de acertos e erros de cada questão em porcentagem, para mais precisão dos dados coletados.

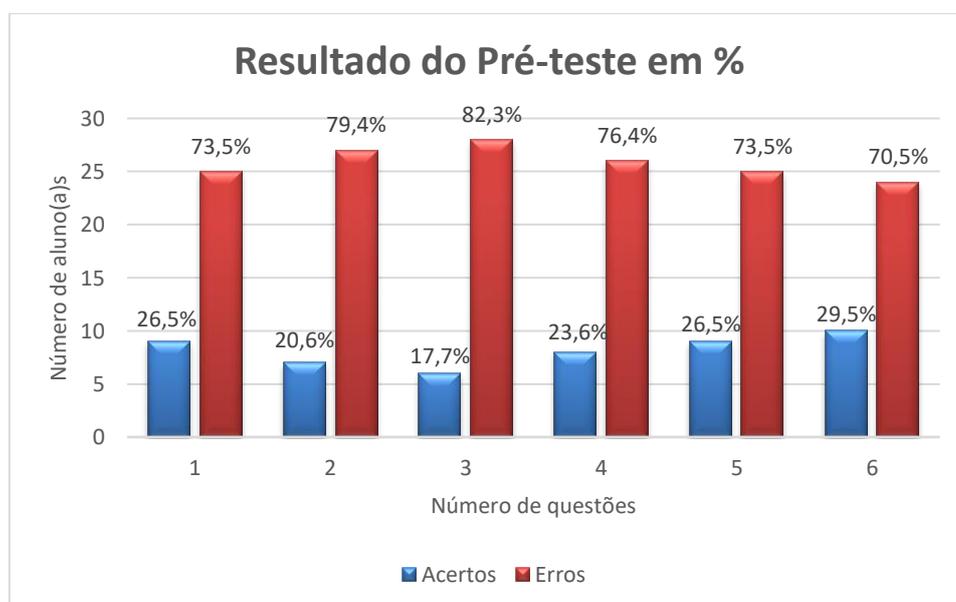
Gráfico 01: Dados obtidos no Pré-teste



Fonte Próprio autor

Para melhor demonstrar os acertos e os erros, colocamos abaixo, um gráfico em função da porcentagem, a fim de tornar mais prático os ganhos e as percas.

Gráfico 02: Rendimento por questão no Pré-teste



Fonte: Próprio autor

Analisando o gráfico 01 observamos que na 1ª questão, apenas 09 estudantes acertaram e outros 25 erraram. É importante destacar que essa questão apresenta nível médio de interpretação e resolução, logo para que o estudante possa resolvê-la, além de conhecer os conceitos físicos referentes à sensibilidade às condições iniciais, a irregularidade no sistema, imprevisibilidade na evolução temporal, ele deveria também saber relacioná-los. Destacando que, a resposta não foi descartada, mas não foi feita nenhuma alusão à ideia do caos. Por isso, de acordo com o gráfico 02 destacamos que apenas 26,5% dos estudantes tiveram sucesso na resolução e outros 73,5% acabaram errando, ou seja, a maior parte dos alunos não teve sucesso na resolução dessa questão.

Portanto, pelos dados obtidos na 1ª questão, observa-se que grande parte dos estudantes necessita de um aprofundamento a mais de Sistema não linear e sua relação/aplicações aos circuitos elétricos no que diz respeito ao ensino e aprendizagem dos conteúdos trabalhados na questão, para que futuramente possam realizar atividades que priorizam esses conhecimentos e conseqüentemente consigam melhores resultados acerca dos conceitos.

Em relação aos dados obtidos na 2ª questão que estão representados no gráfico 02, verificamos que 07 estudantes acertaram e outros 27 erraram. Contudo é importante destacar que essa questão apresenta nível multi-dimensional de interpretação e resolução, já que exemplos apresentados em sala de aula mostraram o que torna algo complexo (exemplos do cotidiano), logo para que o estudante possa resolvê-la, é necessário saber a noção de caos, além de conhecer os conceitos físicos referentes ao caos, ele também precisa ter noção do Determinismo e a Não Linearidade.

Por isso, de acordo com o gráfico 02 destacamos que 20,6% dos estudantes tiveram sucesso na resolução e outros 79,4% acabaram errando.

Então de acordo com os resultados apresentados na 2ª questão, constatamos que pequena parte dos estudantes necessita de aprofundamento no que diz respeito ao ensino e aprendizagem dos conteúdos utilizados na questão, para que futuramente possam realizar atividades que priorizam esses conhecimentos e conseqüentemente consigam melhores resultados.

Em relação aos resultados obtidos na 3ª questão que estão representados no gráfico 01, notamos que apenas 06 estudantes acertaram e outros 28 erraram a questão. A respectiva questão apresenta nível médio de interpretação e resolução, logo para que o estudante possa resolvê-la, ele necessita ter conhecimento de circuitos elétricos e do

Sistema Caótico. Portanto, de acordo com o gráfico 02 destacamos que apenas 17,7% dos estudantes acertaram a questão e outros 82,3% erraram.

Logo, com base nos resultados apresentados na 3ª questão, constatamos que uma grande parte dos estudantes, necessita de um aprofundamento no que diz respeito ao ensino e aprendizagem do conteúdo trabalhado na questão, para que futuramente possam realizar atividades que priorizam esse conhecimento e conseqüentemente consigam melhores resultados.

De acordo com o gráfico 01, observamos que na 4ª questão apenas 08 estudantes acertaram e outros 26 erraram. Ressaltamos que essa questão apresenta nível médio de interpretação e resolução, portanto para que o estudante possa resolvê-la, além de conhecer o conceito físico sobre o caos, ele necessita saber relacionar, além de identificar as suas respectivas características. Logo no com o gráfico 02 destacamos que apenas 23,6% dos estudantes tiveram sucesso na resolução e outros 76,4% acabaram errando, ou seja, a maior parte dos alunos não teve sucesso na resolução dessa questão.

Pelos dados obtidos na 4ª questão, observa-se que grande parte dos estudantes precisam de um aprofundamento no que diz respeito ao ensino e aprendizagem dos conteúdos desenvolvidos na questão, para que futuramente possam realizar atividades que priorizam esses conhecimentos e conseqüentemente consigam melhores resultados.

De acordo com o gráfico 01, observamos que na 5ª questão apenas 09 estudantes acertaram e outros 25 erraram. Ressaltamos que essa questão apresenta nível médio de interpretação e resolução, portanto para que o estudante possa resolvê-la, além de conhecer o conceito físico de caos, ele necessita saber identificar as características para poder criar ou hipotetizar situações em que se apresenta o caos. Logo no com o gráfico 02 destacamos que apenas 26,5% dos estudantes tiveram sucesso na resolução e outros 73,5% acabaram errando, ou seja, a maior parte dos alunos não teve sucesso na resolução dessa questão.

Pelos dados obtidos na 5ª questão, observa-se que grande parte dos estudantes precisam de um aprofundamento no que diz respeito ao ensino e aprendizagem dos conteúdos desenvolvidos na questão, para que futuramente possam realizar atividades que priorizam esses conhecimentos e conseqüentemente consigam melhores resultados.

De acordo com o gráfico 01, observamos que na 6ª questão apenas 10 estudantes acertaram e outros 34 erraram. Ressaltamos que essa questão apresenta nível médio de

interpretação e resolução, portanto para que o estudante possa resolvê-la, além de conhecer o conceito físico Não linearidade, ele necessita saber relacionar as suas respectivas características. Logo no com o gráfico 02 destacamos que apenas 29,5% dos estudantes tiveram sucesso na resolução e outros 70,5% acabaram errando, ou seja, a maior parte dos alunos não teve sucesso na resolução dessa questão.

Pelos dados obtidos na 6ª questão, observa-se que grande parte dos estudantes precisam de um aprofundamento no que diz respeito ao ensino e aprendizagem dos conteúdos desenvolvidos na questão, para que futuramente possam realizar atividades que priorizam esses conhecimentos e conseqüentemente consigam melhores resultados.

Sendo assim, construímos uma tabela para adicionar as notas dos alunos referentes ao Pré-teste, como mostra a tabela 03.

Tabela 04: Notas obtidas no Pré-teste

<b>Aluno(a)s</b>	<b>Notas do Pré-Teste</b>	<b>Aluno(a)s</b>	<b>Notas do Pré-Teste</b>
A <sub>1</sub>	5,0	A <sub>18</sub>	1,25
A <sub>2</sub>	5,0	A <sub>19</sub>	1,25
A <sub>3</sub>	2,5	A <sub>20</sub>	5,0
A <sub>4</sub>	3,75	A <sub>21</sub>	5,0
A <sub>5</sub>	2,5	A <sub>22</sub>	2,5
A <sub>6</sub>	1,0	A <sub>23</sub>	7,5
A <sub>7</sub>	1,5	A <sub>24</sub>	5,0
A <sub>8</sub>	2,5	A <sub>25</sub>	5,0
A <sub>9</sub>	5,0	A <sub>26</sub>	6,0
A <sub>10</sub>	2,5	A <sub>27</sub>	5,0
A <sub>11</sub>	6,0	A <sub>28</sub>	3,75
A <sub>12</sub>	6,0	A <sub>29</sub>	7,5
A <sub>13</sub>	7,5	A <sub>30</sub>	6,5
A <sub>14</sub>	2,0	A <sub>31</sub>	1,25
A <sub>15</sub>	6,0	A <sub>32</sub>	7,0
A <sub>16</sub>	3,0	A <sub>33</sub>	4,5
A <sub>17</sub>	2,0	A <sub>34</sub>	6,0

Fonte: Próprio autor

Com base nos dados da tabela 04, visualizamos que 10 alunos (A<sub>11</sub>, A<sub>12</sub>, A<sub>13</sub>, A<sub>15</sub>, A<sub>23</sub>, A<sub>26</sub>, A<sub>29</sub>, A<sub>30</sub>, A<sub>32</sub> e A<sub>34</sub>), conseguiram atingir a média de aprovação da escola que é de (6,0 pontos), porém é importante destacar que a média geral alcançada pela turma para esse Pré-Teste foi aproximadamente (4,2 pontos). É uma média fora do razoável em função da quantidade de alunos que reprovaram sendo 24 no total.

Construímos o gráfico 03, com o intuito de representar o rendimento da turma em relação à atividade proposta, ou seja, a quantidade de alunos aprovados e reprovados no Pré-Teste.

Gráfico 03: Rendimento da turma no Pré-teste



Fonte: Próprio autor

Com base no gráfico 03, destacamos que no Pré-Teste aplicado, apenas 29% dos alunos da turma, obtiveram aprovação, dessa forma ficou nítido que uma grande parte da turma desconhecia os conceitos aplicados.

Considerando a atividade realizada no quarto encontro, onde na oportunidade os alunos iniciaram o estudo dos conteúdos propostos, na qual as atividades foram guiadas através do Roteiro de Atividades nº 1. O objetivo do encontro era verificar o nível de entendimento construído pelos estudantes no que diz respeito aos assuntos estudados, com base no Alinhamento Construtivo e na Taxonomia SOLO. Para isto, aplicamos aos alunos o Pós-teste, instrumento constituído por uma atividade avaliativa, composta por (06) seis questões. Destacamos que durante a aplicação da avaliação, nenhum estudante recebeu qualquer ajuda do professor ou de outro colega de classe, pois eles foram

orientados de que deveriam responder essa avaliação individualmente e com base nos conhecimentos adquiridos.

Também informamos os alunos em relação aos critérios que seriam utilizados na correção dessa avaliação, desenvolvidas de acordo com a Teoria de Biggs e Collis. Vale ressaltar que a nota máxima atribuída a essa avaliação eram 10,0 (dez) pontos e os dados obtidos nessa avaliação estão representados na tabela 04.

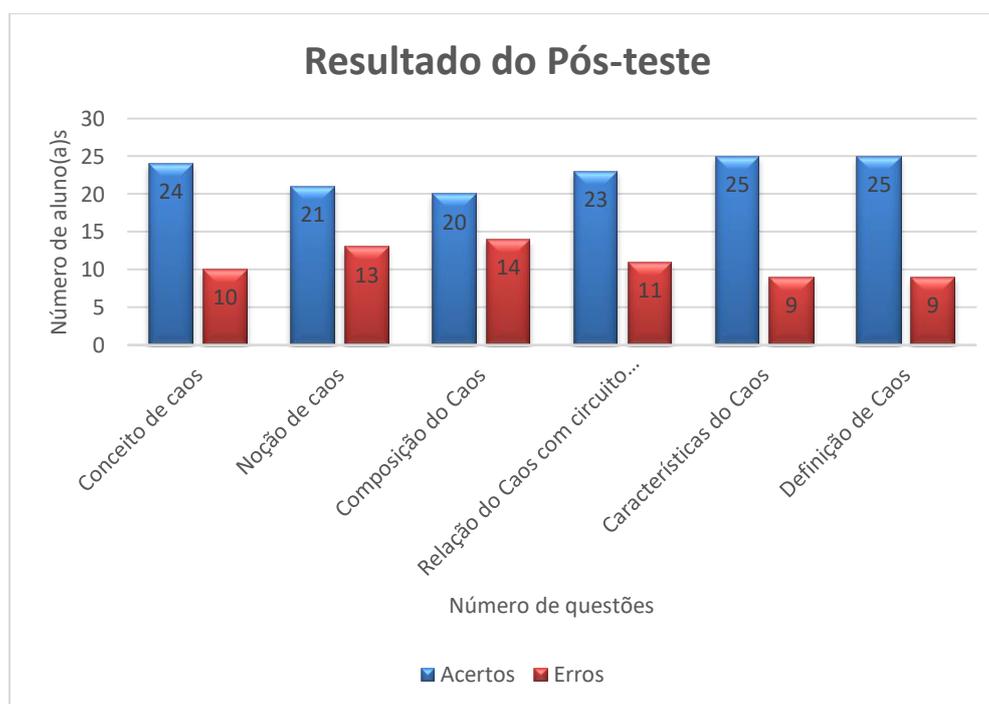
Tabela 05: Dados obtidos no Pós-teste

Questão	Conteúdo de cada questão	Acertos	Erros
01	Conceito de caos	24	10
02	Noção de caos	21	13
03	Composição do Caos	20	14
04	Relação do Caos com circuito elétrico	23	11
05	Características do Caos	25	09
06	Definição de Caos	25	09

Fonte: Próprio autor

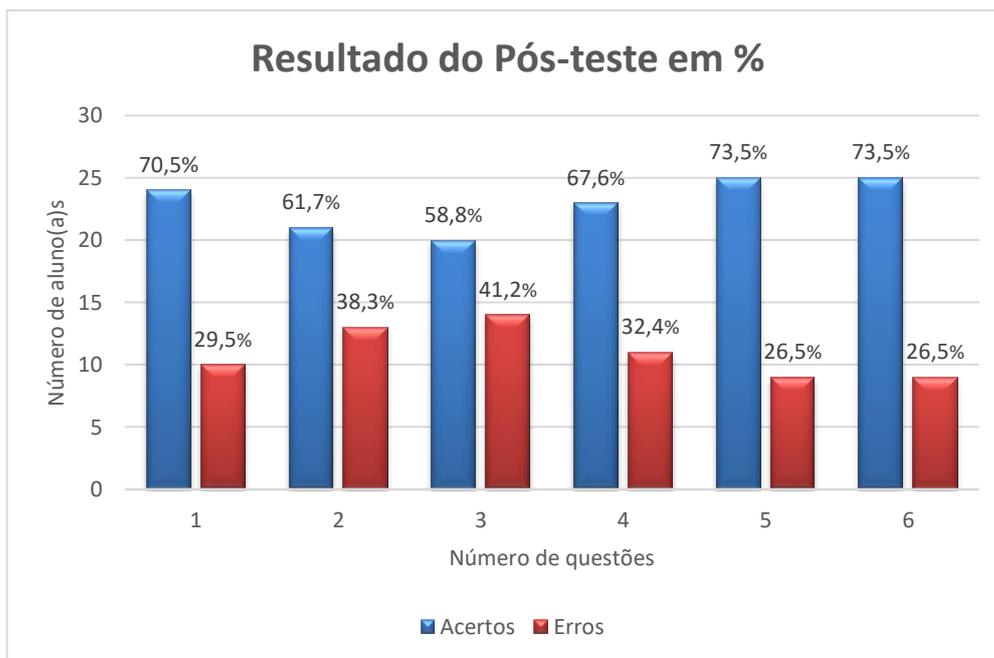
Considerando os dados representados na tabela 05, construímos dois gráficos 04 e 05 para realizarmos uma análise mais detalhada dos resultados do Pós-teste.

Gráfico 04: Resultados do Pós-teste



Fonte: Próprio autor

Gráfico 05: Resultados do Pós-teste em %



Fonte: Próprio autor

No gráfico 04 podemos comparar o número de estudantes que acertaram ou que erraram determinada questão e o conteúdo utilizado na resolução da questão. Por outro lado, no gráfico 05, temos os resultados de acertos e erros de cada questão em porcentagem.

Com base na análise dos dados obtidos no Pós-teste, devemos destacar que em relação a 1ª questão, o gráfico 05 indica que houve um aproveitamento de aproximadamente 70% da turma, porém devemos destacar que para resolver essa questão é necessário o conhecimento em relação à desordem ou desarranjo, apresentado ao mesmo em vista da percepção, logo, para atingirmos melhores resultados em questões com esse perfil destacamos que é necessário que o aluno resolva mais questões e melhore a percepção para que consiga adquirir habilidades necessárias para melhorar o seu aprendizado.

Em relação aos dados obtidos na 2ª questão, observamos que ela engloba vários assuntos, tais como as ideias e exemplos que os próprios alunos citaram em decorrer da apresentação do conteúdo. Portanto nesse processo o estudante teve um grau de facilidade, na resolução, logo pelos dados fornecidos no gráfico 04, notamos que 21 alunos conseguiram acertar a questão e ainda 13 erraram, ou seja, conforme o gráfico 05 obtivemos um aproveitamento da turma de aproximadamente 62% um número bom, tendo em vista as dificuldades ainda apresentadas pelos alunos.

Comparando os dados obtidos na 3ª questão, conforme o gráfico 04, verificamos que 20 estudantes acertaram e 14 erraram, ou seja, o aproveitamento da turma nessa questão conforme o gráfico 05, foi de aproximadamente 59% porém não devemos esquecer que esse mesmo conteúdo, foi utilizado na 2ª questão do Pré-Teste aplicado no início do trabalho, onde na oportunidade os alunos apresentaram um índice de aproveitamento de apenas 17% de acordo com o gráfico 03.

Logo ao compararmos esses dados, notamos nos estudantes um desenvolvimento no aprendizado em relação aos conteúdos mencionados.

Comparando os dados obtidos na 4ª questão, conforme o gráfico 04, verificamos que 23 estudantes acertaram e 11 erraram, ou seja, o aproveitamento da turma nessa questão conforme o gráfico 05, foi de aproximadamente 68% porém não devemos esquecer que esse mesmo conteúdo, foi utilizado na 3ª questão do Pré-Teste aplicado no início do trabalho, onde na oportunidade os alunos apresentaram um índice de aproveitamento de apenas 18% de acordo com o gráfico 03.

Os resultados obtidos na (5ª e 6ª questão), mostram que o rendimento médio da turma nas duas questões de acordo com o gráfico 06 foi de aproximadamente (74%), ou seja, é um bom resultado se considerarmos as dificuldades que os alunos apresentam ao resolverem questões que abordam o conteúdo de circuitos elétricos e Sistema Não linear e sendo que essas questões estão no nível relacional e Abstrato Estendido da Taxonomia SOLO.

Destacamos que esse mesmo conteúdo foi utilizado na 5ª e 6ª questão do Pré-Teste aplicado no início do trabalho. Na oportunidade os alunos conseguiram um índice de aproveitamento de apenas 29% de acordo com o gráfico 03. Portanto, notamos nos estudantes um desenvolvimento no aprendizado em relação ao conteúdo mencionado.

Na tabela 05, apresentamos as médias obtidas pelos estudantes ao final da (Avaliação nº 2).

Tabela 06: Notas obtidas no Pós-teste

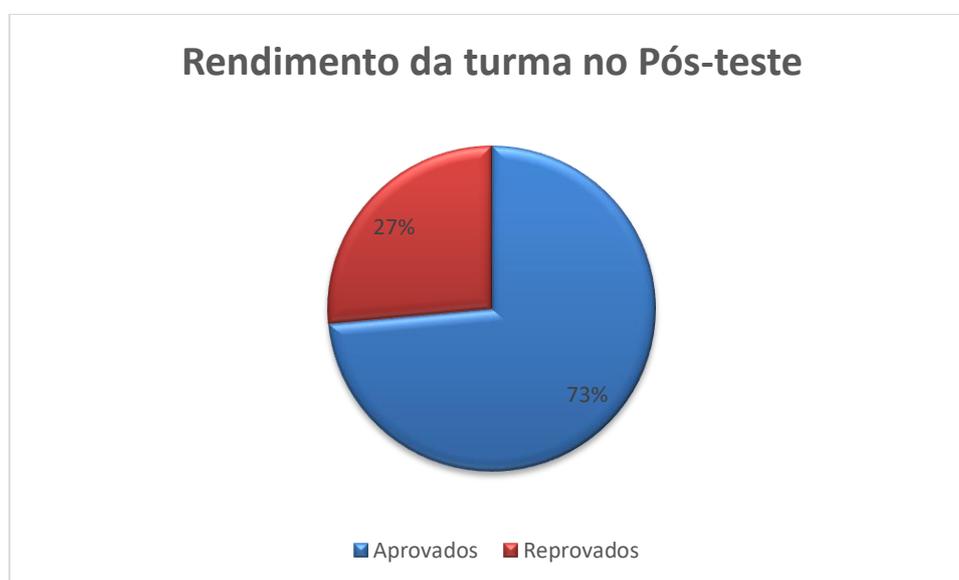
Aluno(a)s	Notas do Pré-Teste	Aluno(a)s	Notas do Pré-Teste
A <sub>1</sub>	6,8	A <sub>17</sub>	8,7
A <sub>2</sub>	6,3	A <sub>18</sub>	9,5
A <sub>3</sub>	6,0	A <sub>19</sub>	4,5
A <sub>4</sub>	7,8	A <sub>20</sub>	4,5
A <sub>5</sub>	4,9	A <sub>21</sub>	4,7
A <sub>6</sub>	4,2	A <sub>22</sub>	3,0

A <sub>7</sub>	5,0	A <sub>23</sub>	9,2
A <sub>8</sub>	4,5	A <sub>24</sub>	3,5
A <sub>9</sub>	5,7	A <sub>25</sub>	8,6
A <sub>10</sub>	6,5	A <sub>26</sub>	8,9
A <sub>11</sub>	7,1	A <sub>27</sub>	3,5
A <sub>12</sub>	7,5	A <sub>28</sub>	8,0
A <sub>13</sub>	8,3	A <sub>29</sub>	6,5
A <sub>14</sub>	7,1	A <sub>30</sub>	7,0
A <sub>15</sub>	7,3	A <sub>31</sub>	6,0
A <sub>16</sub>	8,0	A <sub>33</sub>	6,5
A <sub>17</sub>	7,0	A <sub>34</sub>	8,5

Fonte: Próprio autor

De acordo com os dados da tabela 06, constatamos que 11 (dez) alunos A5, A6, A7, A8, A9, A19, A20, A21, A22, A24 e A27 não conseguiram atingir a média de aprovação que de acordo com a escola é de (6,0 pontos), todavia é importante destacar que a média geral da turma obtida após a correção do Pós-teste foi de aproximadamente (6,2 pontos). É uma média muito boa se comparada ao Pré-teste que foi de (3,7 pontos). Isso mostra o crescimento no aprendizado dos estudantes ao longo do desenvolvimento do projeto. Através dos dados apresentados na tabela 05, construímos o gráfico 06, com o objetivo de representar o aproveitamento da turma em relação à atividade proposta, ou seja, a quantidade de alunos aprovados e reprovados no Pós-teste, para uma melhor visualização dos resultados.

Gráfico 06: Rendimento da turma no Pós-teste



Fonte: Próprio autor

Portanto de acordo com o gráfico 06, notamos que após a execução do (Roteiro de Atividades nº 2) bem como do Pós-teste, o rendimento dos alunos aprovados ficou em aproximadamente (73%), porém é importante destacar que no Pós-teste que foi aplicada, (50%) das questões abordavam o conteúdo de caos, assunto pelo qual identificamos no início do trabalho que os estudantes apresentaram um baixo rendimento, conforme o Pré-Teste aplicado. Com base no gráfico 02 em específico nas questões (1 e 5), registramos um rendimento médio de (26,5%), contudo no gráfico 05 em relação as questões de número (5 e 6), o rendimento médio dos alunos foi de aproximadamente (73,5%), logo nas questões que abordam o assunto resistência elétrica notamos um crescimento (14,2%). Portanto, concluímos que os objetivos planejados até essa fase do projeto foram alcançados, tendo como base os resultados apresentados.

Assim, aqueles estudantes que demonstravam literalmente não saber ou ter dificuldades nesses conteúdos com a aplicação do Pré-Teste, ao longo do trabalho tiveram a oportunidade de estudar de um modo diferente, conseqüentemente aprender e testar seus conhecimentos adquiridos por meio das atividades propostas. Isto por sua vez caracteriza exatamente o excelente resultado alcançado.

Dessa forma, consideramos que os estudantes que demonstravam literalmente não saber os conteúdos, ter dificuldades, ou não saber relacioná-los, tiveram ao longo do trabalho a oportunidade para mudar esse panorama estudando de um modo diferente, dinâmico e contextualizando, logo o resultado alcançado nesse contexto foi excelente, pois o número de alunos com o rendimento esperado foi maior que o dobro apresentado no início do trabalho.

Notamos então, um crescimento significativo, porém não devemos esquecer que nossos alunos sempre apresentam dificuldades para questões com esse perfil. Verificando o gráfico 01, observamos que apenas 06 estudantes, acertaram a questão 03 e outros 28 erraram, esse resultado é característico de atividades desenvolvidas pelo método tradicional de ensino. Portanto, acreditamos que esse crescimento foi atribuído a metodologia que foi utilizada ao longo do trabalho, pois utilizando as ferramentas educacionais empregadas, tais como a estrutura da sequência de atividades desenvolvidas, o uso das simulações, animações, auxílio dos slides, os vídeos, atrelados à metodologia desenvolvida, isso fornece mais elementos para que se alcance uma aprendizagem mais construtivista que é o foco da Teoria de Aprendizagem do trabalho.

Uma boa parte dos estudantes que demonstravam literalmente não saber ou ter dificuldades nesses conteúdos com a aplicação do Pré-Teste, ao longo do projeto tiveram a oportunidade de estudar de um modo diferente, conseqüentemente aprender e testar seus conhecimentos adquiridos por meio das atividades propostas com exclusividade do uso das simulações.

Entendemos que podemos melhorar o resultado dos estudantes que ainda apresentam dificuldades, para isto, podemos incluir nessa sequência de atividades, atividades extras para complementar o ensino e aprendizagem, na qual essas atividades extras podem ser aplicadas no turno contrário, que estão postas no Produto Educacional.

De modo geral, consideramos que os objetivos almejados para o trabalho foram alcançados, pois utilizando as ferramentas educacionais empregadas, tais como a estrutura da sequência de atividades desenvolvida, o uso das simulações, animações, o auxílio dos slides, os vídeos, atrelados à metodologia desenvolvida, isso fornece mais elementos para que se alcance uma aprendizagem mais construtivista.

O trabalho de fato, junto com os dados coletados, mostrou que ele contribui no processo de ensino-aprendizagem para melhor eficácia dos estudantes na área da eletricidade e além disso, conhecer uma parte da Física que não é abordada no ensino médio, o qual é o sistema não linear atrelado aos circuitos elétricos, a partir de exemplos do cotidiano com uso de ferramentas computacionais, já que o recurso didático facilita a aprendizagem e se dispõe de uma metodologia potencialmente significativa, uma vez que ela substitui a aula tradicional e traz um novo olhar para o estudo. Além de aprender a parte da Física que não é imposta para o Ensino Médio, o trabalho busca mostrar também a importância desse contexto envolvendo Sistema não linear com outras Ciências, como o caso da Biologia, o clima, a matemática envolvida, o tráfego de trânsito e a Engenharia. Sendo assim, incrementamos em mostrar a interdisciplinaridade envolvida da Física com os temas abordados anteriormente, dando ênfase na importância e na relação existente entre eles.

## CAPÍTULO 6

### 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta de ensino que aplicamos na turma do 3º ano do ensino médio para a aprendizagem da abordagem do caos em circuitos elétricos usando as simulações apresentou diversas vantagens, o que nos fez concluir que este recurso didático tem um potencial muito grande para a aprendizagem e que vale a pena a utilização deste recurso e desta metodologia articulada com o produto educacional gerado .

Notamos que nossos estudantes observam constantemente ao seu redor um mundo científico, onde eles podem notar que o caos não só está presente na eletricidade, muito menos na Física em geral, mas está na Economia, na Engenharia, na Biologia, no Trânsito (horário de pico), na Bolsa de valores, no clima, enfim uma série de exemplos que podemos citar. O interessante é saber que uma boa parte dessas situações pode ser descrita. Quando fazemos a descrição do movimento da corrente elétrica ou até mesmo da tensão, em um circuito integrado, sendo mais pragmático, um chip de celular, estamos entrando em uma área da física conhecida como Física do Caos.

Um dos objetivos da pesquisa era verificar a eficiência quanto a utilização das simulações na introdução da Teoria do Caos. Nesse contexto, as atividades didáticas desta pesquisa foram desenvolvidas em uma perspectiva de aprendizagem construtivista à luz da teoria de Jerome Bruner, que destaca o processo da aprendizagem por descoberta, através da exploração de alternativas, e o currículo em espiral atrelada ao alinhamento construtivo. A ideia era que os alunos pudessem estudar os conceitos da Teoria do Caos de um modo diferente de modo a contribuir intensamente no aprendizado desses conceitos (conceito de caos, características, propriedades, equação logística) importantíssimos para o desenvolvimento do estudo sequencial de física no 3º ano do ensino médio já que está englobado dentro do conteúdo de circuitos elétricos, que faz parte da Eletrodinâmica, que de um modo geral contribui para o entendimento de outros fenômenos físicos, explicados por outros ramos da física, por exemplo, o movimento do pêndulo duplo.

Para modificarmos essa realidade, criamos roteiros para as aulas, baseados no Alinhamento Construtivo e também um guia de atividades como manual para uso do professor que queira reproduzir as atividades em sala de aula, usufruindo de recursos práticos e facilitadores para montarmos as aulas e por fim utilizamos na abordagem do

caos em circuitos elétricos através de discussões na sala de aula, na qual o objetivo era potencializar o aprendizado dos estudantes. Não podemos esquecer que nesse processo alguns recursos extras foram utilizados (slides e as animações prontas no programa *Power Point*, uso do Excel, simulações extras, aula prática com o Arduino, usado no *Tinkercad*) no sentido de dar apoio no processo de aprendizagem dos alunos.

Após a realização de diversas atividades sequenciais e tomando como base a última atividade desenvolvida (Pós-teste), concluímos que a respectiva turma só consolidou o trabalho desenvolvido, pois o rendimento da turma saltou para (53,8%), ou seja, esse resultado diverge literalmente daquilo que tínhamos inicialmente, porém é importante destacar que todas as atividades visavam levar o aluno ao nível relacional de acordo com a taxonomia SOLO.

Analisando a proposta de um modo geral, observamos que alguns fatores que contribuíram para o sucesso na aprendizagem dos estudantes estão ligados a diversos pontos. O primeiro ponto está ligado ao aumento considerável da motivação extrínseca e interesse dos alunos, ao mesmo tempo associamos outro elemento que é o ambiente de estudo com o experimento/recurso didático e o segundo ponto é a visão, a percepção para compreender determinado fenômeno, e o terceiro é o contato direto com o aparato experimental, que proporcionou melhor entendimento através dos recursos didáticos.

O papel diferenciado do professor nesta proposta também foi um fator de relevância dentro do processo, na realidade o professor teve a função de um mediador entre o conhecimento e os alunos, tentando ao máximo que eles dominassem as situações por si só, de modo a incentivar o desenvolvimento autônomo e a arte de pensar, fazendo interferências em momentos cruciais da aprendizagem, buscando contribuir com a produção de materiais didáticos de fácil acesso e gratuitos em plataformas digitais como instrumento de apoio na prática metodológica.

Sendo assim, finalizamos com o intuito de tornar a proposta aqui apresentada em dados conclusivos quanto à eficácia para o ensino de Física, mais precisamente a compreensão dos conceitos fundamentais da Teoria do Caos. Não defendemos na proposta de intervenção aqui sugerida que o professor utilize apenas uma metodologia como fórmula e segredo de sucesso. A versatilidade e a sensibilidade do professor dirão quais os melhores métodos e soluções para cada situação cotidiana de sua sala de aula. Visto que essa sequência de atividades com o uso das simulações e atividades alusivas mudou totalmente a visão dos alunos em relação ao método tradicional (transmissão-recepção) onde a aula ficou mais dinamizada e mais eficiente e conseqüentemente mais

proveitosa. E, essa proposta visa a implementação da inserção de conteúdos não explorados no Ensino Médio, para que o aluno tenha um conhecimento a mais da Tecnologia aliada ao seu cotidiano, uma vez que o conteúdo visa abordar a realidade do aluno.

## REFERÊNCIAS

- \_\_\_\_\_. **Uma Nova Teoria da Aprendizagem**. Rio de Janeiro: Ed. Bloch, 1976.
- ARAÚJO, Simone Bochner. Sistema caótico simples. Disponível em: <[http://www.puc-rio.br/pibic/relatorio\\_resumo2009/relatorio/fis/simone.pdf](http://www.puc-rio.br/pibic/relatorio_resumo2009/relatorio/fis/simone.pdf)>. Acesso em 22/01/2019
- BIGGS, J.; COLLIS, K. **Evaluating the quality of learning: the SOLO taxonomy**. New York: Academic Press, 1982.
- BLÜMKE, R. A.; AUTH, M. A. Compreensões, intenções e ações no ensino de Física. XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física, UNIJUÍ, RS, 2005.
- BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais. ensino médio. **Brasília: Ministério da Educação**, 175 p., 1998.
- BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Linguagens, códigos e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002. 84p.
- CARLIN, N. et al. Comportamento caótico em um circuito RLC nao-linear. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 2, p. 225-230, 2005.
- DE ARAÚJO, M. S. T.; ABIB, M. L. V. S. Atividades Experimentais no Ensino de Física: Diferentes Enfoques, Diferentes Finalidades. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 25, no. 2, 2003.
- DE SOUZA MINAYO, Maria Cecília; GUALHANO, Luiza. Pesquisa qualitativa para pensar e atuar no campo da saúde. **Ciênc. saúde coletiva**, v. 21, n. 8, 2016.
- Diodo semicondutor. Disponível em: <[http://www.mecaweb.com.br/eletronica/content/e\\_diodo](http://www.mecaweb.com.br/eletronica/content/e_diodo)>. Acesso em: 05 fev 2019
- DORNELES, Pedro Fernando Teixeira. Investigação de ganhos na aprendizagem de conceitos físicos envolvidos em circuitos elétricos por usuários da ferramenta computacional Modellus. 2005.
- FERREIRA, J.; LOPES, R.P; SOCHA, RR; FEITOSA, E. A apresentação de circuitos elétricos e seus respectivos conceitos da Física através da experimentação real e virtual - Anais I Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia, 2009.
- FIEDLER-FERRARA, N. PRADO, C.P.C. **Caos uma introdução**. Ed. E. Blücher, 1994.
- FILHO, J.B.R., COELHO, S., SALAMI, M. Resistores de papel e grafite: ensino experimental de eletricidade com papel e lápis. *Cad.Bras.Ens.Fís.*,v.20, n.2: p.228-236,2003.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas 1995.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de empresas**, p. 20-29, 1995.

HALLIDAY, D., RESNICK, R., KRANE, K.S., Física. v. 3, Rio de Janeiro: LTC Ltda, 2009.

HATTIE, John; BROWN, Gavin TL. **Cognitive processes in asTTle: The SOLO taxonomy**. University of Auckland/Ministry of Education, 2004.

LAZARINI, Adalberto Zanatta Neder; CHAVARETTE, Fábio Roberto. Estudo da Dinâmica Caótica de um Sistema Elétrico de Potência, Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2012.

MARQUES, Ramiro. A pedagogia de Jerome Bruner. **Disponível em:** < [http://www.eses.pt/usr/ramiro/docs/etica\\_pedagogia/A%20Pedagogia%20de%20JeromeBrune.pdf](http://www.eses.pt/usr/ramiro/docs/etica_pedagogia/A%20Pedagogia%20de%20JeromeBrune.pdf) > **Acesso em** 20/08/2017, v. 20, 2002.

NUSSENZVEIG, H.M. (org.). **Complexidade e caos**. Ed. UFRJ/COPEA, 1999.

OSTERMANN, Fernanda; CAVALCANTI, CJ de H. Teorias de aprendizagem. **Porto Alegre: UFRGS**, 2010.

REBELLO, A.P., RAMOS, M.G. Estudo de circuitos elétricos básicos por meio de uma unidade de aprendizagem: percepções de alunos do ensino médio. VII ENPEC. Florianópolis. nov. 2000.

Ressonancia e caos num circuito RLC em serie. Disponível em: <<https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=1645643>>. Acesso em 22/01/2019.

SAVI, MARCELO AMORIN. **Dinâmica não-linear e caos**. Editora E-papers, 2006.

SÉRÉ, M. G., COELHO, S. M. NUNES, A. D. O papel da experimentação no Ensino a Física. Cad.Bras.Ens.Fís., v.20, n.1,2003.

Sistema dinâmico não linear. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Sistema\\_din%C3%A2mico\\_n%C3%A3o\\_linear](https://pt.wikipedia.org/wiki/Sistema_din%C3%A2mico_n%C3%A3o_linear)>.

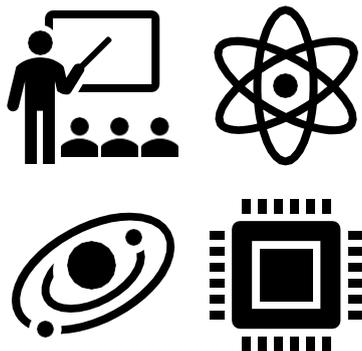
Acesso em: 05 jun. 2018

Sistemas Dinâmicos não lineares. Disponível em: <[http://conteudo.icmc.usp.br/Portal/Pesquisa/pesquisaDinamico.php?id\\_laboratorio=81](http://conteudo.icmc.usp.br/Portal/Pesquisa/pesquisaDinamico.php?id_laboratorio=81)>. Acesso em: 05/ jun. 2018

Strange Attractors. Disponível em: <<http://www.stsci.edu/~lbradley/seminar/attractors.html>>. Acesso em: 07 jun. 2018

VALERIO, Luis Renato. Dinâmica Não-Linear e Caos: O Circuito de Chua. **Trabalho de Conclusão de Curso em Física. Universidade Federal de Alfenas. Minas Gerais**, 2014.

YAMAMOTO, Issao; BARBETA, Vagner Bernal. Simulações de experiências como ferramenta de demonstração virtual em aulas de teoria de física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 23, n. 2, p. 215-225, 2001.



**PRODUTO EDUCACIONAL  
(MATERIAL PARA USO DO  
PROFESSOR)**

LUCAS LINHARES MARINHO

## **Uma Abordagem do Sistema Caótico em Circuitos Elétricos Usando Simulação no Ensino Médio**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação Polo 4 IFAM/UFAM no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:  
**Prof. Dr. Mínos Martins Adão Neto**

## **RESUMO**

### **Uma Abordagem do Sistema Caótico em Circuitos Elétricos usando Simulação no Ensino Médio**

Lucas Linhares Marinho

Orientador:

Prof. Dr. Minos Martins Adão Neto

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação Polo 4 UFAM/IFAM no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

# Sumário

1. Apresentação do professor.....	5
2. Proposta do trabalho .....	7
3. Metodologia utilizada no desenvolvimento do trabalho .....	8
4. O uso de simulações no Falstad no ensino do Sistema Caótico .....	11
5. Descrição dos Simuladores, simulações utilizadas e acesso aos simuladores .....	11
6. Roteiros de Atividades.....	48
6.1 Aula 1.....	55
6.2 Aula 2.....	55
6.3 Aula 3.....	55
6.4 Aula 4.....	55
6.5 Aula 5 .....	56
7 Referências	95

## 1. Apresentação do professor

Caro Professor,

Este Guia de Atividades é proposto para o ensino dos conceitos e fundamentos sobre a Teoria do caos que estejam envolvidos em circuitos elétricos para alunos do 3º ano e tem como principal característica a realização de atividades de ensino e aprendizagem com o auxílio de diversos recursos tecnológicos didáticos interativos que são os simuladores online do tipo applet, porém, apenas um deles se dará ênfase neste guia, mas os demais estarão inclusos neste guia a fim de complementação de ideias. O simulador online applet chamado “*Falstad*” usado para a proposta. O applet significa um pequeno software que executa uma atividade específica, dentro (do contexto) de outro programa maior (como por exemplo um *web browser*), geralmente como um Plugin, ou seja, próprio para o conteúdo de circuitos elétricos. Em sua estrutura encontramos uma sequência de atividades, constituída por uma sucessão planejada de atividades progressivas e articulada entre si, na forma de roteiros (guias). Esta sequência de atividades propõe um novo desafio pedagógico o “ensino por descoberta” baseado na Teoria de Jerome Bruner.

Segundo Bruner (1963) o ensino apresenta o aluno como foco principal, chamando-o de ensino por descoberta, contudo é importante destacar que as atividades de ensino que serão desenvolvidas com base nessa modalidade de construção do conhecimento, serão auxiliadas pela teoria do Alinhamento construtivo e Taxonomia solo, uma vez que a Taxonomia articulada com o Alinhamento Construtivo servem para alcançar os objetivos com o resultado da aprendizagem, distinguindo cada nível alcançado pelo aluno.

Bruner (1976) destaca que a aprendizagem por descoberta propõe duas concepções centrais e importantes acerca do ensino que é a aprendizagem por descoberta, através da exploração de alternativas, e o currículo em espiral, capaz de oportunizar ao aprendiz rever os tópicos de diferentes níveis de profundidade. Diante desse contexto o ambiente ou conteúdos de ensino têm que ser percebidos pelo aprendiz em termos de problemas, relações e lacunas que ele deve preencher, a fim de que a aprendizagem seja considerada significativa e relevante.

Em 2003, John Biggs apresentou a teoria entre o ensino e os métodos de avaliação com ênfase no processo de aprendizagem dos alunos, denominada “Alinhamento Construtivo”, essa teoria é fundamental para promover o desenvolvimento de

competências nos alunos, melhorando a qualidade do ensino-aprendizagem e preparando-os melhor para o seu futuro. Ela destaca que a formulação de questões e a procura de respostas é reconhecida como sendo fundamental no desenvolvimento e na aplicação de competências centrais pelos alunos, tais como o pensamento crítico e reflexivo, ou a resolução de problemas. Um aspecto importante caracterizado no alinhamento construtivo destaca que o conhecimento é ativamente construído, tendo em vista que a perspectiva de ensino é centrada nos estudantes.

A Taxonomia SOLO, teoria de Biggs e Collis (1982) considera que os indivíduos aprendem um novo conhecimento através de estágios ascendentes que envolvem estruturas cognitivas cada vez mais complexas. Em cada estágio há uma estrutura comum, que representa níveis de complexidade. Essa teoria foi desenvolvida a partir da concepção de que os sujeitos aprendem distintos conteúdos em estágios de complexidade ascendente e que mostram, em geral, a mesma sequência em diferentes tarefas; isso torna possível, a partir dos dados a que temos acesso, caracterizar de alguma forma os níveis de habilidades, ou ainda identificar a evolução de uma habilidade em tarefas particulares.

Portanto, com base na Taxonomia SOLO o objetivo é colocar os alunos em um nível diferente de conhecimento científico, ou seja, no nível relacional, pois no modelo metodológico adotado para o desenvolvimento desta sequência didática, os alunos são colocados no centro do processo da aprendizagem, dessa forma os roteiros elaborados para as aulas, possibilitarão que os alunos construam os conceitos e princípios da física sendo que o embasamento está no que estes já trazem de seu cotidiano e experiência de vida.

Os roteiros desenvolvidos para as respectivas aulas foram elaborados, segundo a Teoria do Alinhamento Construtivo e a Taxonomia SOLO, na qual as atividades propostas estão alinhadas construtivamente. É importante destacar que nesse processo o professor leva em consideração o que os alunos serão capazes de fazer depois de terem passado pelas atividades propostas e que não eram capazes de realizar anteriormente.

Nesse contexto o objetivo desse material é proporcionar aos alunos momentos para a construção de conhecimentos, através da introdução de simulações prontas e outras a fazer no estudo dos conceitos da Teoria do Caos. Na estrutura de cada roteiro desenvolvido, encontramos as atividades que serão executadas pelo professor, as atividades a serem desenvolvidas pelos alunos que são respectivamente as atividades de ensino e aprendizagem e atividades de avaliação.

No roteiro também destacamos objetivos pretendidos da aprendizagem, os conteúdos a serem discutidos nas aulas, os recursos utilizados e uma descrição detalhada da aula. A estrutura desse material tem como propósito tornar mais eficiente o processo de ensino e aprendizagem.

Nesse viés, pretendemos que nosso Guia de Atividades possa contribuir com o professor no planejamento e na execução de suas aulas sobre os conceitos do Sistema Caótico em circuitos elétricos não lineares para alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Em relação às simulações desenvolvidas no simulador *Falstad* e as atividades de ensino e aprendizagem constantes neste material, afirmamos que as mesmas pretendem possibilitar uma análise criteriosa, motivacional e desafiadora em relação aos de caos e circuitos elétricos, sendo possível explorar, conceito de (caos, características do caos, mecanismo para o caos e a relações dele com os circuitos elétricos não lineares) e intervir quando necessário, estimulando debates, confrontos com concepções alternativas dos alunos, além de ampliar a socialização na sala de aula, através da relação entre alunos/alunos e/ou alunos/professores.

Além do simulador anterior descrito, temos também outros simuladores extras a fim de complementar no guia de atividades desse trabalho. Os outros são semelhantes, porém, são mais amplos no sentido do manuseio e reprodução para o ensino em sala de aula.

Nota-se um intenso crescimento no que diz respeito ao uso de computadores, softwares educacionais e internet nas aulas de Física como recursos das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) para auxiliar na aprendizagem, e melhorar as estratégias de ensino.

Vale lembrar que o simulador é de livre acesso e fácil de se usar, uma vez que já se tenha o conhecimento prévio de circuitos elétricos e Sistema caótico.

## **2. Proposta do Guia de atividades**

Desenvolvemos um estudo sobre o uso de simulações com o simulador *Falstad* no ensino dos conceitos da Teoria do caos e suas relações com os circuitos elétricos com os estudantes do 3º ano do ensino médio, e como suporte complementar, apresentaremos umas simulações extras, com o propósito de conhecer o papel das simulações na aprendizagem destes conceitos e identificar as dificuldades apresentadas pelos estudantes durante as atividades. No desenvolvimento da sequência didática os conceitos físicos que

serão discutidos podem ser explicitados pelo estudante por meio do uso de atividades de simulações que contenham estes conceitos.

A proposta aqui feita permite estudar fenômenos de difícil observação em sala de aula, ela apresenta como base o desenvolvimento de atividades estruturadas e guiadas através de roteiros que serão utilizados no desenvolvimento das aulas. As atividades de ensino planejadas com o uso do computador e smartphone executadas, devem promover a participação ativa dos alunos que discutem as mesmas ideias e devem responder às perguntas em condições essenciais para que ocorra sua aprendizagem e conseqüentemente consigam relacionar os conceitos dos conteúdos abordados entre si e futuramente com outros conceitos físicos.

No que diz respeito as atividades planejadas para o aluno, destacamos o seu comprimento de modo integral e individual, porém em relação as atividades com o uso do computador ou até mesmo com o smartphone, seja de forma individual ou em grupo, propostas aos estudantes de acordo com os roteiros das aulas. Ressaltamos que as mesmas podem ser realizadas individualmente ou em grupos com a mediação do professor para as orientações.

Destacamos que o professor pode desenvolver integralmente essa sequência de atividades na própria da sala de aula, acessando o simulador online *Falstad* no computador disponibilizados pelos estudantes ou ainda smartphone. Além do mais, pode acessar aos demais simuladores inseridos aqui neste guia como simulações complementares.

O desafio principal é como os professores de física podem tirar proveito de uma inovação digital com este pequeno software online *Falstad*, com o objetivo de melhorar as suas aulas e criar ambientes na qual a construção e avaliação dos modelos dos alunos seja verdadeiramente incentivado e estimulado ao conhecimento. Sendo assim, a sequência de atividades terá como foco somente o simulador *applet Falstad*. Os demais simuladores, fica a critério do professor que irá reproduzir a sequência, podendo incrementar mais conhecimento com os outros simuladores.

### **3. Metodologia utilizada no desenvolvimento da sequência de atividades**

O objetivo dessa sequência de atividades é modificar no aluno sua postura no ambiente de sala de aula, ou seja, deixar a postura de mero receptor de informações ou copista, para alguém com autonomia para construir o seu conhecimento, seja ele ativo,

pois os conteúdos sobre os conceitos de Sistema Caótico e circuitos elétricos estão interligados e disponíveis nas simulações propostas e o aluno por sua vez, já traz consigo ideias do seu cotidiano, que podem ser consideradas nesse processo, como, por exemplo, as aulas já discutidas e comentadas durante a abordagem do conteúdo visto. Destacamos que as atividades a serem realizadas têm como objetivo, dar auxílio ao aluno no processo de construção do seu conhecimento, deixando o método de transmissão e recepção e focando assim no método construtivista como segue a Teoria do Ensino por descoberta de Bruner.

O uso de simulações no simulador *Falstad* nas aulas de física possibilita que o aluno construa o seu conhecimento sobre os conceitos de sistema caótico envolvendo circuitos elétricos, apresentados em sala de aula, partindo da observação de um dado fenômeno, seja ele o comportamento dos parâmetros que estão num dado circuito que está presente na simulação e seguindo um ciclo de atividades organizadas hierarquicamente, considerando os objetivos educacionais e o alinhamento construtivo.

Bruner (1963) afirma mediante suas observações e experiências que as crianças nascem com um grande “desejo de aprender”, mas que este se não está motivado corretamente prejudicará o desenvolvimento cognitivo e implicará na não construção do conhecimento. Acreditamos que este desejo em aprender, está associado à curiosidade das crianças em objetos e assuntos novos, logo se esta vontade em aprender não for corretamente trabalhada pode despertar uma antipatia a determinadas áreas do conhecimento que trazem em suas áreas de estudo a lógica e a abstração de fenômenos naturais como é o caso da física, que poderia ser ministrada claramente na disciplina de Ciências Naturais.

É importante destacar que de acordo com a metodologia proposta para as aulas, estas serão guiadas mediante a utilização de roteiros, construídos com base no alinhamento construtivo, onde se faz necessário que o professor deixe bem claro aos alunos todas as informações importantes e necessárias para o bom andamento e execução das atividades propostas. Dessa forma, oferecer ao aluno um auxílio necessário para que o mesmo consiga alcançar os objetivos definidos para cada aula.

Outro ponto importante que merece destaque nesse processo é sobre a relação do professor com os aspectos direcionados aos alunos, ou seja, aos incentivos, motivação extrínseca e orientação em relação as atividades de um modo geral. Acreditamos que todos os elementos citados são essenciais nesse processo, dessa forma para o aluno construir o seu conhecimento é necessário que o mesmo esteja pré-disposto e

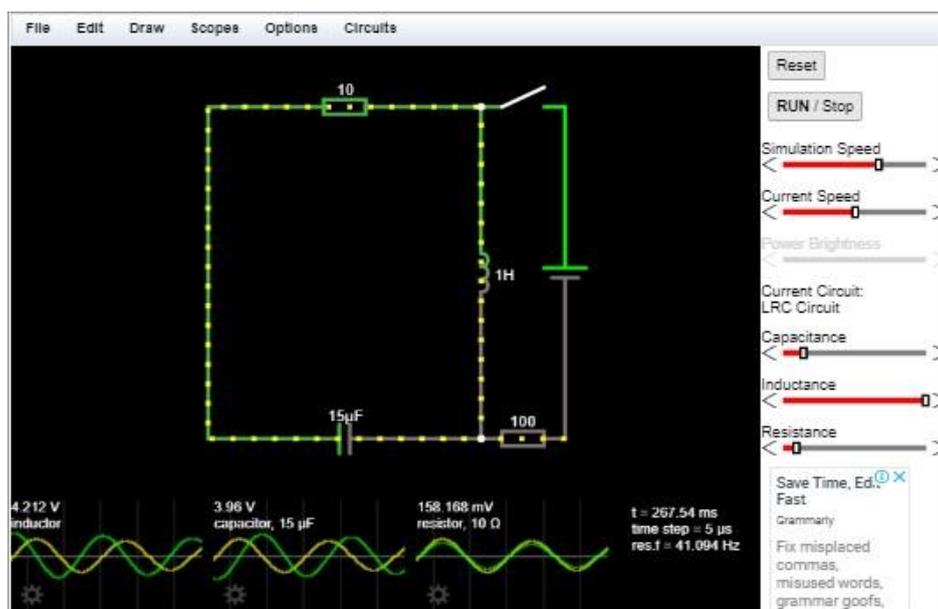
comprometido com o processo, pois nesse método de ensino e aprendizagem o aluno é colocado no centro do processo, ou seja, a perspectiva de ensino é centrada no aluno e o conhecimento é ativamente construído.

Portanto, de modo geral, o objetivo da utilização desse material no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de sistema caótico envolvendo circuitos elétricos, é tornar as explicações desses assuntos de um modo muito mais simples, dinâmica e que de fato facilite a compreensão dos alunos na construção dos conhecimentos, já que o passo a passo está descrito no roteiro de forma bem simplificada. Estas atividades por sua vez, seguem uma organização e sequência, na qual o aluno após estudar tais conceitos físicos, saiba relacioná-los com outros conceitos físicos.

#### 4.1 Descrição do simulador, simulações pré-definidas e acesso ao simulador *Falstad*

O *Falstad* é um simulador online de livre acesso, sendo um applet java, que é um simulador de circuito eletrônico, podendo ser acessado de smartphone ou computador. O *applet* significa um pequeno software que executa uma atividade específica, dentro (do contexto) de outro programa maior (como por exemplo um *web browser*), geralmente como um Plugin, ou seja, próprio para o conteúdo de circuitos elétricos. Vale lembrar que ele abrange todas as áreas da Física. Desde a Física Clássica até a Física Moderna, tendo como foco nosso conteúdo de Sistema não lineares em Circuitos elétricos. Quando o applet iniciar, você verá um circuito RLC simples. A cor verde indica tensão positiva. A cor cinza indica terra. Uma cor vermelha indica tensão negativa. Os pontos amarelos em movimento indicam corrente, como mostra a imagem a seguir.

**Figura 01:** Circuito RLC



Fonte: <https://falstad.com>

Como se pode ver na barra lateral, tem-se alguns comandos, em que o aluno pode alterar os parâmetros de controle sobre os elementos que constituem o circuito, podendo ter uma noção geral do circuito que se analisa. O simulador *Falstad* vem sendo utilizado em diferentes projetos, tanto para a área do ensino fundamental, Médio, Superior na área da Física como na área da Engenharia e da Matemática, e vem contribuindo positivamente no ensino, pois é uma ferramenta tecnológica que permite que o aluno expresse suas ideias, criatividade e modelos através da opção “circuitos”, onde se tem todos os tipos

de circuitos, sejam ele eletrônicos, lineares, não lineares etc, e conseqüentemente discutir sobre o fenômeno físico representado que é a Teoria do caos. Portanto, ao utilizarmos essa inovação digital disponível, teremos uma oportunidade para melhorar as aulas de física e criar ambientes na qual a construção e avaliação dos modelos dos alunos seja verdadeiramente incentivado e estimulado ao conhecimento.

O simulador permite que o usuário organize uma seleção de componentes (interruptores, chips, fontes de energia etc.) em um circuito de trabalho conectando os componentes aos fios - como seria feito no desenvolvimento físico de um circuito. Embora o uso e a descrição de todos os componentes incluídos no *software* estejam além do escopo deste manual neste momento. A seguir estão alguns dos componentes mais básicos usados nas classes de eletrônicos de nível inferior.

### Fontes de energia

Existem quatro fontes de energia básicas (veja a Figura 2); CC de 2 terminais, CA de 2 terminais, CC de 1 terminal e CA de 1 terminal. Ao criar circuitos dentro do simulador, você DEVE usar uma dessas quatro fontes de energia (ou uma das fontes mais avançadas) para alimentar seu circuito. Se estiver usando uma fonte de 1 terminal, você também deve incluir uma referência de terra. Se, no entanto, você usar uma fonte de 2 terminais, poderá amarrar a perna de terra / ponto morto da energia ao terra e usar uma referência de terra ou precisar fechar o circuito com um fio que retorne ao lado de terra / ponto morto. da fonte de energia.

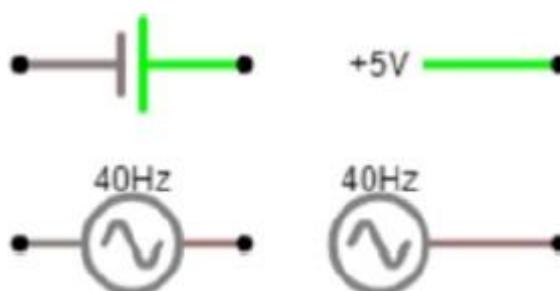


Figura 02: Fontes de energia básicas. As duas da direita são fontes de 1 terminal e as duas da esquerda são fontes de 2 terminais.

Para circuitos CC, a tensão pode ser alterada clicando duas vezes na fonte de energia ou colocando o cursor sobre a fonte de energia e clicando com o botão direito do mouse. Mais sobre as opções disponíveis para fontes de energia serão discutidas mais adiante. Para circuitos que exigem uma fonte de energia limitada de corrente, há uma opção Fonte de corrente.

## Interruptores

Interruptores são dispositivos mecânicos que permitem ao usuário manipular o estado de um circuito elétrico. Pense no interruptor da luz em sua casa. Quando o interruptor está na posição “desligado”, o circuito elétrico que permite acender as luzes é interrompido (quebrado) e quando o interruptor está na posição “ligado”, o circuito é concluído (feito), permitindo que as luzes acendam. Ligar.

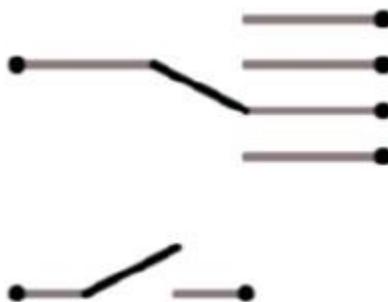


Figura 03: Interruptores de lançamento único (inferior) e de lançamento múltiplo (superior).

No simulador Falstad, existem dois tipos de interruptores (veja a Figura 2); interruptores de acionamento único (listados como “interruptor” e “interruptor de pressão”) e interruptores de acionamento múltiplo (listados como “interruptor SPDT”). Para os interruptores de acionamento simples, a opção “interruptor” é um interruptor normalmente fechado (inicia na posição fechada ou “ligada”) e o “interruptor” é um

interruptor normalmente aberto (inicia na posição aberta ou “desligado” ) Além disso, existe uma opção que pode forçar o comutador a agir como um comutador de contato momentâneo (mais será discutido mais adiante). Para a “chave SPDT”, o número de jogadas (o número de posições para as quais a chave pode ser movida) pode ser editado manualmente para qualquer número (razoável). Embora a opção de contato momentâneo esteja listada, ela não funciona nesse momento (uma solicitação de recurso foi feita).

## Relés

Relés são dispositivos elétricos ou eletromecânicos que permitem ao usuário mudar o estado de um "interruptor" com tensão, em vez de através da manipulação manual do interruptor. Assim como os comutadores manuais, existem várias configurações de relés que indicam o número de circuitos ou "linhas" que podem ser comutados. Além dos circuitos comutados, há também um atuador (um eletroímã normalmente chamado de bobina), que é o que faz a comutação.

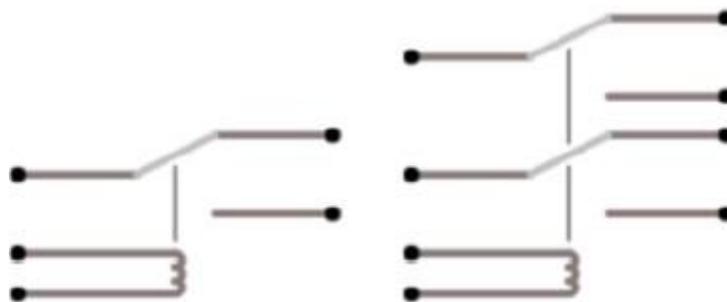


Figura 04: Relé SPDT (esquerda) e DPDT (direita)

Os relés físicos são fornecidos em vários formatos e tipos (estado sólido, palheta, trava etc.), mas por simplicidade, o Circuit Simulator suporta apenas um único tipo. Além disso, os relés físicos têm várias opções de tensão de controle (5 VCC, 24 VCC, 110 VCA, etc.) e limites para a tensão e a corrente para as quais os contatores são classificados. Como os formatos, a simulação ignorou essas diferenças por uma questão

de simplicidade, o que significa que qualquer fonte de energia pode ser usada para os relés simulados.

Para acionar um relé, a tensão precisa ser aplicada à bobina. Isso, por sua vez, permite que o relé mova a chave de um arremesso para o outro (veja a Figura 4). Se vários polos foram configurados, todos os polos são lançados ao mesmo tempo, alternando cada polo da posição padrão para a posição alternativa.

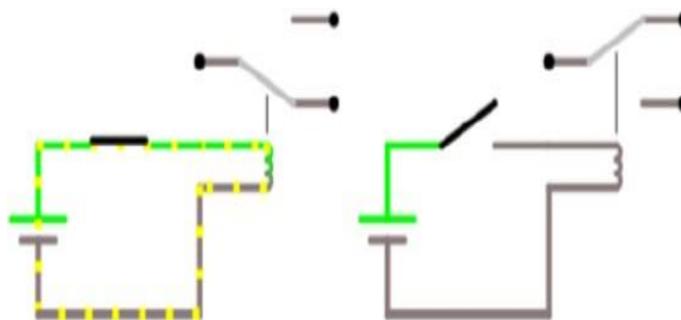


Figura 05: Relé energizado (esquerda) e relé desenergizado (direita)

A maioria dos relés (incluindo os do simulador) tem dois arremessos, resultando em um arremesso normalmente aberto (o circuito está aberto - quebrado - no estado desenergizado) e o outro arremesso normalmente fechado (o circuito é realizado - fechado - no estado desenergizado). Os relés de estado sólido costumam ser a exceção (na medida em que são geralmente Single Pole, Single Throw - SPST). E como a simulação não suporta diretamente os relés SPST, você precisará aproximar um deles simplesmente não usando o arremesso desnecessário.

### Luzes (LED e lâmpadas)

Uma área em que o Simulador de Circuito tem suporte limitado está nas saídas. E, embora tenha linhas de saída, as únicas duas saídas "físicas" suportadas são LEDs e lâmpadas incandescentes. Felizmente, é fácil o usuário substituir a saída desejada (por exemplo, motor, válvula etc.) por um LED ou uma lâmpada em sua mente, portanto, essa limitação não deve ser um grande problema. E se o desejo é simular soluções completas de distribuição de energia ou até máquinas completas, o Simulador de Circuitos provavelmente não é certo.

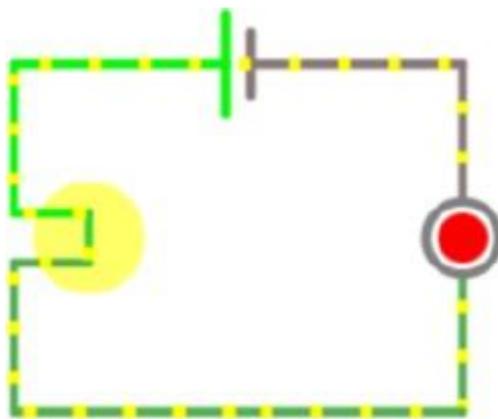


Figura 06: Lâmpada (esquerda) e LED (direita) de uma maneira simples

Como os LEDs e as lâmpadas são na verdade nada mais que fontes de resistência dentro de um circuito, pouco se precisa pensar sobre qual é usado e como eles entram no circuito (exceto a polaridade dos LEDs) ao lidar com a lógica de relés circuitos. Nos dois casos, a edição das propriedades da luz permitirá alterações de voltagem, cor (LEDs) e outros controles de desempenho, caso sejam necessários.

Para ativar ou desativar um interruptor, basta clicar nele. Se você mover o mouse sobre qualquer componente do circuito, verá uma breve descrição desse componente e seu estado atual no canto inferior direito da janela. Para modificar um componente (por exemplo, para alterar a resistência de um dos resistores), mova o mouse sobre ele, clique no botão direito do mouse (ou clique com a tecla Control pressionada, se você tiver um Mac) e selecione "Editar".

Existem três gráficos na parte inferior da janela; eles agem como osciloscópios, cada um mostrando a tensão e a corrente em um componente específico. A tensão é mostrada em verde e a corrente é mostrada em amarelo. A corrente pode não ser visível se o gráfico de tensão estiver sobre ela. O valor de pico da tensão na janela do osciloscópio também é mostrado. Mova o mouse sobre uma das visualizações de escopo e o componente que está representando graficamente será destacado. Para modificar ou remover um escopo, clique com o botão direito do mouse sobre ele. Para visualizar um componente no escopo, clique com o botão direito do mouse sobre o componente e selecione "Visualizar no escopo".

Se a simulação estiver se movendo muito lentamente ou muito rapidamente, você poderá ajustar a velocidade com o controle deslizante "Velocidade da simulação".

O menu Arquivo permite carregar ou salvar arquivos de descrição de circuitos. Você também pode exportar uma descrição do circuito como um link para poder compartilhar um circuito com outras pessoas; esse link pode ser opcionalmente reduzido, o que geralmente é melhor.

O botão Redefinir redefine o circuito para um estado razoável. O botão Executar / Parar permite interromper a simulação. O controle deslizante Simulation Speed permite ajustar a velocidade da simulação. Se a simulação não depende do tempo (ou seja, se não houver capacitores, indutores ou fontes de tensão dependentes do tempo), isso não terá efeito. O controle deslizante Velocidade atual permite ajustar a velocidade dos pontos, caso as correntes sejam tão fracas (ou fortes) que os pontos estejam se movendo muito lentamente (ou muito rapidamente).

O menu Circuitos pode ser usado para visualizar alguns circuitos predefinidos interessantes. Depois que um circuito é selecionado, você pode modificá-lo tudo o que quiser. Conforme podemos ver a imagem 07 a seguir, mostrando o menu.

Figura 07: Menu



Fonte: <https://falstad.com>

As escolhas são:

### **Básicos**

- Resistores: mostra alguns resistores de vários tamanhos em série e paralelo.
- Capacitor: mostra um capacitor que você pode carregar e descarregar clicando no interruptor.
- Indutor: mostra um indutor que você pode carregar e descarregar clicando no botão.
- Circuito LRC: mostra um circuito oscilante com um indutor, resistor e capacitor. Você pode fechar o comutador para fazer com que a corrente se mova no indutor e abrir o comutador para ver a oscilação.
- Divisor de tensão: mostra um divisor de tensão, que gera uma tensão de referência de 7,5V, 5V e 2,5V a partir da fonte de alimentação de 10V.
- O Teorema de Thevenin afirma que o circuito na parte superior é equivalente ao circuito na parte inferior.

- O Teorema de Norton afirma que o circuito na parte superior é equivalente ao circuito na parte inferior.

### **Circuitos A / C**

- Capacitor: mostra um capacitor conectado a uma fonte de tensão alternada.
- Indutor
- Tampões de várias capacitâncias: mostra a resposta de três capacitores diferentes para a mesma frequência.
- Capacitores com várias frequências: mostra a resposta de três capacitores iguais a três frequências diferentes; quanto maior a frequência, maior a corrente.
- Indutores de várias indutâncias: mostra a resposta de três indutores diferentes para a mesma frequência.
- Indutores com várias frequências: mostra a resposta de três indutores iguais a três frequências diferentes: quanto menor a frequência, maior a corrente.
- Impedâncias da mesma magnitude: mostra um capacitor, um indutor e um resistor que têm impedâncias de magnitude igual (mas fase diferente). A corrente de pico é a mesma nos três casos.
- Ressonância em série: mostra três circuitos RLC idênticos sendo acionados por três frequências diferentes. O do meio está sendo conduzido na frequência de ressonância (mostrada no canto inferior direito da tela como "res.f"). O superior está sendo conduzido a uma frequência um pouco mais baixa e o inferior tem uma frequência um pouco mais alta. O pico de tensão no circuito intermediário é muito alto porque está em ressonância com a fonte.
- Ressonância Paralela: esses três circuitos têm o indutor, o resistor e o capacitor em paralelo, em vez de em série. Nesse caso, o circuito do meio está sendo acionado em ressonância, o que faz com que a corrente seja menor do que nos outros dois casos (porque a impedância do circuito é mais alta na ressonância).

### **Filtros passivos**

- Filtro passa-alto (RC). O sinal original é mostrado na parte inferior esquerda e o sinal filtrado (com a parte de baixa frequência removida) é mostrado à direita. O ponto de interrupção (-3 dB ponto) é mostrado no canto inferior direito, como "f.3db".

- Filtro passa-baixo (RC).
- Filtro passa-alto (RL). Esse filtro passa-alto usa um indutor em vez de um capacitor.
- Filtro passa-baixo (RL).
- Filtro passa-banda: esse filtro passa uma faixa de frequências próxima à frequência de ressonância (mostrada no canto inferior direito, como "res.f").
- Filtro de entalhe: Também conhecido como filtro de parada de banda, este circuito filtra uma faixa de frequências próximas à frequência de ressonância.
- Filtro Twin-T: Este filtro faz um ótimo trabalho ao filtrar sinais de 60 Hz.
- Crossover: um conjunto de três filtros; o superior passa baixas frequências, o meio passa médio e o inferior passa altas frequências.
  
- Outros circuitos passivos**
- Série / Paralela
  1. Indutores em série. O circuito à esquerda é equivalente ao circuito à direita.
  2. Indutores em paralelo.
  3. Tampões em série.
  4. Capacitores em paralelo.
  
- Transformadores**
  1. Transformador: Um circuito básico de transformador com um número igual de enrolamentos em cada bobina.
  2. Transformador c / CC: Aqui tentamos passar uma corrente CC através de um transformador.
  3. Transformador Step-Up: Aqui nós pisamos 10 V até 100 V.
  4. Transformador abaixador: Aqui nós pisamos 120 V até 12 V.
- Interruptores de luz de 3 vias:** mostra como uma lâmpada pode ser ligada e desligada em dois locais.
- Interruptores de luz de 3 e 4 vias:** mostra como uma lâmpada pode ser ligada e desligada em três locais.
- Diferenciador:** mostra como um capacitor pode atuar como um diferenciador, refletindo alterações na tensão.

- Ponte de Wheatstone: mostra uma ponte de Wheatstone equilibrada. Se a ponte não estivesse equilibrada, a corrente fluiria de uma perna para a outra.
- RLC Criticamente Amortecido.
- Fonte de corrente: mostra uma fonte que mantém a corrente através do circuito constante, independentemente das posições do interruptor.
- Repercussão indutiva: neste circuito, temos um interruptor que controla o fornecimento de corrente a um indutor. Um indutor resiste a qualquer alteração na corrente. Se você abrir o comutador, o indutor tenta manter a mesma corrente; isso é feito cobrando a capacitância entre os contatos do comutador. (Quaisquer dois fios próximos têm alguma capacitância parasita entre eles.) Existe um capacitor pequeno (muito maior que o valor real) nos terminais do comutador para simular isso. Quando você abre o interruptor, a tensão aumenta muito; na vida real, isso causaria arco.
- Bloqueio do retrocesso indutivo: mostra como o retrocesso indutivo pode ser bloqueado com um circuito "amortecedor".
- Fator de potência: Este circuito mostra um indutor sendo acionado por uma tensão CA. As cores indicam consumo de energia; vermelho significa que um componente está consumindo energia e verde significa que o componente está contribuindo com energia. O lado esquerdo do circuito representa o lado da companhia de energia e o lado direito representa uma fábrica (com um grande motor de indução).
- A carga altamente indutiva está fazendo com que a empresa de energia trabalhe muito mais do que o normal para uma determinada quantidade de energia fornecida. O gráfico à esquerda indica a energia perdida no equipamento da empresa de energia (o resistor no canto superior esquerdo). O gráfico no meio é a energia fornecida à fábrica. O gráfico à direita é a energia fornecida ao indutor (e depois retornada, fazendo com que o tempo médio de energia entregue seja zero).
- Embora um pico de potência de 40 mW esteja sendo entregue à fábrica, 200 mW estão sendo dissipados nos fios da empresa de energia. É por isso que as empresas de energia cobram extra por cargas indutivas.
- Correção do fator de potência: Aqui, um capacitor foi adicionado ao circuito, causando muito menos energia a ser desperdiçada nos fios da empresa de energia (além de um pico inicial para carregar o capacitor).

- Grade do resistor: mostra a corrente que flui em uma grade bidimensional de resistores.
- Grade do resistor 2.
- LCs acoplados
- o Modos LC (2): Mostra os dois modos de dois circuitos LC acoplados.
- o acoplamento fraco.
- o Modos LC (3): Mostra todos os 3 modos de 3 circuitos LC acoplados.
- o LC Ladder: Este circuito é um modelo simples de uma linha de transmissão. Um pulso se propaga ao longo da escada como uma onda. O resistor no final tem um valor igual à impedância característica da escada (determinada pela razão de L para C), que faz com que a onda seja absorvida. Uma resistência maior ou um circuito aberto fará com que a onda seja refletida; uma resistência menor ou um curto fará com que a onda seja refletida negativamente. Veja as Palestras Feynman 22-6, 7.
- Rede de sequência de fases: Este circuito gera uma série de ondas senoidais com uma diferença de fase de  $90^\circ$ .
- Lissajous Figures: Apenas por diversão.

### **Diodos**

- Retificador de Meia Onda: Este circuito remove a parte negativa de uma forma de onda de entrada.
- Retificador de onda completa: Este circuito substitui uma forma de onda pelo seu valor absoluto.
- Retificador de onda completa com filtro: este circuito suaviza a forma de onda retificada, fazendo um bom trabalho de conversão de CA para CC.
- Curva I / V do diodo: Isso demonstra a resposta de um diodo a uma tensão aplicada. A fonte de tensão gera uma onda dente de serra, que começa em  $-800$  mV e sobe lentamente para  $800$  mV e depois cai imediatamente novamente.
- Limitador de diodo.
- Restauração DC. Isso pega um sinal CA e adiciona um deslocamento CC, tornando-o um sinal positivo.
- Bloqueio do retrocesso indutivo: mostra como o retrocesso indutivo pode ser bloqueado com um diodo.

- Spike Generator.
- Multiplicadores de tensão
- Dobrador de tensão: Dobra a tensão no sinal de entrada CA (menos duas quedas de diodo) e a transforma em CC.
- Dobrador de tensão 2
- Tripler de tensão
- Quadrupler de tensão
- Detector AM: Este é um "rádio de cristal", um receptor de rádio AM sem amplificador. A alimentação bruta da antena é mostrada no primeiro slot do osciloscópio no canto inferior esquerdo. O indutor e o capacitor C1 são ajustados para 3 kHz, a frequência mostrada no canto inferior direito como "res.f". Isso capta a onda portadora mostrada no slot do osciloscópio intermediário. Um diodo é usado para corrigir isso, e o capacitor C2 o suaviza para gerar o sinal de áudio no último slot de osciloscópio (que é simplesmente uma onda senoidal de 12 Hz neste exemplo). Ao experimentar o valor da capacitância de C1, você pode pegar outras duas "estações" a 2,71 kHz e 2,43 kHz.
- Conversor de triângulo para seno

### **Transistores**

- Interruptor.
- Seguidor de emissor.
- Multivibrador Astable: Um oscilador simples. O applet tem problemas para simular esse circuito, portanto, pode haver um pequeno atraso toda vez que um dos transistores é ligado.
- Multivibrador Bistable (Flip Flop): Este circuito possui dois estados; use os botões set / reset para alternar entre eles.
- Multivibrador monoestável (One-Shot): Quando você pressiona o interruptor, a saída vai para 1,7 V por um curto período de tempo e depois cai novamente.
- Amplificador de emissor comum: Este circuito amplifica a tensão do sinal de entrada em cerca de 10 vezes.
- Divisor de fase de ganho de unidade: Emite dois sinais 180 ° fora de fase um do outro.
- Schmitt Trigger.

- Fonte de corrente: a corrente é a mesma, independentemente da posição do interruptor.
- Rampa da fonte atual: usa uma fonte atual para gerar uma forma de onda da rampa toda vez que você pressiona o interruptor.
- Espelho atual: A corrente à direita é igual à corrente à esquerda, independentemente da posição do interruptor direito.
- Amplificadores diferenciais
- Entrada Diferencial: Este circuito subtrai o primeiro sinal do segundo e o amplifica.
- Entrada em modo comum: mostra um amplificador diferencial com duas entradas iguais. A saída deve ser um valor constante, mas as formas de onda de entrada chegam até a saída (atenuada em vez de amplificada). (Quando as duas entradas mudam juntas, isso é chamado de "entrada de modo comum"; a "taxa de rejeição de modo comum" é a capacidade de um amplificador diferencial de ignorar os sinais de modo comum e amplificar apenas a diferença entre as entradas.)
- Modo comum com fonte de corrente: Este é um amplificador diferencial aprimorado que usa uma fonte de corrente como carga. A taxa de rejeição no modo comum é muito boa; o circuito amplifica as pequenas diferenças entre as duas entradas e ignora o sinal de modo comum.
- Seguidor Push-Pull: Este é outro tipo de seguidor de emissor.
- Osciladores
- Oscilador Colpitts
- Oscilador Hartley
- Oscilador LC acoplado a emissor

### **JFETs**

- Fonte Atual JFET
- Seguidor JFET: É como um seguidor emissor, exceto que a saída é 3V mais positiva que a entrada.
- Seguidor JFET com deslocamento zero
- Amplificador de fonte comum
- Controle de volume: Aqui o JFET é usado como um resistor variável.
- MOSFETs

- Inversor CMOS: O “H” branco é uma entrada lógica. Clique nele para alternar seu estado. "H" significa "alto" (5 V) e "L" significa "baixo" (0 V). A saída do inversor é mostrada à direita e é o oposto da entrada. Nesta simulação (idealizada), o inversor CMOS não consome nenhuma corrente.
- Inversor CMOS (com capacitância): Na realidade, existem duas razões pelas quais as portas CMOS consomem corrente. Este circuito demonstra o primeiro motivo: capacitância entre a porta MOSFET e sua fonte e dreno. Requer corrente para carregar essa capacitância, que consome energia. Também causa um pequeno atraso ao mudar de estado.
- Inversor CMOS (transição lenta): A outra razão pela qual as portas CMOS consomem corrente é que ambos os transistores conduzirão ao mesmo tempo quando a entrada estiver no meio do caminho entre alto e baixo. Isso causa um pico atual quando a entrada está em transição. Nesse circuito, existe um filtro passa-baixo na entrada que faz a transição lenta, para que você possa ver o pico.
- Porta de transmissão CMOS: Este circuito passa qualquer sinal, mesmo um sinal analógico (desde que fique entre 0 e 5 V) quando a entrada da porta é "H". Quando é "L", o portão atua como um circuito aberto.
- Multiplexador CMOS: Este circuito usa dois portões de transmissão para selecionar uma das duas entradas. Se a entrada lógica for "H", a saída será uma onda triangular de 40Hz. Se for "L", a saída é uma onda senoidal de 80Hz.
- Amostra e espera: Clique e segure o botão "amostra" para experimentar a entrada. Quando você soltar o botão, o nível de saída será mantido constante.
- Buffer atrasado: Este circuito atrasa qualquer alteração em sua entrada por 15 microssegundos.
- Detector de ponta
- Filtro comutável: Clique no "L" para selecionar entre dois filtros passa-baixo diferentes.
- Inversor de tensão
- Amplificador do inversor: Mostra como um inversor CMOS pode ser usado como um amplificador.
- Oscilador do inversor

## Amplificadores de operação (Op-Amps)

- Amplificadores
- Amplificador inversor: Este possui um ganho de  $-3$ .
  - Amplificador não inversor
  - Seguidor
  - Amplificador Diferencial
  - Amplificador de soma
  - Amplificador de registro: saída é o registro (invertido) da entrada
  - Amplificador Classe D
  - Osciladores
  - Oscilador de relaxamento
  - Oscilador de mudança de fase
  - Gerador de Ondas Triângulo
  - Gerador de Ondas Senoidais
  - Gerador de Ondas Sawtooth
  - Oscilador controlado por tensão: Aqui a frequência da oscilação depende da entrada (mostrada no escopo à esquerda). O oscilador gera uma onda quadrada e uma onda triangular.
  - Circuito de Rossler
  - Retificador de meia onda: um retificador ativo que funciona com tensões menores que uma queda de diodo.
  - Retificador de onda completa
  - Detector de Pico: Este circuito gera a tensão de pico da entrada. Sempre que a tensão de entrada for maior que a saída, a saída será ajustada para cima para corresponder. Pressione o interruptor marcado "reset" para redefinir o pico de tensão de volta para 0.
  - Integrador
  - Diferenciador
  - Schmitt Trigger
  - Conversor de impedância negativa: converte o resistor em um resistor "negativo". No primeiro gráfico, observe que a corrente está  $180^\circ$  fora de fase com a tensão.
  - Girador: O circuito superior simula o circuito inferior sem usar um indutor.

- Multiplicador de capacitância: este circuito permite simular um capacitor grande com um menor. A capacitância efetiva do circuito superior é  $C1 \times (R1 / R2)$  e a resistência efetiva é  $R2$ .
- Fonte atual de Howland
- Conversor I-V: A tensão de saída depende da corrente de entrada, que você pode ajustar com os interruptores.
- 741 Internals: A implementação de um amplificador operacional 741.
- Chip de temporizador 555
- Gerador de Onda Quadrada
- Internos: A implementação de um chip 555, atuando como um oscilador de onda quadrada
- Oscilador Dente de Serra
- Oscilador de ciclo de serviço baixo: produz pulsos curtos.
- Multivibrador monoestável: Este é um circuito de uma tomada que produzirá um pulso cronometrado quando você clicar no "H".
- Modulador de posição de pulso: produz pulsos cuja largura é proporcional à tensão de entrada.
- Schmitt Trigger
- Detector de pulso ausente: Definir a entrada lógica baixa desativará a entrada de onda quadrada. O detector de pulso ausente detectará a entrada ausente e aumentará a saída.
- Filtros ativos
- Filtro passa-baixo VCVS: Um filtro passa-baixo ativo Butterworth.
- Filtro passa-alto VCVS
- Filtro de capacitor comutado: Um filtro digital, implementado usando capacitores e comutadores analógicos.
- Famílias lógicas
- Família de lógica RTL
- Inversor RTL: O "H" branco é uma entrada lógica. Clique nele para alternar seu estado. "H" significa "alto" (3,6 V) e "L" significa "baixo" (0 V). A saída do inversor é mostrada à direita e é o oposto da entrada.
- RTL NOR: As três entradas estão na parte inferior e a saída está à direita. A saída é "L" se alguma das entradas for "H". Caso contrário, é "H".

- RTL NAND: A saída é "H", a menos que as três entradas sejam "H" e, em seguida, é "L".
- Família de lógica DTL
- Inversor DTL
- DTL NAND
- DTL NOR
- Família de lógica TTL
- Inversor TTL
- TTL NAND
- TTL NOR
- Família lógica do NMOS
- Inversor NMOS
- Inversor NMOS 2: Utiliza um segundo MOSFET em vez de um resistor, para economizar espaço no chip.
- NMOS NAND
- Família de lógica CMOS
- Inversor CMOS
- CMOS NAND
- CMOS NOR
- CMOS XOR
- Flip-flop do CMOS (ou trava): Este circuito consiste em dois portões do CMOS NAND.
- Flip-flop do mestre-escravo do CMOS
- Família de lógica ECL
- ECL NOR / OR
- Ternário: Demonstra lógica de três valores, onde as entradas podem ser 0, 1 ou 2 em vez de H e L. Essa lógica é implementada usando MOSFETs; a tensão limiar de cada um é mostrada.
- CGAND: a saída é  $2-X$ , onde  $X$  é o mínimo das duas entradas.
- CGOR: a saída é  $2-X$ , onde  $X$  é o máximo das duas entradas.
- Complemento.
- F211: 0 se torna 2, 1 se torna 1, 2 se torna 1.

- F220
- F221

### **Lógica Combinacional**

- OU exclusivo (XOR)
- Half Adder
- Adicionador completo
- Decodificador 1-de-4
- Mux 2 para 1: este multiplexador usa dois buffers de três estados conectados à saída.
- Lógica majoritária: a saída é alta se a maioria das entradas for alta.
- Comparador de 2 bits: informa se a entrada de dois bits A é maior que, menor que ou igual à entrada de dois bits B.
- Decodificador LED de 7 segmentos
- Lógica Sequencial
- Sandálias de dedo
- Chinelo SR
- Flip-flop com relógio SR
- Chinelo Master-Slave
- Flip-flop D disparado pela borda: Este circuito muda de estado quando o relógio faz uma transição positiva.
- Contadores
- Contador de ondulações de 4 bits
- Contador de ondulações de 8 bits
- Contador síncrono
- Contador decimal
- Contador de código cinza
- Johnson Counter
- Dividir por 2: Divide a frequência de entrada por 2.
- Divida por 3
- Pisca-pisca de LED: este circuito usa um contador de décadas para piscar alguns LEDs em um padrão de vaivém.

- Semáforo
- RAM dinâmica: este é um modelo simples de chip de RAM dinâmico. Para ler a partir do chip, selecione o bit que deseja usando as linhas de seleção de linha. Para escrever, selecione o bit de dados que deseja escrever e clique no botão "escrever". Para atualizar um pouco, clique no botão "atualizar".

### **Digital analógico**

- Flash ADC: Este é um conversor de analógico para digital de conversão direta ou "flash".
- Delta-Sigma ADC
- ADC Half-Flash (Subranging): Também conhecido como ADC de pipeline. O primeiro estágio converte a tensão de entrada em um valor digital de quatro bits. Em seguida, um DAC converte esses quatro bits em analógico e, em seguida, um comparador calcula a diferença entre isso e a tensão de entrada. Outro ADC converte isso em digital, fornecendo um total de oito bits.
- DAC com ponderação binária: converte um número binário de quatro bits em uma tensão negativa.
- R-2R Ladder DAC
- Switch Tree DAC
- Onda senoidal digital
  
- Loops com bloqueio de fase
- Detector de fase XOR: Mostra um portão XOR sendo usado como um detector de fase tipo I. A saída é alta sempre que os dois sinais de entrada não estão em fase.
- PLL do tipo I: esse circuito de loop bloqueado por fase consiste em uma porta XOR (o detector de fase), um filtro passa-baixo (resistor e capacitor), um seguidor (o amplificador operacional) e um chip de oscilador controlado por tensão. O oscilador controlado por tensão gera uma frequência proporcional à tensão de entrada. Após o circuito PLL travar na frequência de entrada, a

frequência de saída será igual à frequência de entrada (com um pequeno atraso de fase).

- Comparador de fases (tipo II): mostra um detector de fase mais sofisticado, que não possui saída quando as entradas estão em fase, mas gera alta (5V) quando a entrada 1 é a entrada principal 2 e baixa (0V) quando a entrada 2 é a entrada principal 1. O comparador de fases e o VCO neste applet são baseados no chip 4046.
- Internos do comparador de fases.
- PLL do tipo II: mostra um loop de fase bloqueada com um detector de fase do tipo II. Se você ajustar a frequência de entrada, a saída deverá travar em pouco tempo.
- PLL do tipo II (rápido): apenas uma simulação mais rápida do PLL do tipo II.
- Dobrador de frequência
- Linhas de transmissão
- TL simples: Uma linha de transmissão terminada corretamente, mostrando o atraso à medida que o sinal viaja pela linha.
- Onda estacionária: uma onda estacionária em uma linha de transmissão em curto.
- Rescisão: a linha superior é finalizada corretamente, mas as outras não, e a onda de entrada é refletida.
- Linhas incompatíveis: mostra reflexos causados pela linha do meio com uma impedância diferente das outras duas linhas.
- Linhas incompatíveis 2: Mostra uma onda estacionária na primeira linha, causada pela segunda linha com uma impedância diferente.

O “**add**” um novo componente ao circuito, clique com o botão direito do mouse em uma área não utilizada da janela. Isso exibirá um menu que permite selecionar o componente que você deseja. Em seguida, clique no local em que deseja o primeiro terminal do componente e arraste para o local em que deseja o outro terminal. Os itens de menu permitem que você crie:

- Fios
- Resistores; você pode ajustar a resistência depois de criar o resistor clicando no botão direito do mouse e selecionando "Editar"
- Capacitores; você pode ajustar a capacitância usando "Edit"
- Indutores, interruptores, transistores, etc.
- Fontes de tensão, em variedades de 1 ou 2 terminais. As versões com 1 terminal usam o terra como o outro terminal. Ao clicar no botão direito do mouse e selecionar “Editar”, você pode modificar a tensão e a forma de onda da fonte de tensão, alterando-a para CC, CA (onda senoidal), onda quadrada, triângulo, dente de serra ou pulso. Se não for uma fonte de corrente contínua, você também pode alterar a frequência e o deslocamento de corrente contínua.
- Amplificadores operacionais, com limites de fonte de alimentação de  $-15V$  e  $15V$  assumidos (não mostrados). Os limites podem ser ajustados usando "Editar".
- Etiquetas de texto, que você pode modificar com a caixa de diálogo "Editar"
- Pontos de teste; estes não têm efeito no circuito, mas se você os selecionar e usar o item de menu direito do mouse “View in Scope”, poderá visualizar a diferença de tensão entre os terminais.
- Também no submenu “Outros”, existem alguns itens que permitem clicar e arrastar seções do circuito.

Você pode arrastar o circuito clicando e arrastando com a tecla Alt pressionada. Aumente e diminua o zoom com a roda do mouse ou usando os comandos de zoom no menu Editar.

Para editar uma das visualizações de escopo, clique com o botão direito do mouse para exibir um menu. Os itens de menu permitem remover uma visão do escopo, acelerar ou abrandar a exibição, ajustar a escala, selecionar quais valores você deseja exibir etc.

O tamanho do intervalo de tempo é o tempo entre as iterações do simulador. Etapas de tempo menores tornam a simulação mais precisa, mas mais lenta. É necessário um tamanho de passo de tempo menor para simular altas frequências. Um tamanho de etapa de tempo maior pode ser apropriado para circuitos que são executados em tempo real. Use Editar-> Outras opções... para alterar o tamanho do intervalo de tempo.

Arquivo-> Recuperar Salvamento Automático permite recuperar um circuito perdido quando a janela do simulador foi fechada. Se isso não funcionar, tente Editar-> Desfazer.

Arquivo-> Localizar Ponto de Operação CC é útil em circuitos que demoram muito para atingir um estado útil. Esta opção carrega instantaneamente todos os capacitores.

Aqui estão alguns erros que você pode encontrar ao usar o simulador:

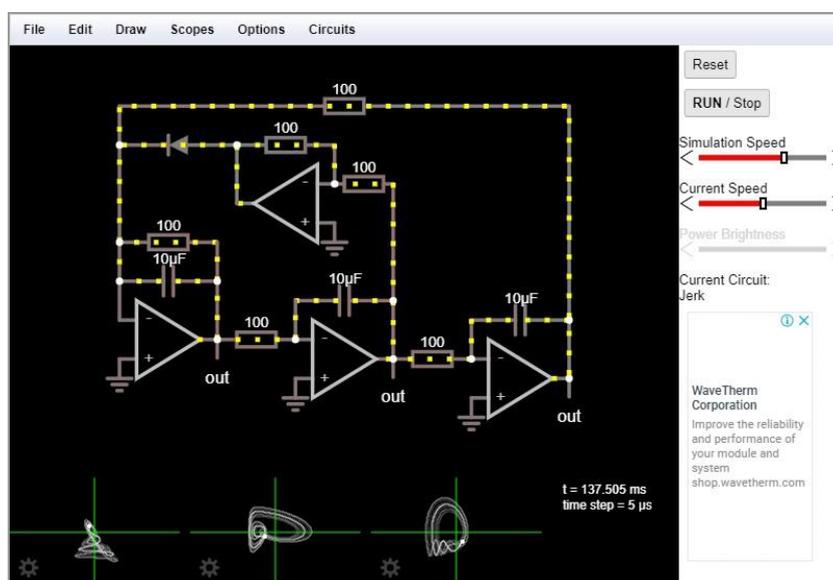
- Loop de fonte de tensão sem resistência! - isso significa que uma das fontes de tensão em seu circuito está em curto. Verifique se há alguma resistência em todas as fontes de tensão. Laço de capacitor sem resistência! - não é permitido ter loops de corrente contendo capacitores, mas sem resistência. Por exemplo, capacitores conectados em paralelo não são permitidos; você deve colocar um resistor em série com eles. Capacitores em curto são permitidos. Matriz singular! - isso significa que seu circuito é inconsistente (duas fontes de tensão diferentes conectadas uma à outra) ou que a tensão em algum momento é indefinida. Isso pode significar que os terminais de alguns componentes estão desconectados; por exemplo, se você criar um amplificador operacional, mas ainda não tiver conectado nada, receberá esse erro.
- Falha na convergência! - isso significa que o simulador não consegue descobrir qual deve ser o estado do circuito. Basta clicar em Redefinir e, esperamos, que deve corrigi-lo. Seu circuito pode ser muito complicado, mas isso às vezes acontece mesmo com os exemplos.
- Atraso na linha de transmissão muito grande! - o atraso da linha de transmissão é muito grande em comparação com o passo do tempo do simulador, sendo necessária muita memória. Reduza o atraso.
- Precisa aterrar a linha de transmissão! - os dois fios inferiores de uma linha de transmissão sempre devem ser aterrados neste simulador.

É importante destacar que cada simulação é oriunda de um tipo de circuito e cada circuito é um caso da eletrodinâmica e da parte da Eletrônica. O *Falstad* aborda qualquer área referente à eletricidade e ao que se quer ensinar, que é o sistema caótico, abordando circuitos não lineares.

O acesso ao simulador online se dá por endereço de url, como é mostrado a seguir por um link: <https://www.falstad.com/circuit/>

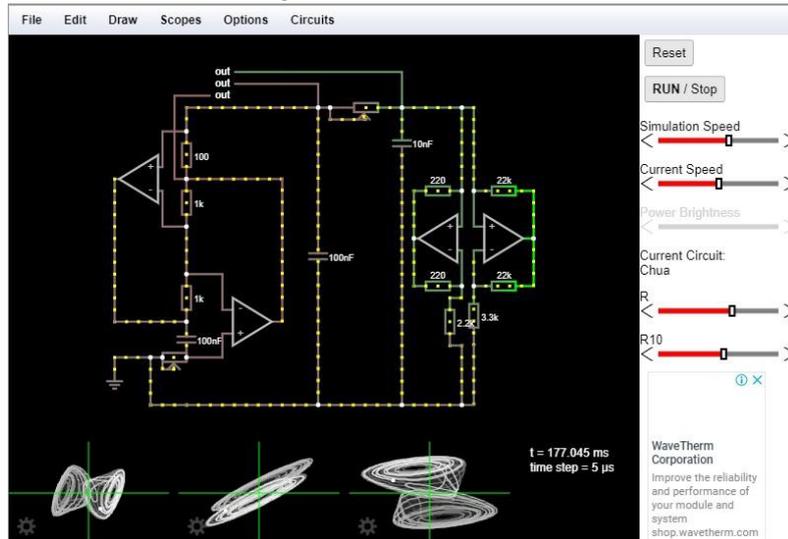
O acesso se dá tanto por computador quanto por smartphone. Neste momento, o professor decide qual o melhor é mais viável para cada ambiente de aula. A seguir, mostramos alguns circuitos sugeridos para o estudo de Sistema Não lineares.

Figura 07: Circuito de Jerk



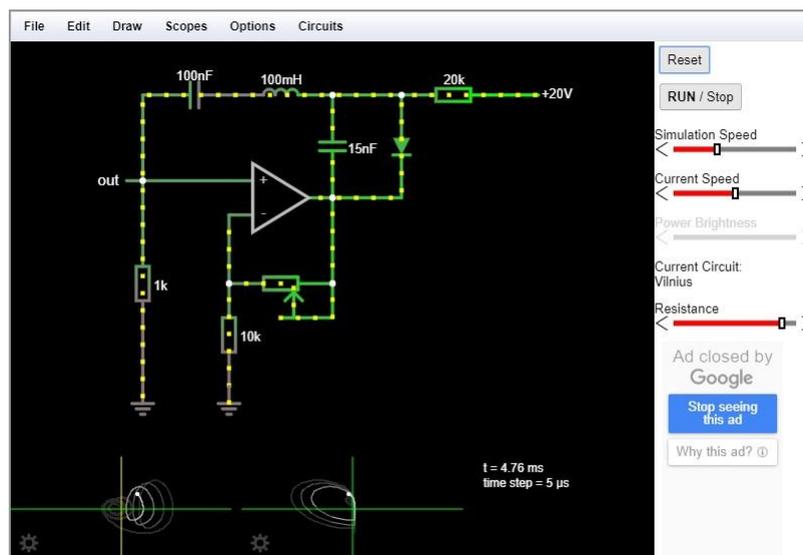
Fonte: <https://www.falstad.com/circuit/>

Figura 08: Circuito de Chua



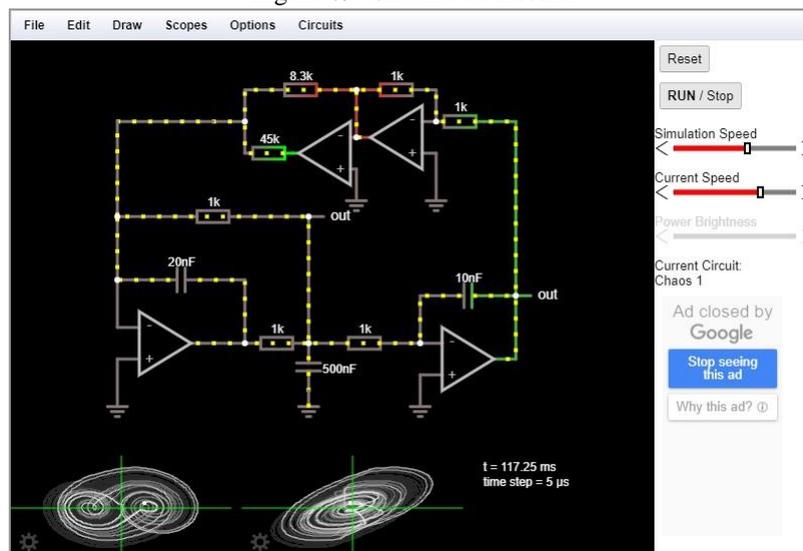
Fonte: <https://www.falstad.com/circuit/>

Figura 09: Circuito de Vilnius



Fonte: <https://www.falstad.com/circuit/>

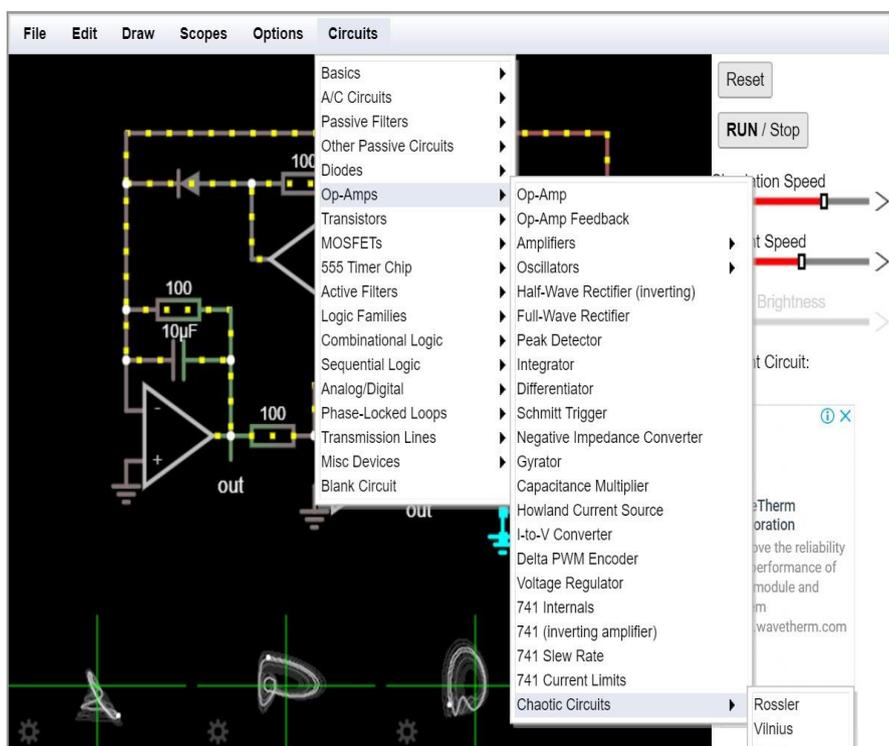
Figura 09: Circuito de Rossler



Fonte: <http://falstad.com/circuit/>

Para localizar esses circuitos caóticos, basta ir em “Circuits”, depois em “Op-Amps” e por fim em “Chaotics Circuits” como mostra a imagem a seguir.

Figura 10: Localização dos circuitos



Fonte: <https://www.falstad.com/circuit/>

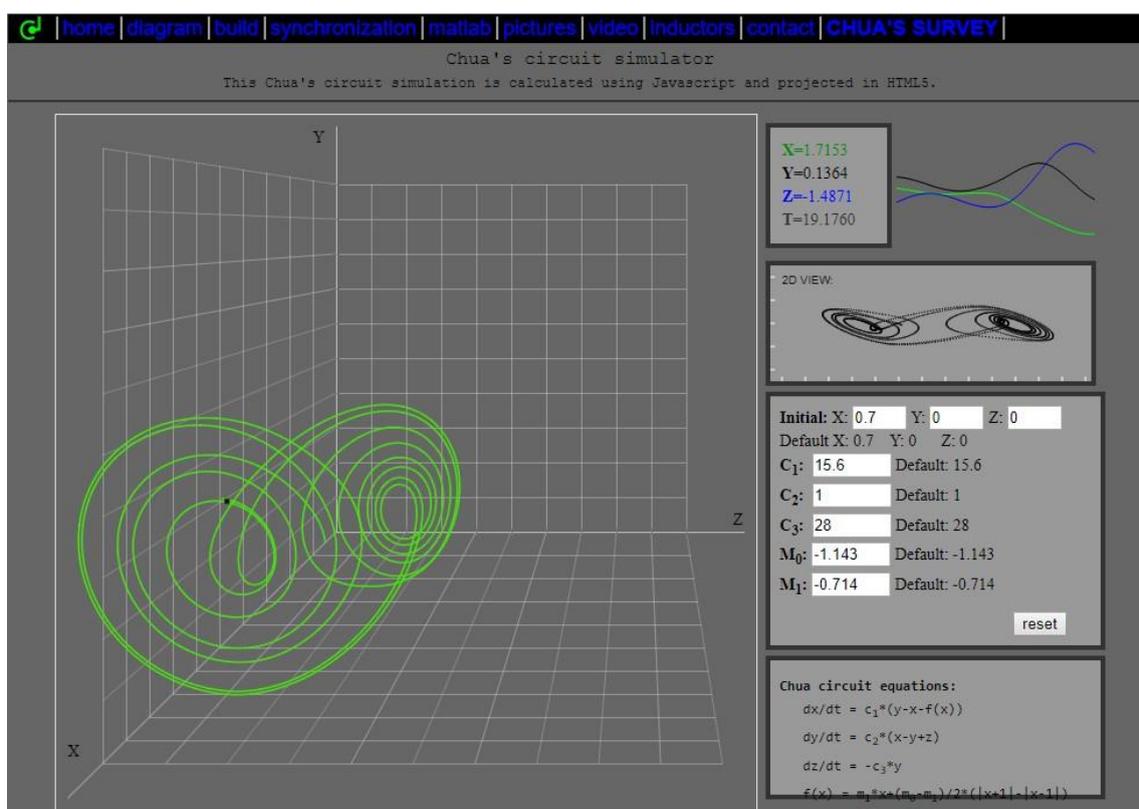
Logo, aparecerá diversos circuitos e assim, pronto para estudar e desvendar cada circuito com seus alunos.

## 4.2 Descrição do simulador extra e acesso ao simulador *Chua Circuit*

Os circuitos de Chua são alguns dos tipos mais simples de circuitos caóticos. Eles são considerados um exemplo clássico de verdadeiro caos devido ao seu design e saída. Usando um osciloscópio, você pode testemunhar que o circuito de Chua cria o atrator estranho conhecido como rolo duplo. Esses belos padrões são verdadeiramente caóticos e podem ser modelados por equações não lineares relativamente simples.

Além de serem um ótimo exemplo de caos, eles são fáceis de construir. Esses circuitos, inventados por Leon Chua, também têm muitos usos no mundo real, desde pesquisa, música e criptografia. De fato, os circuitos personalizados podem ser implementados em praticamente qualquer lugar em que seja necessário um caos real ou uma saída não linear. Os circuitos modificados podem produzir efeitos bizarros e imprevisíveis, como você pode ver nas fotos e vídeos publicados em um site oficial do Circuito de Chua. A seguir segue a imagem 08 que mostra o atrator do circuito de chua, mas vale a pena salientar que variando os parâmetros de controle expostos ao lado da simulação, se pode obter vários outros atratores (conjunto de trajetórias).

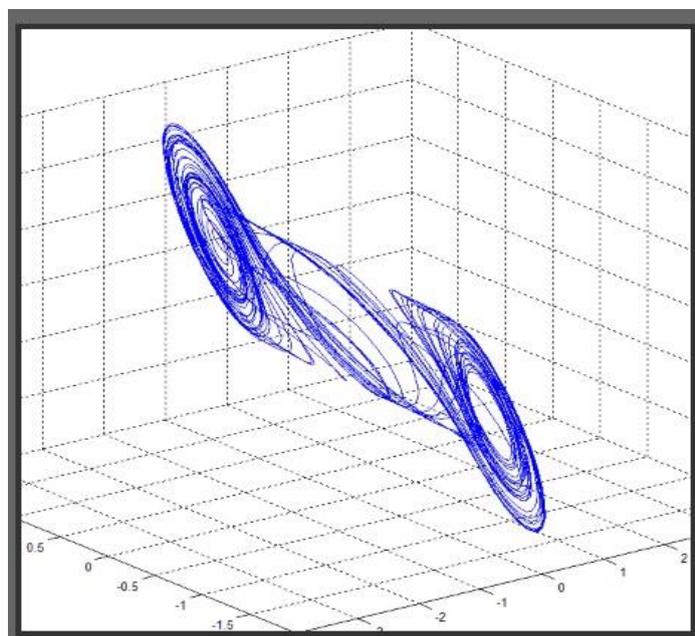
Figura 08: Simulação do circuito de Chua



Fonte: <http://www.chuacircuits.com/sim.php>

Pode ser o atrator do Circuito de chua plotado através do software *Matlab*, conforme mostra a figura 09.

Figura 09: Atrator no *Matlab*



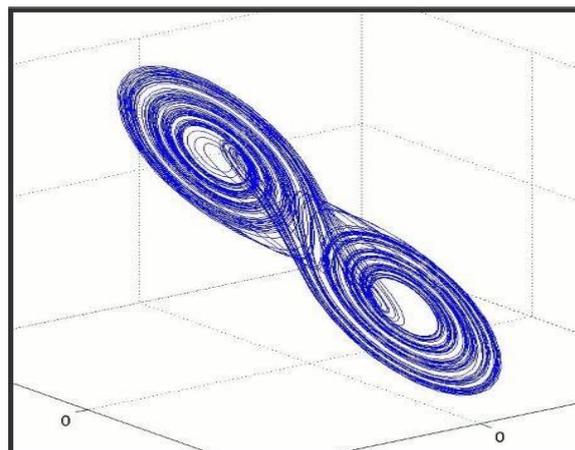
Fonte: <http://www.chuacircuits.com/matlabsim.php>

O Circuito de Chua sem dimensões - A imagem foi tirada diretamente de uma visualização da simulação de circuitos de Chua no *Matlab* depois de executar por cerca de 100 segundos e depois girada para visualização. Isso realmente dá uma boa olhada no atrator de rolagem dupla de todos os ângulos e torna a natureza tridimensional da saída mais visceral.

O código para esta simulação é funcionalmente semelhante ao código Javascript usado em simulação HTML5. Os parâmetros e condições iniciais são os mesmos. Além disso, como a simulação HTML 5, os valores para alfa e beta são abstratos e não correspondem a nenhum circuito real. Ambos usam um conjunto de funções de solução para plotar os pontos em cada etapa do tempo usando as equações de Chua. Essa simulação do Matlab usa o ODE45, um método de ordem média, para os cálculos.

O *Matlab*, é claro, fornece outras ferramentas para examinar o pergaminho e os atratores envolvidos, além de outras maneiras de manipular a exibição na saída do sinal, como mostrado na figura 09.

Figura 09: Atrator simulado no *Matlab*



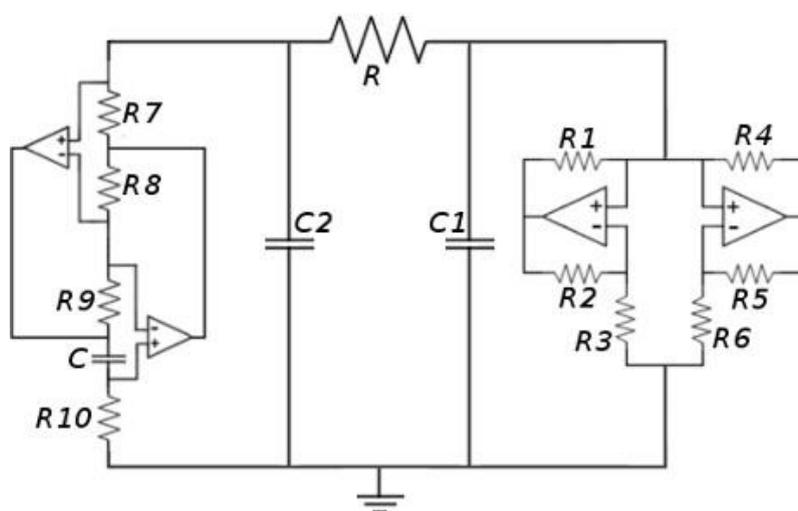
Fonte: <http://www.chuacircuits.com/matlabsim.php>

O Circuito realista de Chua - Embora um modelo sem dimensão seja o que é mais comumente usado e referido na literatura acadêmica, ainda assim às vezes é útil lidar com um modelo mais realista.

A animação acima vem de uma simulação Matlab de um circuito de Chua com equações não dimensionais, isto é, partes da equação se relacionam com componentes físicos reais do circuito e podem ser ajustadas para simular modificações ou os vários componentes que você pode querer experimentar. Por exemplo, modelamos um atrator de rolagem dupla saturado abaixo ajustando os valores para C1 e R.

No código associado, você pode ver como cada peça corresponde à dinâmica das equações e modificá-las facilmente para ver quais mudanças ocorrem em quais condições. Deve-se notar que esse código é especificamente para o diagrama mostrado abaixo (também na página de diagrama) e seria diferente para outras variações do circuito de Chua.

Figura 10: Diagrama esquemático do circuito



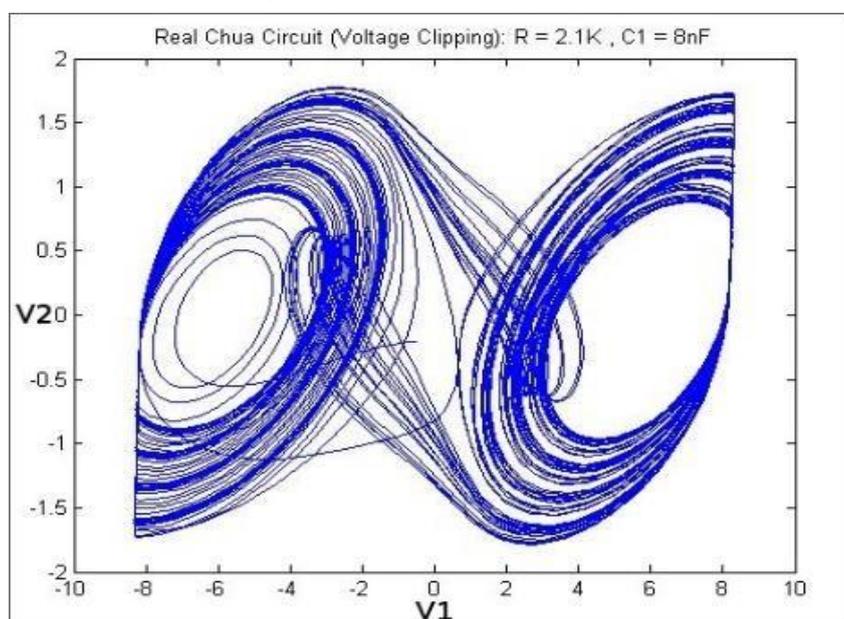
Fonte: <http://www.chuacircuits.com/diagram.php>

Para reprodução de atividades didáticas, tem-se acima o esquema do circuito de Chua, e para mais informações de como fazê-lo experimentalmente, somente no site que vai estar indicado nos apêndices. Vale destacar, que para ter acesso ao aparato experimental, não é de livre acesso, sendo somente gratuito a simulação.

Vale lembrar, que este aplicativo, é somente para estudo do circuito de Chua.

Simulação de circuito modificado mostrando saturação devido a alterações no valor do componente para C1 e R

Figura 11: Circuito de Chua em 2D



### Utilizando um indutor

Embora o site recomende o uso de um circuito giratório, pode haver pessoas que insistem em usar um indutor real. O circuito que foi usado requer cerca de 18mH de indutância, mas a resistência interna deve ser menor que 30Ω. Esse tipo de indutor pode ser difícil de encontrar e comprar. Existem apenas alguns fornecedores de peças eletrônicas 'one-stop shop' (incluindo: Digi-Key, Jameco, Mouser e Newark), mas apenas dois deles fornecem os indutores de que precisa.

### 4.3 Descrição do simulador real *Arduino* e acesso ao *Arduino*

Arduino é uma plataforma de eletrônica aberta para a criação de protótipos baseada em software e hardware livres, flexíveis e fáceis de usar. Foi desenvolvida para artistas, designers, hobistas e qualquer pessoa interessada em criar objetos ou ambientes interativos. O Arduino pode adquirir informação do ambiente através de seus pinos de entrada, para isso uma completa gama de sensores pode ser usada. Por outro lado, o Arduino pode atuar no ambiente controlando luzes, motores ou outros atuadores.

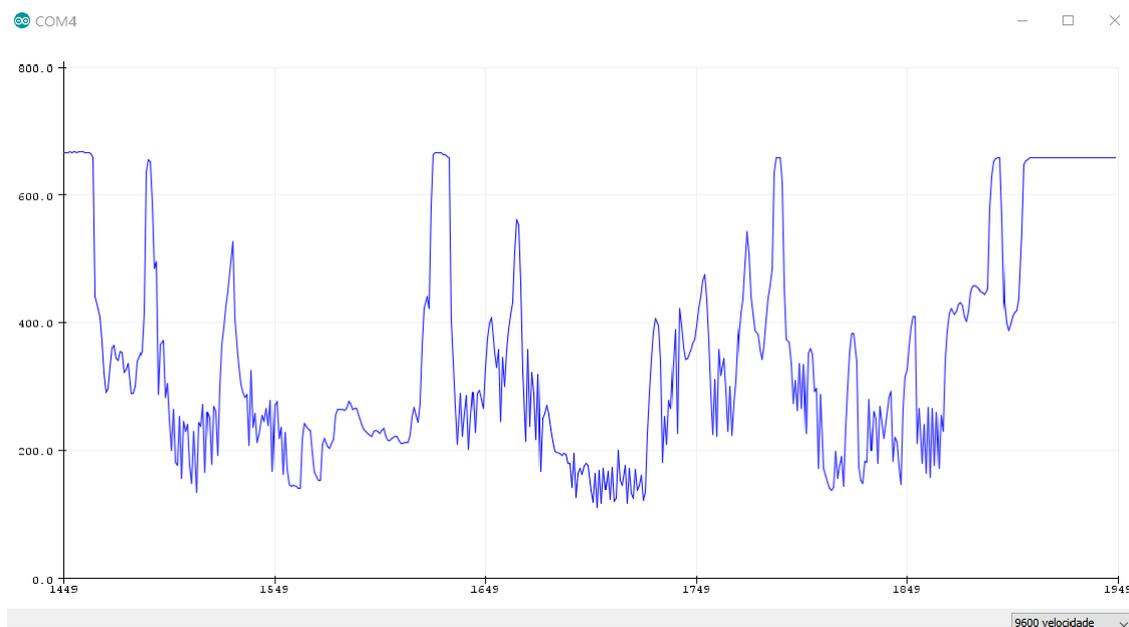
Os campos de atuação para o controle de sistemas são imensos, podendo ter aplicações na área de impressão 3D, robótica, engenharia de transportes, engenharia agrônômica, musical, moda e tantas outras.

O microcontrolador da placa Arduino é programado mediante a linguagem de programação Arduino, baseada em Wiring, e o ambiente de desenvolvimento (IDE) está baseado em Processing. Os projetos desenvolvidos com Arduino podem ser executados mesmo sem a necessidade de estar conectados a um computador, apesar de que também podem ser feitos comunicando-se com diferentes tipos de software (como Flash, Processing ou MaxMSP).

As placas podem ser feitas a mão ou compradas montadas de fábrica. O download do software pode ser feito de forma gratuita e os desenhos da placa estão disponíveis sob uma licença aberta, assim você também é livre para adaptá-lo às suas necessidades.

Abaixo, se pode ver a simulação feita para abordar uma introdução ao caos, de forma que não se tem o conhecimento prévio sobre Sistema não linear, apenas para abordar a aleatoriedade e diferenciar as propriedades do caos. Com base no Arduino, já sabendo que os alunos têm conhecimento da Interface. Foi construído um circuito a fim de que possamos visualizar esse comportamento que embora não seja o caos, se tem um comportamento irregular tendo a partir do contato com o LDR que fica na Interface.

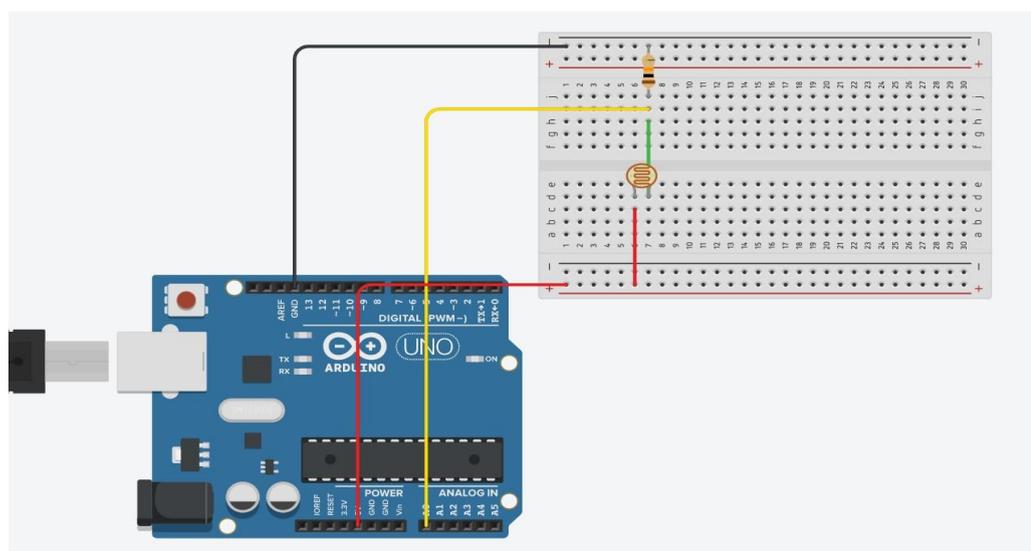
Figura 12: Introdução ao Sistema não linear



Fonte: Próprio autor

Abaixo, discutiremos esse gráfico, mas antes para discutir, precisamos ter em mente de onde surgiu o gráfico. Então, a seguir, o circuito apresentado que tem esse gráfico estranho (atrator), é composto por um LDR (resistor dependente de luz), os fios que conectam o circuito (jumps), um resistor de 1k ohm e a fonte de alimentação que é própria do Arduino que vale 5 V (volts).

Figura 13: Esquema do circuito no Tinkercad



Fonte: <https://www.tinkercad.com/things/7JUyJyInEF1>

Acima está o esquema de como foi construído o circuito, chamado de *Tinkercad*. O *Tinkercad* é uma coleção on-line gratuita de ferramentas de software que

ajudam pessoas de todo o mundo a pensar, criar e criar. Somos a introdução ideal à Autodesk, líder em software de design, engenharia e entretenimento 3D.

Na coleção, se pode usar o Arduino de forma online, visando a maneira mais econômica e mais acessível para quem não tem o microcontrolador concreto. Dessa forma, se pode fazer a mesma coisa que se faz no microcontrolador. Logo, construímos o circuito no *Tinkercad* para deixar mais esquemático, e mais fácil de entender para quem deseja reproduzir em sala de aula.

Voltando à nossa abordagem, a metodologia se baseia utilizando alguns componentes para programar a simulação. No caso segue os materiais:

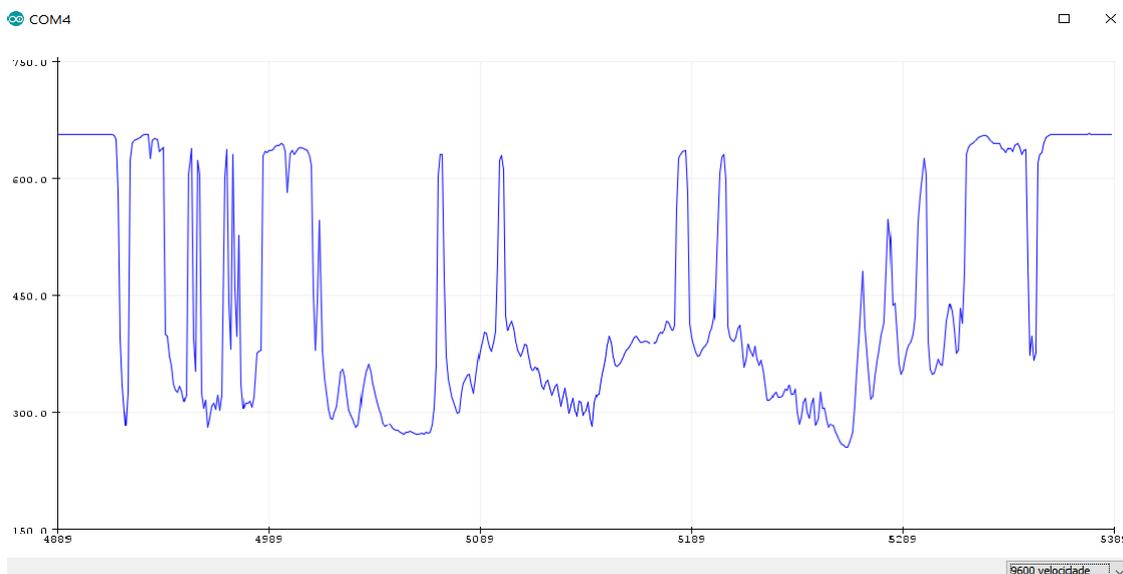
- Resistor: é um dispositivo elétrico com a finalidade de transformar energia elétrica em energia térmica por meio do efeito joule, oferecer uma oposição de passagem de corrente elétrica, através de seu material;
- Resistor fixo: um resistor de carbono que pode ser identificado de acordo com as cores que apresenta na capsula que envolve o material resistivo.
- LDR: resistor dependente de luz, cuja resistência varia conforme a intensidade da luz que incide sobre ele, à medida que a intensidade da luz aumenta a sua resistência diminui.
- Arduino: é uma plataforma que foi construída para promover a interação física entre o ambiente e o computador utilizando dispositivos eletrônicos de forma simples e baseada em softwares e hardwares livres.



Acima, está o LDR. A partir, da leitura dele, dependendo da luminosidade que incide nele, sendo alta ou baixa, teremos um comportamento do LDR. Assim, variamos a intensidade de uma fonte de luz e o gráfico foi se plotando. Vale lembrar que esse gráfico é fruto da corrente elétrica que passa pelo circuito versus a tensão elétrica (ddp). Com isso, analisando o gráfico, conforme a intensidade de luz for maior, teremos uma queda na corrente elétrica e conseqüentemente uma queda na tensão e caso contrário, teremos uma alta tensão e uma alta corrente elétrica, em outras palavras, é proporcional.

Uma outra intensidade de luz foi incidida, como mostra a figura abaixo.

Figura 14: Introdução ao Sistema não linear em produzido por um aluno



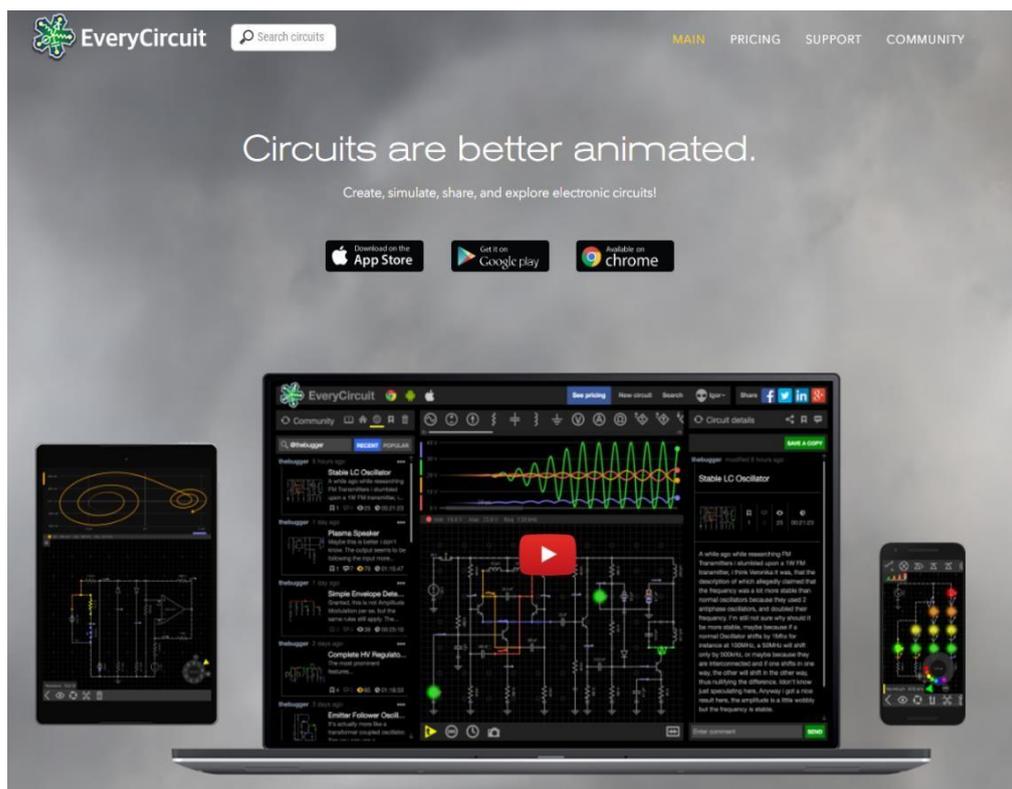
Fonte: Próprio autor

Neste outro gráfico, temos várias quedas também de corrente e de tensão, porém, podemos perceber que não são idênticos. Sempre o comportamento estará aliado em dependência da intensidade da luz, e com isso, apresentando aos alunos em sala de aula, podemos associar essa anomalia com o comportamento do Sistema não linear para assim então, abordar o caos que é não deixar de ser semelhante, porém com seus fundamentos e propriedades que tornam irregular por um motivo maior e interessante.

#### 4.4 Descrição do simulador extra e acesso ao simulador *EveryCircuit*

O *Everycircuit* é uma plataforma digital, que pode ser acessada pelo próprio computador, tablet, celular smartphone etc. É um laboratório de circuito virtual. Pode-se construir nele circuitos e manusear como se fosse um circuito real. É bastante prático, visual e interativo. A imagem a seguir mostra a interface inicial dele.

Figura 15: Interface do Everycircuit



Fonte: <http://everycircuit.com/>

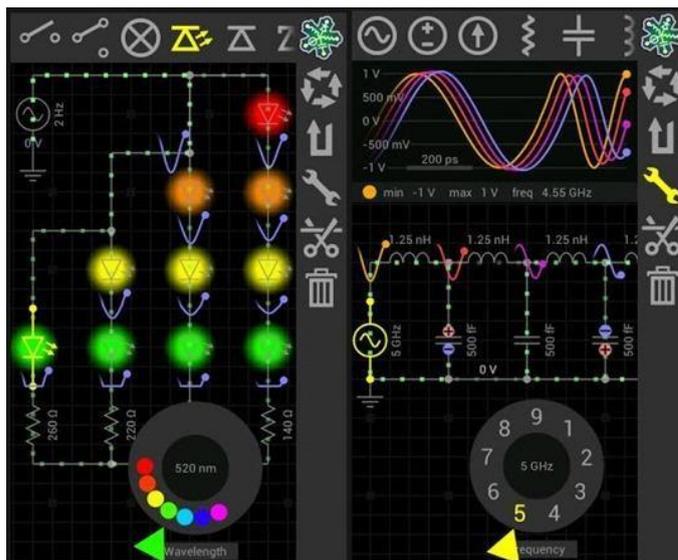
É uma aplicação desenvolvida para equipamentos com sistema operativo Android, que permite a criação e simulação de circuitos digitais. Esta aplicação permite observar, em tempo real, os resultados produzidos por um conjunto de entradas, as variações da voltagem, entre outros parâmetros.

Enquanto a simulação decorre, a aplicação permite o ajuste de parâmetros e o resultado é apresentado em tempo real. O utilizador pode facilmente gerar um conjunto de entradas de sinal, usando simplesmente o dedo sobre as opções da aplicação.

O *EveryCircuit* está disponível em duas versões: paga e gratuita. A versão gratuita traz muitas funcionalidades disponíveis e permite implementar os mais diversos cenários. Já a versão paga custa 7 euros. Mas aqui para o trabalho, basta usar a versão gratuita que já tem o essencial para montar os circuitos sugeridos.

Vale destacar que esse laboratório virtual tem uma comunidade que já busca circuitos construídos por terceiros prontos, podendo editar, adaptar e criar o seu próprio. Com isso, é bem útil para as aulas de eletricidade e para a Física do Caos. Entrando na aba “Pesquisar”, se pode procurar por o tipo que deseja de circuito, ficando a seu critério utilizar o que melhor lhe convém.

Figura 16: Alguns componentes

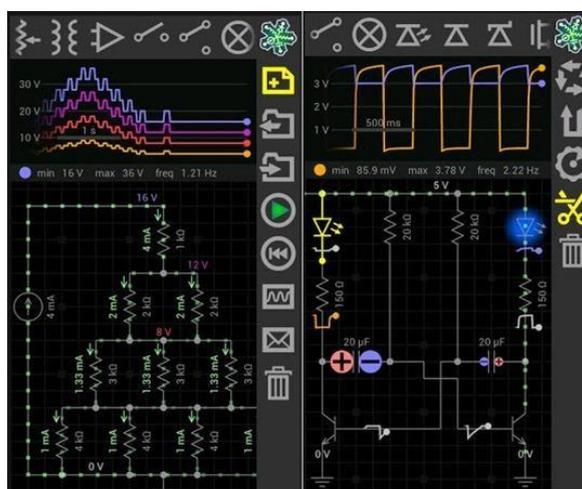


Fonte: <https://pplware.sapo.pt/smartphones-tablets/android/everycircuit-free-crie-circuitos-digitais-no-android/>

### Principais funcionalidades

- Osciloscópio;
- Animações de tensão e fluxos atuais;
- Botão para controlo analógico e ajuste de parâmetros do circuito;
- Interface bastante intuitiva;
- Possibilidade de salvar e carregar circuito;
- Possibilidade de “abandar” o equipamento para lançar os osciladores;
- Simulação transitória.

Figura 17: Algumas funcionalidades

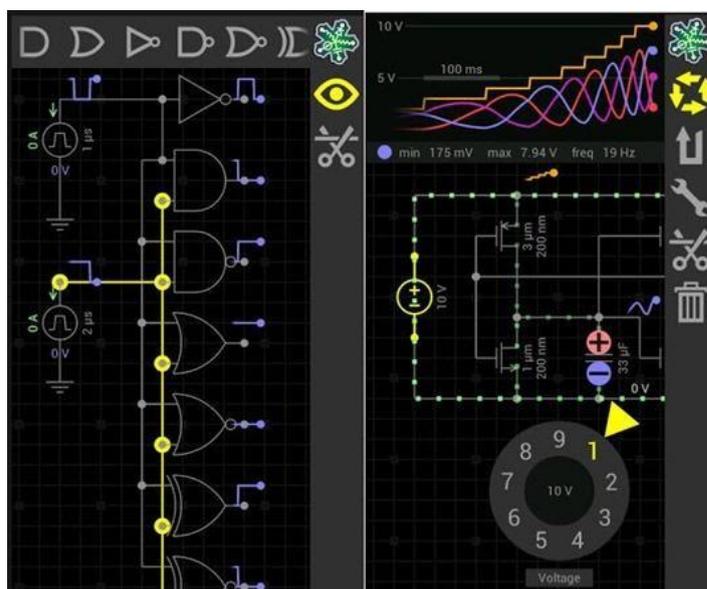


Fonte: <https://pplware.sapo.pt/smartphones-tablets/android/everycircuit-free-crie-circuitos-digitais-no-android/>

## Principais componentes

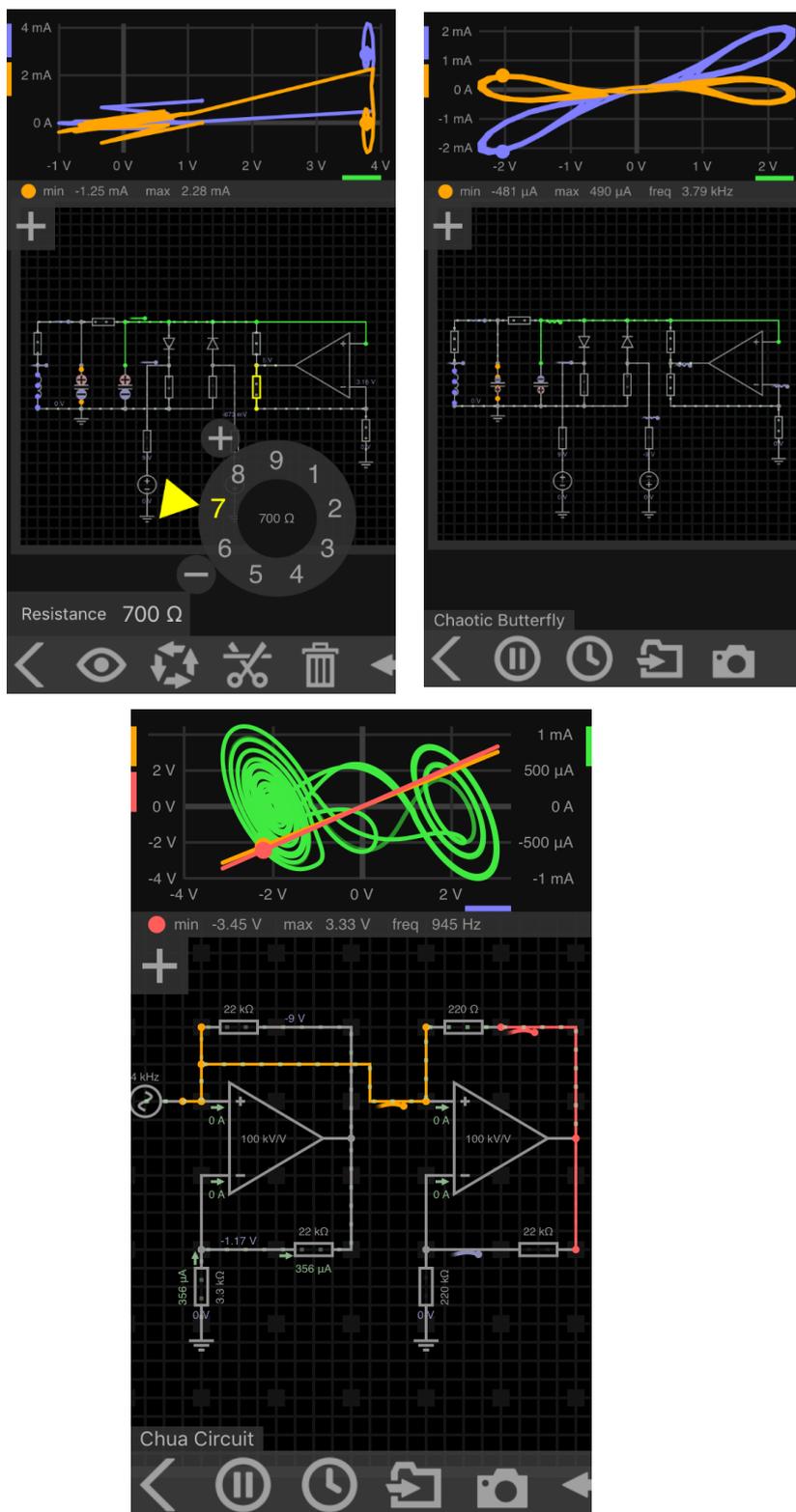
- Fontes;
- Geradores de sinal;
- Resistências, transformadores, Bobinas, condensadores;
- Interruptores SPST e SPDT;
- diodos, diodos Zener, diodos emissores de luz (LED);
- transistores MOS;
- NOR + Digital portas lógicas, AND, OR, NOT, NAND, NOR, XOR.

Figura 18: Outros componentes



Fonte: <https://pplware.sapo.pt/smartphones-tablets/android/everycircuit-free-crie-circuitos-digitais-no-android/>

Sendo assim, aqui mostramos alguns circuitos já prontos para estudo e análise com os alunos em sala de aula para o conhecimento da Teoria do Caos e Sistemas Não-lineares. A seguir, estão os circuitos elétricos. Vale lembrar, que estes circuitos foram pesquisados dentro da Interface e abertos para estudo.



Estes circuitos acima, podem ser acessados a qualquer momento, bastando você ir à aba “Pesquisar” e consultar circuito caótico.

## 6 Roteiros de Atividades

Conforme explicamos anteriormente nos itens iniciais desse Guia de Atividades, o respectivo material foi desenvolvido, aplicado e estruturado para auxiliar os professores de física do 3º ano do ensino médio no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Sistemas não lineares levando em consideração a presença de circuitos elétricos.

A Taxonomia Solo, uma das teorias utilizadas no desenvolvimento da respectiva sequência didática, considera o fato de que o aluno adquire um novo conhecimento através de níveis ascendentes que envolvem estruturas cognitivas cada vez mais complexas, ou seja, o aluno pode iniciar esse estudo partindo do nível pré-estrutural, podendo atingir o nível abstrato estendido. Entretanto, ao utilizarmos esse guia de atividades, nossa intenção é levarmos o aluno ao nível relacional.

Nesse contexto, destacamos que ao construir roteiros baseados no alinhamento construtivo, o professor deixa bem claro o que os estudantes serão capazes de realizar depois de ter passado pelas atividades de ensino e que não podiam fazer anteriormente. Sua descrição deve considerar a perspectiva de ensino centrada no estudante e outros dois aspectos, sendo o primeiro o tipo de conhecimento envolvido e o segundo a seleção dos conteúdos a serem ensinados.

Portanto, desenvolver atividades com base no alinhamento construtivo significa fornecer uma correspondência explícita, entre os resultados da aprendizagem almejados (objetivos), a sua avaliação e as atividades de ensino e aprendizagem.

### **OBSERVAÇÕES IMPORTANTES NA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES**

Atualmente existem vários exemplos de recursos didáticos que podem ser utilizados pelos professores no desenvolvimento das atividades em sala de aula. A maioria desses recursos conta com o avanço da informática no que diz respeito as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC`s).

Com o auxílio da mesma o professor pode transpor os limites do método tradicional de ensino resumido ao quadro e pincel, destacamos que são inúmeras as contribuições que a informática vem trazendo para a sala de aula, dentre elas podemos citar os programas de criação de apresentações, conhecidos como slides.

O uso de slides é bastante amplo, podendo assim ser utilizado em diversos campos de trabalhos. Outra explicação para a utilização em massa dos slides é quanto à questão da sua facilidade de uso, pois trata-se de uma ferramenta de trabalho bem explicada, fácil

de manusear e com inúmeros recursos internos. São imagens que podem ser anexadas à apresentação de textos conceituais, animações, gráficos e que podem auxiliar na abordagem de um assunto. Também podemos anexar nesse processo pequenos vídeos, formando uma única apresentação, na qual o objetivo é potencializar o ensino.

Portanto para o desenvolvimento da sequência das atividades aqui propostas de modo integral, destacamos que o professor deve produzir slides, podendo utilizar o programa Power point, na qual a estrutura desses slides deve apresentar textos com conceitos físicos, animações e figuras estáticas de acordo com a aula programada. Já em relação aos vídeos que podem ser utilizados no desenvolvimento dessa sequência, salientamos que os mesmos podem ser encontrados e estão disponíveis para baixar na internet.

É importante destacar que os conceitos físicos utilizados no desenvolvimento do material serão redigidos pelo próprio professor com o complemento de figuras estáticas. Na parte referente às animações também no Power Point, o professor pode utilizar em alguns casos, imagens ou cenários fornecidos pelo próprio software, porém em outros casos, pode utilizar figuras disponíveis na internet para montar as animações ou um cenário. O objetivo de trabalhar com esse material, dentro desse contexto, é no sentido de dar suporte ao aluno, nos momentos de suas reflexões, no que diz respeito aos conceitos iniciais de cinemática.

Portanto os materiais desenvolvidos e aplicados durante o desenvolvimento dessa sequência de atividades, de um modo geral, contemplarão satisfatoriamente os alunos, auxiliando-os durante o processo e construção do conhecimento no que diz respeito o guia de atividades.

## **ROTEIRO DE ATIVIDADES – Nº 1**

**Tema:** Circuito lineares e não lineares

**Conteúdos Envolvidos:** Elementos de circuitos lineares e não lineares

**Prof.** Lucas Linhares Marinho

### **1.0 DESCRIÇÃO GERAL DO ROTEIRO DE ATIVIDADES Nº 1**

Caro(a) Aluno(a), neste roteiro vamos dar início ao estudo sobre os conceitos de sistemas lineares e não lineares, colocando-os em prática e em condições de discussões, através do uso de simulações, construídas no simulador *applet Falstad*. Para avançarmos nesse estudo, teremos o auxílio de slides com os conceitos físicos definidos. Nosso estudo tomará como base a aula 01, que leva em consideração as orientações quanto à estrutura e estudo do simulador.

### **2.0 RESULTADOS PRETENDIDOS DA APRENDIZAGEM**

- Identificar um circuito linear e não linear;
- Caracterizar os elementos que provocam a linearidade e a não linearidade;
- Conhecer os fundamentos físicos e suas causas e efeitos;
- Construir uma simulação que apresenta os conceitos físicos discutidos na respectiva aula.

### **3.0 ATIVIDADES DO PROFESSOR**

- Construir uma simulação no simulador *applet*, descrevendo passo a passo a combinação elementos de circuitos elétricos;
- Coordenar e orientar os alunos no processo de construção de sua simulação a ser desenvolvida em grupo;
- Utilizar as simulações produzidas na discussão dos conceitos físicos;
- Apresentar uma sequência dos conceitos físicos em estudos que permita ao aluno comparar o seu entendimento construído ao longo do processo em relação a tal fenômeno por ele analisado;

### **3.1 RECURSOS UTILIZADOS**

- Data show;
- Computador;

- *Tinkercad*;
- Simulador online;
- Quadro branco;
- Pincel.

#### **4.0 ATIVIDADES DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

- Observar e interpelar os aspectos apresentados na construção da simulação;
- Construir uma simulação em *applet* que apresente os conceitos físicos a serem discutidos;
- Analisar e questionar a sequência dos conceitos físicos envolvidos;

#### **5.0 DESCRIÇÃO DAS AULAS (2, 3 e 4)**

- Na aula 4, o professor disponibilizará o tempo de aula integralmente para a resolução da avaliação nº 1 (atividade proposta) que deverá ser resolvida individualmente ou em grupo.

#### **6.0 AVALIAÇÃO Nº 01**

- Resolução de uma atividade avaliativa composta por seis questões, sendo três dissertativas e três objetivas, relacionadas aos conteúdos estudados.
- Na resolução dessa avaliação serão atribuídos 10,0 (Dez) pontos.
- Para a correção da avaliação do roteiro de atividades nº 1, cuja estrutura está baseada no alinhamento construtivo, faremos a utilização dos critérios estabelecidos especificamente (rubricas). Na educação esses critérios caracterizam-se como esquemas explícitos para classificar produtos ou comportamentos, programa, tarefa a ser executada pelos alunos. No ensino de um modo geral, podemos definir que as rubricas podem ser usadas para prover feedback formativo dos alunos, para dar notas ou avaliar programas.

## **ROTEIRO DE ATIVIDADES – Nº 2**

**Tema:** Circuito Não lineares

**Conteúdos Envolvidos:** Sistema Não lineares; Caos.

**Prof.** Lucas Linhares Marinho

### **1.0 DESCRIÇÃO GERAL DO ROTEIRO DE ATIVIDADES Nº 2**

Caro(a) Aluno(a), neste roteiro vamos dar início ao estudo sobre os conceitos de sistemas Não lineares, colocando-os em prática e em condições de discussões, através do uso de simulações, construídas no simulador *applet Falstad*. Para avançarmos nesse estudo, teremos o auxílio de slides com os conceitos físicos definidos. Nosso estudo tomará como base a aula 01, que leva em consideração as orientações quanto à estrutura e estudo do simulador.

### **2.0 RESULTADOS PRETENDIDOS DA APRENDIZAGEM**

- Identificar um Sistema não linear;
- Caracterizar os elementos que provocam a linearidade e a não linearidade;
- Conhecer os fundamentos físicos suas causas e efeitos sobre o caos;
- Construir uma simulação que apresenta os conceitos físicos do caos discutidos na respectiva aula.

### **3.0 ATIVIDADES DO PROFESSOR**

- Introduzir o caos usando slides e animações, com exemplos do cotidiano);
- Coordenar e orientar os alunos no processo de construção de sua simulação a ser desenvolvida em grupo;
- Utilizar as simulações produzidas na discussão dos conceitos físicos;
- Apresentar uma sequência dos conceitos físicos em estudos que permita ao aluno comparar o seu entendimento construído ao longo do processo em relação a tal fenômeno por ele analisado;

### **3.1 RECURSOS UTILIZADOS**

- Data show;
- Computador;
- Simulador online;

- Quadro branco;
- Pincel.

#### **4.0 ATIVIDADES DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

- Observar e interpelar os aspectos apresentados na construção da simulação;
- Construir uma simulação em *applet* que apresente os conceitos físicos a serem discutidos;
- Analisar e questionar a sequência dos conceitos físicos envolvidos;

#### **5.0 DESCRIÇÃO DA AULA 5**

- Após os estudantes construírem suas animações, o professor irá escolher aleatoriamente uma animação produzida pelos estudantes e projetará a mesma através do projetor de imagens e vídeos, para que seja possível iniciar a discussão dos conteúdos físicos que estarão presentes nessa simulação. É importante destacar que nesse momento da aula, todos os alunos participam diretamente e intensamente do debate.

#### **6.0 AVALIAÇÃO Nº 02**

- Resolução de uma lista de exercícios composta por seis questões, sendo três dissertativas e três objetivas, relacionadas aos conteúdos estudados.
- **Na resolução dessa avaliação serão atribuídos 10,0 (Dez) pontos.**
- Para a correção da avaliação do roteiro de atividades nº 2, cuja estrutura está baseada no alinhamento construtivo, faremos a utilização dos critérios estabelecidos especificamente (rubricas). Na educação esses critérios caracterizam-se como esquemas explícitos para classificar produtos ou comportamentos, programa, tarefa a ser executada pelos alunos. No ensino de um modo geral, podemos definir que as rubricas podem ser usadas para prover feedback formativo dos alunos, para dar notas ou avaliar programas.

### **6.1 Aula 1 (Apresentação e aplicação do software applet Falstad)**

Para o desenvolvimento da aula 1, o professor deve disponibilizar aos estudantes (1 tempo) de aula com duração de 50 minutos, independente do ambiente escolhido para o desenvolvimento da sequência de atividades. O material disponibilizado para essa aula é o Roteiro de atividades nº 1.

Nessa etapa o professor apresentará aos estudantes o trabalho de forma geral, o simulador *Falstad*, a forma como esse software applet pode ser empregado no ensino de física em especial no estudo dos conceitos de Sistemas não lineares e circuitos elétricos na qual o objetivo é auxiliar os alunos na construção dos conceitos discutidos e como os estudantes irão manusear e analisar o software *applet* na construção de simulações.

### **6.2 Aula 2 (Aula introdutória sobre a Teoria do Caos e Sistema não lineares)**

Para o desenvolvimento da aula 2, o professor deve inserir a noção de circuitos não lineares a fim de que possa instigar nos alunos a diferença que há entre os circuitos lineares e não-lineares para que nas próximas aulas, os alunos façam alusão do caos com os comportamentos estranhos dos circuitos abordados no simuladores chamados de atratores. O material sugerido para o desenvolvimento dessa aula, se encontra nos materiais utilizado em anexo.

Para ainda complementar essa mudança de um sistema linear para um não linear, o professor deverá fazer aplicações em Sistema Mecânico, como, por exemplo, o caso do pêndulo simples e duplo para que eles internalizem a diferença e a ideia de um sistema para o outro afim de que tenha a noção do que vem ser o caos e por fim estude o mesmo conteúdo do caos em circuitos elétricos em específico.

### **6.3 Aula 3 (Aplicação da avaliação nº 1)**

Para o desenvolvimento da aula 3, o professor, após ter feito uma sondagem sobre o que os alunos tenham em mente sobre o caos apesar de já ter inserido de uma forma indireta sem intervenção do conteúdo nas aulas anteriores, deverá propor uma atividade em grupo a fim de que os alunos construam um gráfico que reproduza o caos na plataforma do Excel. Vale destacar que o professor deva passar as orientações para que fique claro as fórmulas para que os alunos consigam então simular o caos e venham a discutir esse comportamento. Vale destacar que o material que será utilizado para o desenvolvimento dessa aula está localizado nas atividades propostas.

### **6.4 Aula 4 (Abordagem do caos em circuitos elétricos utilizando o simulador nº 1)**

Para o desenvolvimento da aula 4, o professor finalmente apresenta o caos, uma vez que já inseriu o mesmo de forma indireta, e que agora os alunos já vão fazer alusão

das aulas anteriores e conseguir entender o porque da diferença de um sistema para o outro (Sistema linear e Não-linear). O professor então vai abordar 4 (quatro) circuitos Não-lineares, ou seja, circuitos caóticos para se então estudar a fundo o que vem ser o caos suas consequências e aplicações. O professor deve apresentar o simulador online toda sua estrutura, localização dos circuitos etc. Junto com os alunos, o professor deverá discutir relembrando das aulas anteriores, os exemplos aplicados sobre os tipos de sistemas discutidos e assim, e agora estudar os circuitos elétricos envolvendo esses sistemas através dos comportamentos (gráficos) e parâmetros (variáveis de cada circuito: Resistência, tensão, corrente etc). O material utilizado para essa aula se encontra em anexo (Simulações Falstad).

### **6.6 Aula 5 (Aplicação da avaliação nº 2)**

Para o desenvolvimento da aula 5, o professor deve propor um teste, com questões relacionadas aos assuntos abordados nessa sequência de atividades, destacamos que esse respectivo instrumento avaliativo, deve ser aplicado em um tempo de aula, ou seja, em 50 minutos. Quanto ao planejamento e elaboração do teste, é importante que o professor defina um número específico de questões, como sugestão (06 questões, sendo 03 fechadas e 03 abertas), todavia o professor deve considerar o nível de dificuldades das questões, pois para a aplicação dela é disponibilizado apenas um tempo de aula. Outro aspecto importante e que deve ser considerado pelo professor na elaboração, é no que diz respeito à interpretação das questões propostas, pois o objetivo é que o aluno saiba relacionar os conceitos a qual ele construiu após ser submetido ao desenvolvimento dessa sequência didática. O material utilizado para o desenvolvimento dessa aula é o Pós-teste, localizado nas atividades propostas.

Outro procedimento que o professor pode considerar na implantação do teste que será aplicado após o desenvolvimento da sequência das atividades, na qual sua estrutura está baseada no alinhamento construtivo são as (rubricas), que se caracterizam como um conjunto de critérios estabelecidos especificamente e aplicados na correção de uma avaliação. Na educação esses critérios caracterizam-se como esquemas explícitos para classificar produtos ou comportamentos, programa, tarefa a ser executada pelos alunos. No ensino de um modo geral, podemos definir que as rubricas podem ser usadas para prover feedback (retorno do resultado) formativo dos alunos, para dar notas ou avaliar programas. A rubrica encontra-se em anexo.

**ATIVIDADES PROPOSTAS****PRÉ-TESTE - AVALIAÇÃO Nº 1**

Aluno(a): \_\_\_\_\_

Professor: Lucas Marinho

Série: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

1. O que você entende por caos?

---

---

---

---

---

2. O que você acha que gera o caos?

---

---

---

---

---

3. A relação do caos com os circuitos elétricos estudados é devida:

- a) aos diversos conjuntos de comportamentos estranhos providos de parâmetros de controle como, por exemplo, a corrente elétrica estar linear em função da tensão.
- b) à Linearidade da corrente alternada.
- c) ao Determinismo.
- d) À Linearidade dos componentes elétricos (resistor ôhmico, tensão contínua).
- e) Relação de desordem nos comportamentos da corrente elétrica e das tensões (Não linearidade envolvida nos parâmetros de controle).

4. A partir dos circuitos elétricos abordados, diga as características do caos:

- a) Sensibilidade às condições iniciais e a Não linearidade.
- b) Sensibilidade às condições iniciais; a Não linearidade; Determinismo; Manutenção da irregularidade no comportamento do sistema e a Previsão a longo prazo impossível.
- c) Probabilística; Linearidade e a Não sensibilização às condições iniciais.
- d) Linear e a Previsão a longo prazo.
- e) Não linearidade e probabilística.

5. Você considera o circuito elétrico RLD (Resistor-Indutor-Diodo) apresentado no Arduino em sala de aula um circuito caótico? Justifique.

---

---

6. Dentre as novas abordagens das teorias organizacionais, pode-se identificar a Teoria do Caos. Sobre essa teoria, indique a alternativa que contém a afirmação mais pertinente.
  - a) Grande parte dos fatos, mesmo os mais estranhos, podem ser previstos pelos cientistas em função dos atratores, que permitem que sejam identificados os principais estágios futuros de um sistema.
  - b) O caos, na verdade, é produto de uma ordem superior, onde grandes efeitos são causados em função da falta de lateralidade do universo.
  - c) Para a ciência moderna, os fenômenos deterministas constituem a grande maioria dos eventos naturais.
  - d) O estado de equilíbrio, o determinismo e a causalidade linear são casos comuns e majoritários em um universo evolutivo.
  - e) Para a Teoria do Caos, a desordem, a instabilidade e o acaso no campo científico constituem a norma, a regra, a lei.

## PÓS-TESTE – AVALIAÇÃO Nº 2

Aluno(a): \_\_\_\_\_

Professor: Lucas Marinho

Série: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

1) O que você aprendeu sobre o caos? Justifique.

---



---



---

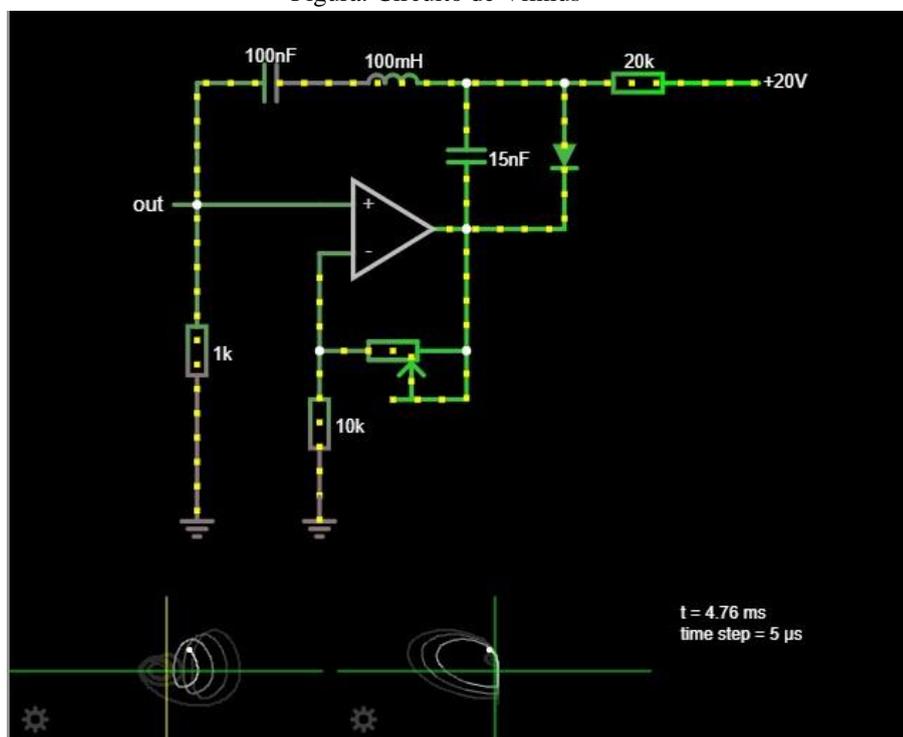


---

2) Marque a(s) alternativa(s) correta(s). O circuito de Chua é um:

- Circuito elétrico linear.
- Circuito elétrico com Previsão a longo prazo impossível de comportamento.
- Circuito elétrico que apresenta comportamento caótico.
- Circuito elétrico linear de comportamento caótico
- 3) Com base no circuito elétrico de “Vilnius” visto no simulador *online Falstad*, mostrado abaixo, o mecanismo que levou ao caos (o que gerou) foi:

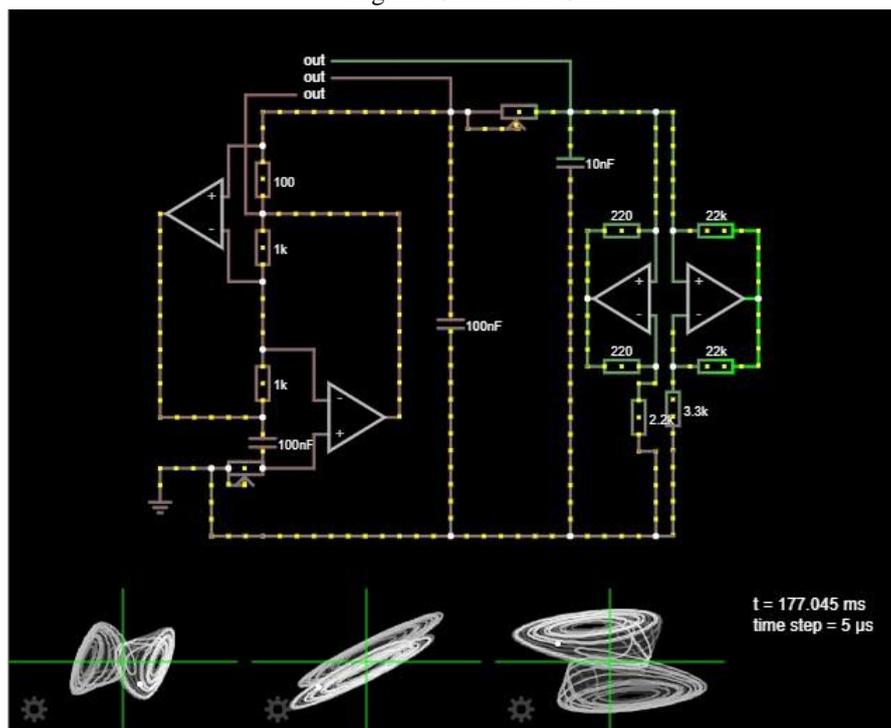
Figura: Circuito de Vilnius



Fonte: <https://www.falstad.com/circuit/>

- a) Linearidade da corrente elétrica em função da diferença de potencial.
  - b) As mesmas frequências.
  - c) O processo de esticar e dobrar (irregularidade no comportamento do sistema e a previsão a longo prazo impossível).
  - d) Devido ao circuito ser um exemplo de linearidade.
  - e) O Determinismo.
- 4) Com base no circuito de “Chua” retirado do simulador *online Falstad*, explique o caos abordado, conforme mostrado na imagem a seguir.

Figura: Circuito de Chua



Fonte: <https://www.falstad.com/circuit/>

- 
- 
- 
- 
- 5) A partir dos circuitos elétricos abordados, diga as características do caos:
- a) Sensibilidade às condições iniciais e a Não linearidade.
  - b) Sensibilidade às condições iniciais; a Não linearidade; Determinismo; Manutenção da irregularidade no comportamento do sistema e a Previsão a longo prazo impossível.
  - c) Probabilística; Linearidade e a Não sensibilização às condições iniciais.
  - d) Linear e a Previsão a longo prazo.
  - e) Não linearidade e probabilística.

- 6) Dentre as novas abordagens das teorias organizacionais, pode-se identificar a Teoria do Caos. Sobre essa teoria, indique a alternativa que contém a afirmação mais pertinente.
- a) Grande parte dos fatos, mesmo os mais estranhos, podem ser previstos pelos cientistas em função dos atratores, que permitem que sejam identificados os principais estágios futuros de um sistema.
  - b) O caos, na verdade, é produto de uma ordem superior, onde grandes efeitos são causados em função da falta de lateralidade do universo.
  - c) Para a ciência moderna, os fenômenos deterministas constituem a grande maioria dos eventos naturais.
  - d) O estado de equilíbrio, o determinismo e a causalidade linear são casos comuns e majoritários em um universo evolutivo.
  - e) Para a Teoria do Caos, a desordem, a instabilidade e o acaso no campo científico constituem a norma, a regra, a lei.

### **ROTEIRO DE ATIVIDADES Nº 3**

**Tema:** Noções de Eletrodinâmica

**Conteúdos Envolvidos:** Conceitos fundamentais sobre a Eletrodinâmica

**Prof.** Lucas Linhares Marinho

#### **2.0 CONTEÚDOS PRÉVIOS**

- Corrente elétrica;
- Resistência elétrica;
- Tensão/Diferença de potencial (DDP).

#### **3.0 RESULTADO PRETENDIDO DA APRENDIZAGEM**

- Compreender os conceitos fundamentais e a parte quantitativa sobre as noções de eletrodinâmica

#### **4.0 ESTRATÉGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

**Professor:**

- Apresentar os conceitos fundamentais sobre as noções de eletrodinâmica através de aulas dialogadas e apresentar também uma simulação para melhor compreender;
- Definir as equações das Leis de Ohm e contextualizar as aplicações delas.

**Aluno:**

- Tomar conhecimento acerca do conteúdo abordado em sala de aula;
- Fazer o uso das aulas e dialogar com o professor, tirando dúvidas sobre as Leis de Ohm.

#### **5.0 RECURSOS**

- Projetor de imagens e vídeos;
- Aula dialogada;

#### **6.0 AVALIAÇÃO (TAREFA DE AVALIAÇÃO)**

- Socializar com a turma o conteúdo abordado em sala de aula com notas de aula;
- Fazer anotações das aulas.

## **ROTEIRO DE ATIVIDADES Nº 4**

**Tema:** Circuitos elétricos

**Conteúdos Envolvidos:** Associação de Circuitos Elétricos

**Prof.** Lucas Linhares Marinho

### **2.0 CONTEÚDOS PRÉVIOS**

- Corrente elétrica;
- Resistência elétrica;
- Tensão/Diferença de potencial (DDP);
- Leis de Ohm.

### **3.0 RESULTADO PRETENDIDO DA APRENDIZAGEM**

- Compreender as associações de circuitos elétricos envolvendo resistores e capacitores e seus diversos tipos (Série, Paralela e Mista).

### **4.0 ESTRATÉGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

**Professor:**

- Apresentar as associações de resistores e capacitores com aulas dialogadas e simulações;
- Apresentar uma simulação como conteúdo complementar para melhor compreender associações e seus tipos.

**Aluno:**

- Tomar conhecimento acerca do conteúdo abordado em sala de aula;
- Fazer o uso das aulas e dialogar com o professor, tirando dúvidas sobre associações e seus tipos.

### **5.0 RECURSOS**

- Projetor de imagens e vídeos;
- Aula dialogada com simulações;

### **6.0 AVALIAÇÃO (TAREFA DE AVALIAÇÃO)**

- Socializar com a turma o conteúdo abordado em sala de aula com notas de aula;
- Fazer anotações das aulas.

## **ROTEIRO DE ATIVIDADES Nº 5**

**Tema:** Circuitos elétricos

**Conteúdos Envolvidos:** Circuitos não lineares.

**Prof.** Lucas Linhares Marinho

### **2.0 CONTEÚDOS PRÉVIOS**

- Leis de Ohm;
- Tipos de associação de resistores, capacitores, indutores;
- Comportamento não linear de componentes variáveis.

### **3.0 RESULTADO PRETENDIDO DA APRENDIZAGEM**

- Realizar uma sondagem sobre a noção de caos.

### **4.0 ESTRATÉGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

**Professor:**

- Apresentar circuitos não lineares de forma quali-quantitativa;
- Apresentar o Pré-teste para sondar o conhecimento de caos.

**Aluno:**

- Responder o Pré-teste.

### **5.0 RECURSOS**

- Projetor de imagens e vídeos;
- Aula dialogada com animações;

### **6.0 AVALIAÇÃO (TAREFA DE AVALIAÇÃO)**

- Pré-teste com 06 questões (sendo 03 questões do tipo abertas e 03 do tipo fechadas).

## **ROTEIRO DE ATIVIDADES Nº 6**

**Tema:** Circuitos elétricos

**Conteúdos Envolvidos:** Caos

**Prof.** Lucas Linhares Marinho

### **2.0 CONTEÚDOS PRÉVIOS**

- Circuitos elétricos não lineares;
- Noções gerais sobre o caos;
- Características do caos.

### **3.0 RESULTADO PRETENDIDO DA APRENDIZAGEM**

- Compreender a definição qualitativa de caos.

### **4.0 ESTRATÉGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

**Professor:**

- Apresentar circuitos não lineares de forma quali-quantitativa;
- Apresentar simulações de Física envolvendo o caos para melhor compreender sistemas não lineares.

**Aluno:**

- Tomar conhecimento acerca do conteúdo abordado em sala de aula;
- Fazer o uso das aulas e dialogar com o professor, tirando dúvidas sobre circuito não linear.

### **5.0 RECURSOS**

- Projetor de imagens e vídeos;
- Aula dialogada com animações;

### **6.0 AVALIAÇÃO (TAREFA DE AVALIAÇÃO)**

- Socializar com a turma o conteúdo abordado em sala de aula com notas de aula;
- Fazer anotações das aulas.

## **ROTEIRO DE ATIVIDADES Nº 7**

**Tema:** Circuitos elétricos

**Conteúdos Envolvidos:** Circuitos não lineares.

**Prof.** Lucas Linhares Marinho

### **2.0 CONTEÚDOS PRÉVIOS**

- Conhecimento do componente LDR;
- Conhecimento do componente LED;
- Conhecimento sobre a Interface Arduino.

### **3.0 RESULTADO PRETENDIDO DA APRENDIZAGEM**

- Compreender o caos a partir da percepção do uso do LDR em circuitos elétricos não lineares.

### **4.0 ESTRATÉGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM Professor:**

- Apresentar o caos de forma qualitativa sob aula prática experimental;
- Apresentar uma animação como conteúdo complementar para melhor compreender o caos através de LDR.

**Aluno:**

- Tomar conhecimento acerca do conteúdo abordado em sala de aula;
- Fazer o uso das aulas e dialogar com o professor, tirando dúvidas sobre o caos;
- Utilizar o aparato experimental para ter a percepção do caos a partir do sensor LDR ligado ao circuito elétrico.

### **5.0 RECURSOS**

- Projetor de imagens e vídeos;
- Aula dialogada com animações.

### **6.0 AVALIAÇÃO (TAREFA DE AVALIAÇÃO)**

- Socializar com a turma o conteúdo abordado em sala de aula com notas de aula;
- Fazer anotações das aulas.

## **ROTEIRO DE ATIVIDADES Nº 8**

**Tema:** Circuitos elétricos

**Conteúdos Envolvidos:** Circuitos não lineares.

**Prof.** Lucas Linhares Marinho

### **2.0 CONTEÚDOS PRÉVIOS**

- Circuitos elétricos;
- Circuitos elétricos não lineares;
- Caos.

### **3.0 RESULTADO PRETENDIDO DA APRENDIZAGEM**

- Compreender o caos em circuitos elétricos.

### **4.0 ESTRATÉGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

**Professor:**

- Apresentar o Pós-teste a fim de coletar informações sobre as aulas abordadas envolvendo todo o conteúdo.

**Aluno:**

- Responder o Pós-teste.

### **5.0 RECURSOS**

- Projetor de imagens e vídeos;

### **6.0 AVALIAÇÃO (TAREFA DE AVALIAÇÃO)**

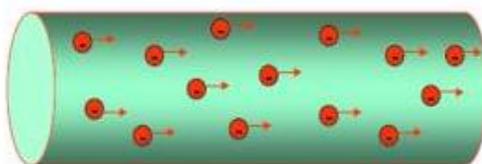
- Pós-teste com 06 questões (sendo 03 questões do tipo abertas e 03 do tipo fechadas);

## MATERIAL UTILIZADO NAS AULAS

### Revisão sobre circuito elétrico e Introdução aos Circuitos Não Lineares

## Recapitulando...

- Corrente elétrica



Movimento ordenado de elétrons.

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

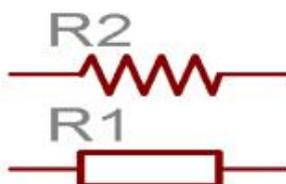
$$1 \text{Coulomb/segundo} = 1 \text{C/s} = 1 \text{A}$$

Onde :

$\Delta q$  é a quantidade de carga que atravessa a secção reta do condutor num determinado intervalo de tempo ( $\Delta t$ ).

## RESISTÊNCIA

- A resistência é a característica elétrica dos materiais, que representa a oposição à passagem da corrente elétrica.
- Essa oposição à passagem da corrente elétrica é provocada principalmente, pela dificuldade dos elétrons livres se movimentarem pela estrutura atômica dos materiais.
- Medida em ohm ( $\Omega$ ).
- Efeito Joule

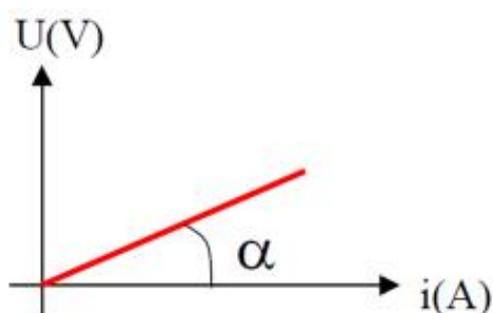


## 1ª LEI DE OHM

- Georg Simon Ohm verificou que a corrente elétrica  $i$  que atravessa um condutor é diretamente proporcional à diferença de potencial  $U$  aplicada a seus terminais, ou seja, que o quociente  $U/i$  é constante.

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \boxed{U = Ri}$$

V = Medido em volts.  
I = medido em Amperes  
R = medido em ohm

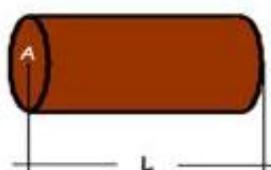


Tg  $\alpha$  = declividade da reta

Tg  $\alpha$  = R

4

## 2ª LEI DE OHM



$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \text{ Condutividade elétrica}$$

onde  $\rho$  é uma característica do material denominada resistividade,  $\ell$  é o comprimento da amostra e  $A$  é a área da seção reta da amostra.

- $\rho$  é considerada uma propriedade intrínseca da matéria.
- $\rho$  medido em ohms-metros no sistema SI.

5

## RESISTÊNCIA

- Os condutores que permitem um grande fluxo de carga com uma pequena tensão externa têm valores de resistências baixas, enquanto os isolantes têm valores elevados de resistência. Também, quanto maior o caminho que a carga tem de percorrer, maior o valor da resistência, ao passo que quanto maior a área, menor a resistência.

$$\downarrow R = \rho \frac{L \downarrow}{A \uparrow}$$

6

## RESISTÊNCIA

- À medida que aumenta a temperatura da maioria dos condutores, aumenta o movimento das partículas de sua estrutura molecular, fazendo com que aumente a dificuldade de deslocamento dos portadores livres, o que aumenta o valor da resistência.

7

## Resistores não-lineares

- A seguir analisaremos ambos em circuitos elétricos



Potenciômetro

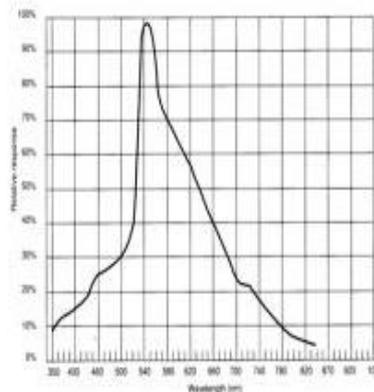


LDR: Resistor dependente de Luz

8

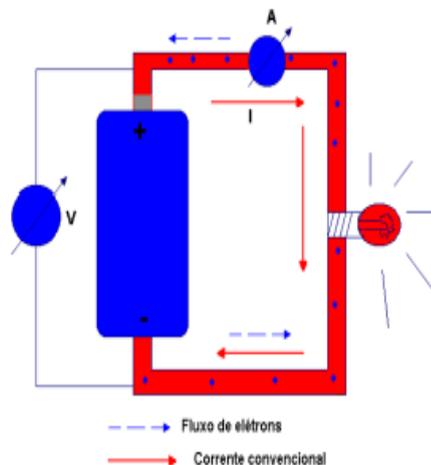
## Resistores não-lineares

- Ex: Resistor variável (Potenciômetro)
- Chuveiro elétrico



9

## Circuitos Eléctricos



10

## Circuitos Eléctricos

É o caminho por onde circula a corrente elétrica.

Um circuito completo deve ter, no mínimo:

- uma chave (Dispositivo de manobra);
- uma fonte de energia (bateria);
- um consumidor (lâmpada) e;
- condutores fechando o circuito.

11

## Circuitos Elétricos

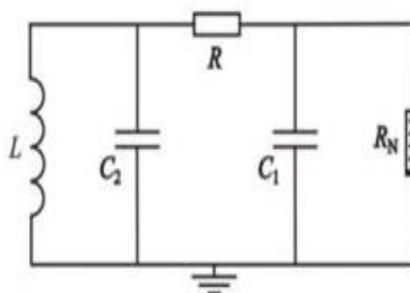
- Na maioria dos circuitos elétricos encontramos consumidores combinados de três maneiras.

- Circuito Série
- Circuito Paralelo
- Circuito Misto (Série/Paralelo)

12

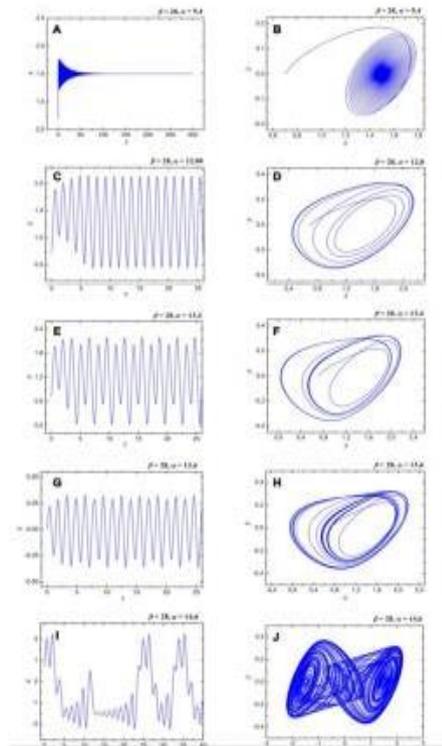
## Circuitos Elétricos Não Lineares

- Circuitos cujo a entrada, seja ela, a corrente elétrica ou a tensão, deve ser diferente na saída do circuito.
- Ex: Circuito de chua



13

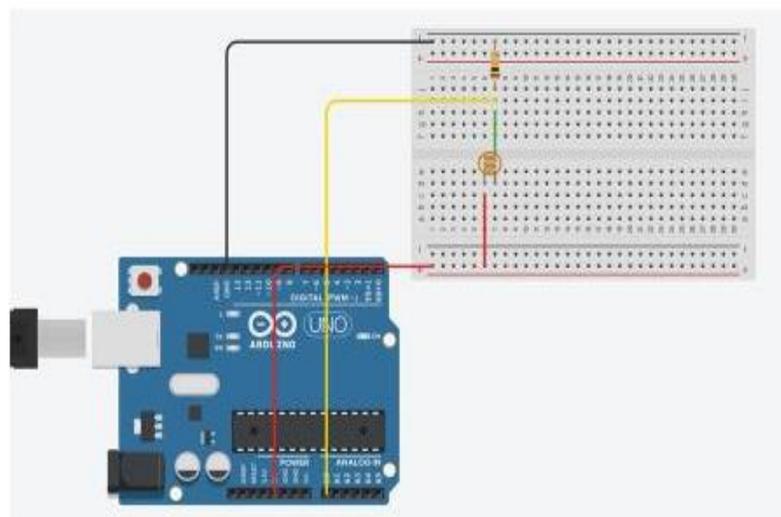
## Circuitos Eléctricos Não Lineares



14

## Circuitos Eléctricos Não Lineares

- Atividade usando o IDE Arduino;
- Circuito com componentes não lineares.



15

## Introdução ao caos e as Simulações

# Introdução

- ◆ 1 – O que é Caos?
- ◆ 2 – Um exemplo de sistema caótico:  
O mapa logístico

No dia-a-dia, a palavra **CAOS** está associada com desordem...



Em Física, tem um significado bem preciso.

Sistemas dinâmicos caóticos são sistemas que **tem uma regra de evolução temporal bem definida** e, ainda assim, **se tornam imprevisíveis com o tempo.**

**Como é possível?**

Propriedades matemáticas das equações que governam a evolução temporal do sistema tem

**"dependência sensível às condições iniciais".**

Mesmo equações muito simples podem ter  
"caos"

Mapa Logístico

dinâmica de populações

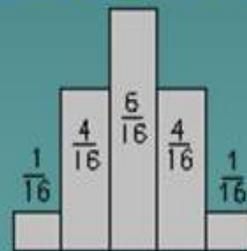
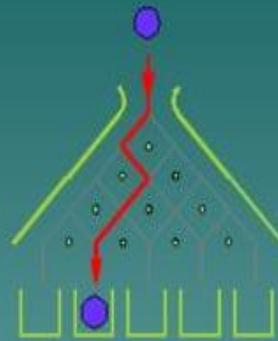
$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n)$$

3

## Sistemas Previsíveis e Não-Previsíveis

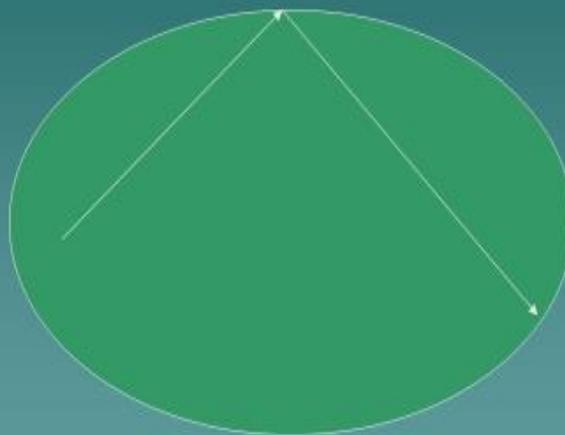
- ◆ Calendário (anos bissextos, eclipses)
- ◆ Pêndulos (relógio)
- ◆ Sistema massa-mola
- ◆ Clima
- ◆ Fluidos turbulentos
- ◆ Mesa de pregos
- ◆ Mesa de bilhar
- ◆ Dinâmica de três espécies

## A Mesa de Pregos: Caos e Determinismo



relative frequency  
distribution

## A Mesa de Bilhar



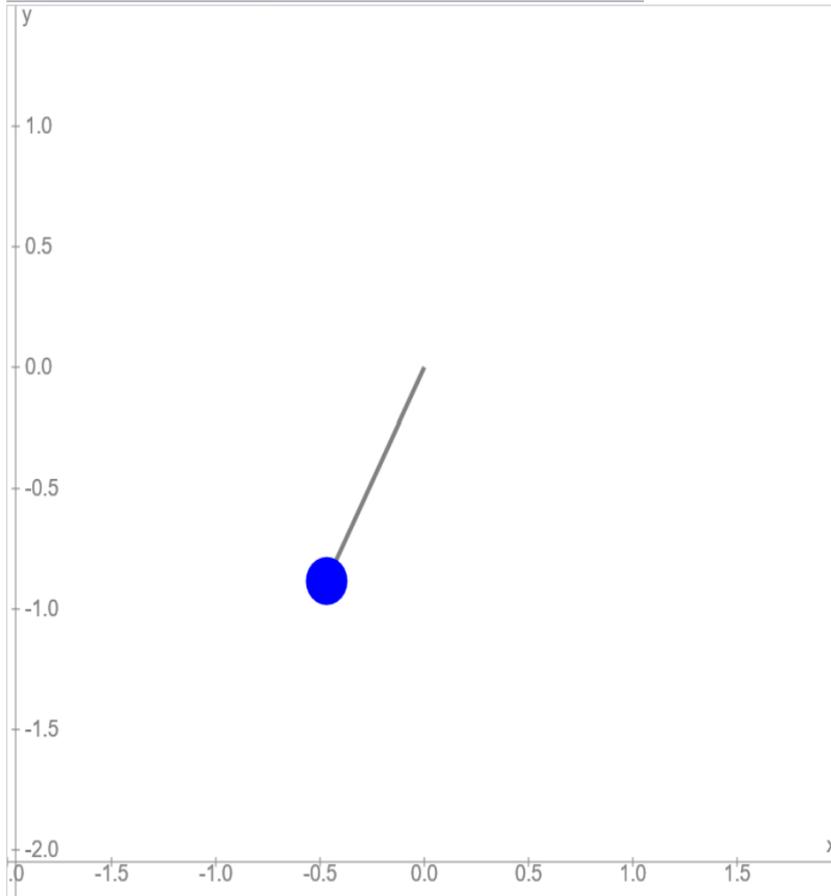
- ◆ Equações diferenciais, como a segunda lei de Newton, são determinísticas: dadas as condições iniciais devemos ser capazes de determinar o estado futuro do sistema.
- ◆ Se jogamos as bolinhas (aproximadamente) do mesmo modo, porque elas não caem (aproximadamente) no mesmo lugar?
- ◆ Condições iniciais muito parecidas podem provocar efeitos dinâmicos muito diferentes!
- ◆ Surpresa: sistemas muito simples podem ter comportamentos complexos, onde pequenas diferenças iniciais são amplificadas, levando a um comportamento aleatório.

## Sistemas Regulares X Sistemas Caóticos

- 1) [Pêndulo simples](#)
- 2) [O pendulo duplo com molas](#)

### Simple Pendulum

Sim Graph Time Graph Multi Graph

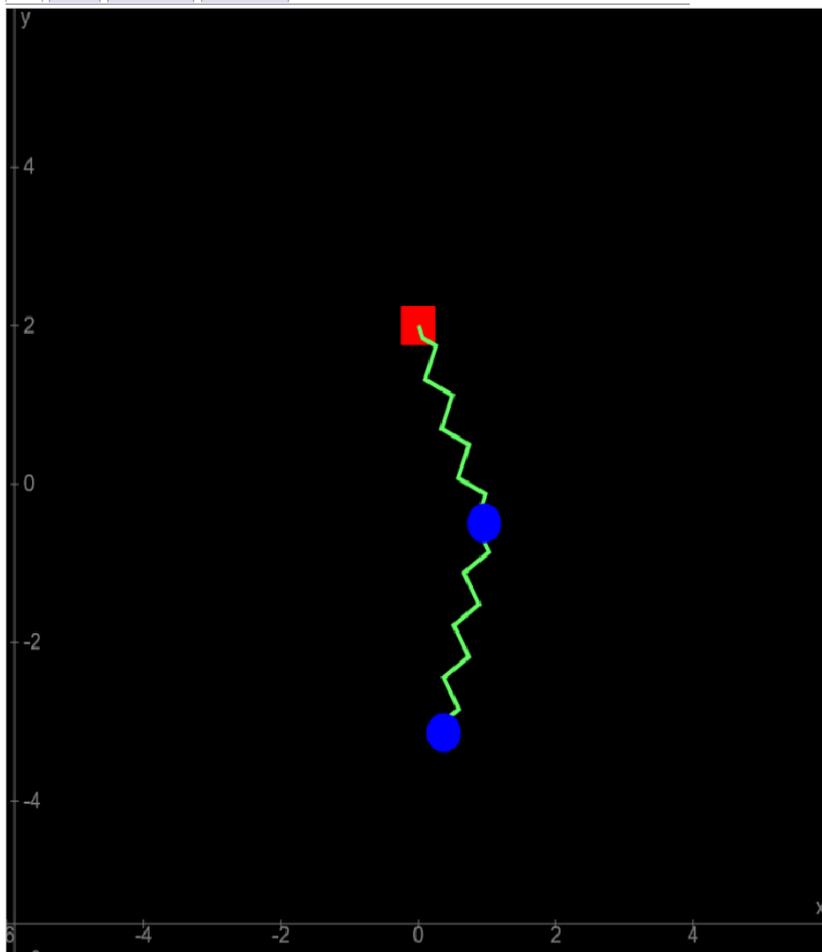


Control panel for the Simple Pendulum simulation:

- length: 1.00
- damping: 0.00
- mass: 1.00
- drive amplitude: 0.00
- drive frequency: 0.667
- gravity: 9.80
- limit angle
- show energy
- show clock
- pan-zoom
- time step: 0.0250
- time rate: 1.00
- Diff Eq Solver: Runge-Kutta
- background: white
- share

### Double 2D Spring

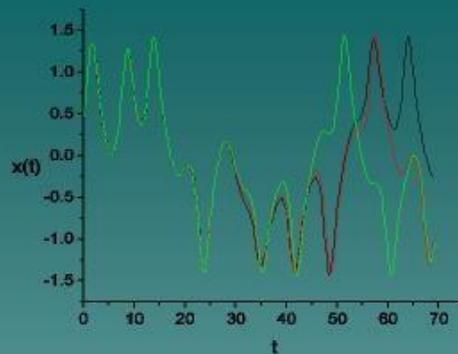
Sim Graph Time Graph Multi Graph



Control panel for the Double 2D Spring simulation:

- gravity: 9.80
- damping: 0.00
- mass-1: 0.500
- mass-2: 0.500
- spring length: 1.00
- spring stiffness: 6.00
- show energy
- show clock
- pan-zoom
- time step: 0.0250
- time rate: 1.00
- Diff Eq Solver: Runge-Kutta
- background: black
- rest state
- share

### Trajectoria típica de um sistema caótico



Preto:  $x(0)=0.480$   $v(0)=0.355$   
 Vermelho:  $x(0)=0.481$   $v(0)=0.355$   
 Verde:  $x(0)=0.482$   $v(0)=0.355$

O movimento é tão complicado que torna-se imprevisível!

**CAOS = sensibilidade às condições iniciais**

## RESUMO

- ◆ Caos = sensibilidade às condições iniciais
- ◆ Condições iniciais muito próximas separam-se exponencialmente rápido: (efeito borboleta)
- ◆ Existe um tempo característico  $\tau$  dentro do qual previsões são possíveis. Além desse tempo o sistema torna-se imprevisível. O fator  $1/\tau$  é chamado de **expoente de Lyapunov**.

## Perguntas:

- ◆ Porque alguns sistemas determinísticos se comportam de forma simples e outros de forma quase aleatória (caótica)?
- ◆ Qual o mecanismo responsável pelo aparecimento de dinâmica caótica?
- ◆ Quais as implicações do movimento caótico?
- ◆ Quão raros ou frequentes são sistemas caóticos?

# Sistema dinâmicos

Sistemas físicos como o oscilador de Duffing ou o sistema Sol-Terra-Lua são complicados do ponto de vista matemático.

Vamos considerar aqui apenas sistemas dinâmicos simples, que servirão como modelos para o estudo de sistemas realistas.

**Exemplo 1:**

$$x_{n+1} = \sqrt{x_n} \quad x_n \geq 0$$

$$x_0 = 49.0$$

$$x_1 = 7.0$$

$$x_2 = 2.646\dots$$

$$x_3 = 1.627\dots$$

$$x_4 = 1.275\dots$$

$$x_5 = 1.129\dots$$

$$x_6 = 1.063\dots$$

$$x_7 = 1.031\dots$$

$$x_0 = 0.030$$

$$x_1 = 0.173\dots$$

$$x_2 = 0.416\dots$$

$$x_3 = 0.645\dots$$

$$x_4 = 0.803\dots$$

$$x_5 = 0.896\dots$$

$$x_6 = 0.947\dots$$

$$x_7 = 0.973\dots$$

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 1$$

$$x_3 = 1$$

$$x_4 = 1$$

$$x_5 = 1$$

$$x_6 = 1$$

$$x_7 = 1$$

$$x_0 = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 0$$

$$x_5 = 0$$

$$x_6 = 0$$

$$x_7 = 0$$



Exemplo 2:

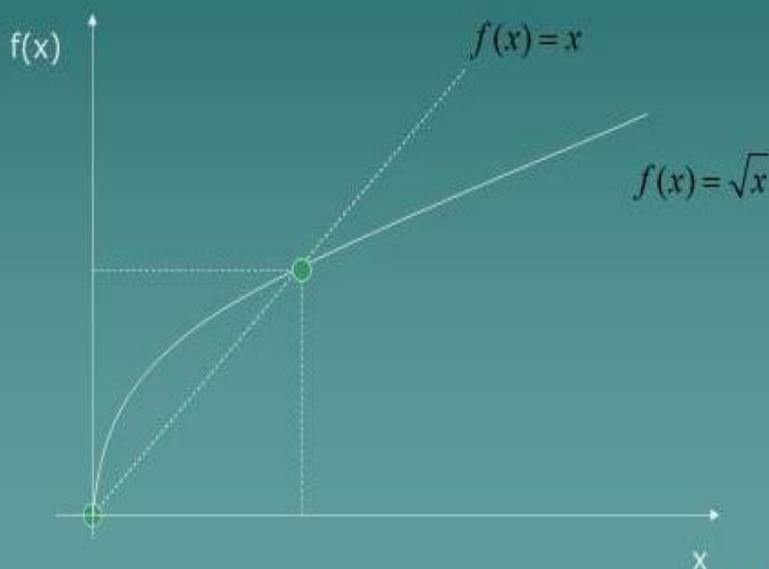
$$x_{n+1} = x_n^2 \quad x_n \geq 0$$

$x_0 = 2.0$	$x_0 = 0.8$	$x_0 = 1$	$x_0 = 0$
$x_1 = 4.0$	$x_1 = 0.64$	$x_1 = 1$	$x_1 = 0$
$x_2 = 16$	$x_2 = 0.4096$	$x_2 = 1$	$x_2 = 0$
$x_3 = 256$	$x_3 = 0.1677\dots$	$x_3 = 1$	$x_3 = 0$
$x_4 = 65536$	$x_4 = 0.0281\dots$	$x_4 = 1$	$x_4 = 0$
$x_5 = 4294967296$	$x_5 = 0.0008\dots$	$x_5 = 1$	$x_5 = 0$



Pontos fixos são como pontos de equilíbrio. No caso do primeiro exemplo podemos encontrá-los da seguinte forma:

$$x_{n+1} = \sqrt{x_n} = x_n$$



### Exemplo 3: o mapa logístico

Motivação:

Seja  $X_n$  a população de uma determinada espécie na geração  $n$ .

A cada geração uma parte da população morre e filhotes nascem. O número de indivíduos na geração seguinte deve ser aproximadamente proporcional ao número de indivíduos na geração anterior:

$X_{n+1} = \mu X_n$  onde o parâmetro  $\mu > 1$  mede a taxa de crescimento

Se a população fica muito grande pode faltar comida. Então a taxa de crescimento não pode ser constante. Substituímos  $\mu$  por

$$\mu(1 - X_n/X_c)$$

onde  $X_c$  é o maior número de indivíduos que pode sobreviver com os recursos existentes.

Veja que

$$\mu(1 - X_n/X_c) \approx \begin{cases} \mu & \text{se } X_n \ll X_c \\ 0 & \text{se } X_n \approx X_c \end{cases}$$

Então a equação que descreve a população fica:

$$X_{n+1} = \mu X_n (1 - X_n / X_c)$$

Dividindo os dois lados por  $X_c$  e definindo uma nova variável  $x_n = X_n/X_c$

$$\frac{X_{n+1}}{X_c} = \mu \frac{X_n}{X_c} \left(1 - \frac{X_n}{X_c}\right)$$

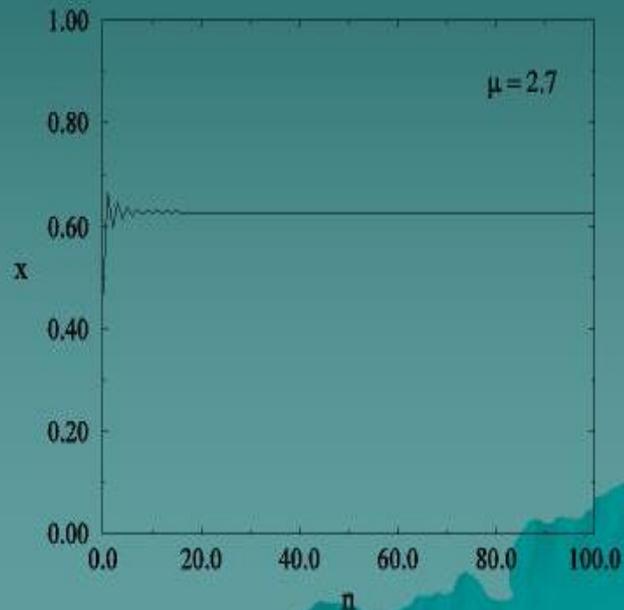
$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n)$$

$$x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n) \quad 0 \leq x_n \leq 1 \quad \mu = 2.7$$

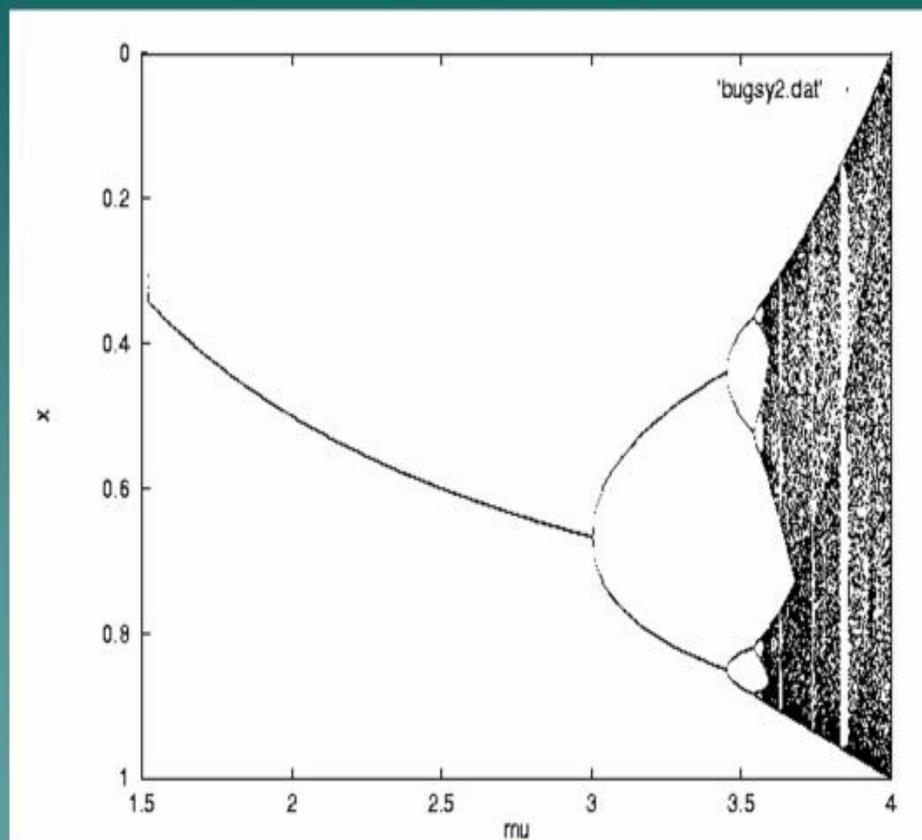
Pontos fixos:  $x_{n+1} = x_n$

Soluções:  $x=0$  e  $x = (\mu-1)/\mu = 0.629\dots$

$x_0 = 0.5$   
 $x_1 = 0.675$   
 $x_2 = 0.597\dots$   
 $x_3 = 0.650\dots$   
 $x_4 = 0.615\dots$   
 $x_5 = 0.640\dots$   
 $x_6 = 0.622\dots$   
 $x_7 = 0.634\dots$



Rota para o caos por duplicação de período



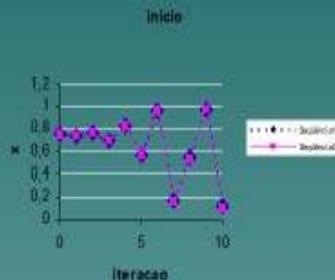
Por exemplo: suponha  $\mu = 3.9$  e  $x_0 = 0.75$

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n)$$



caso (a)	
n	x(n)
0	0.7500
1	0.73
2	0.77
3	0.70
4	0.82
5	0.57
6	0.96
7	0.17
8	0.54
9	0.97
10	0.12

caso (b)	
n	x(n)
0	0.7501
1	0.73
2	0.77
3	0.70
4	0.82
5	0.57
6	0.96
7	0.16
8	0.53
9	0.97
10	0.10

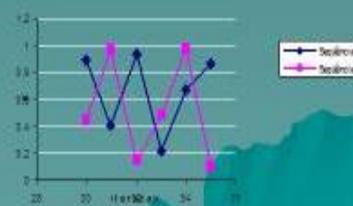


mas depois de certo tempo...

30	0.88
31	0.40
32	0.94
33	0.22
34	0.87
35	0.86

30	0.44
31	0.96
32	0.15
33	0.48
34	0.97
35	0.10

depois de certo tempo...



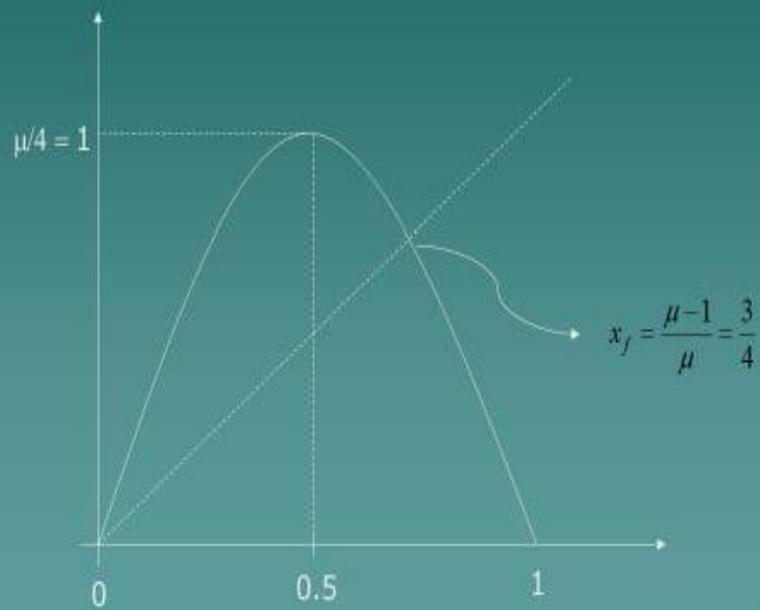
20

**Qual o mecanismo que leva ao caos?**

Para responder essa pergunta vamos fazer uma análise geométrica do problema.

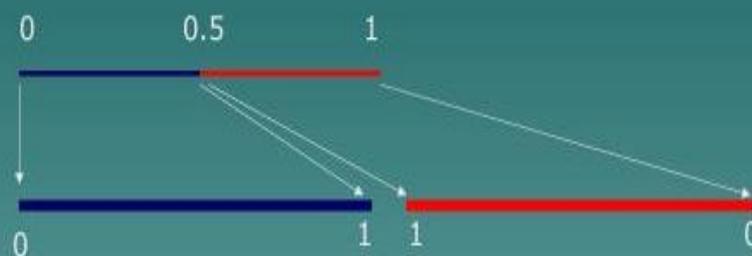
$$\mu = 4$$

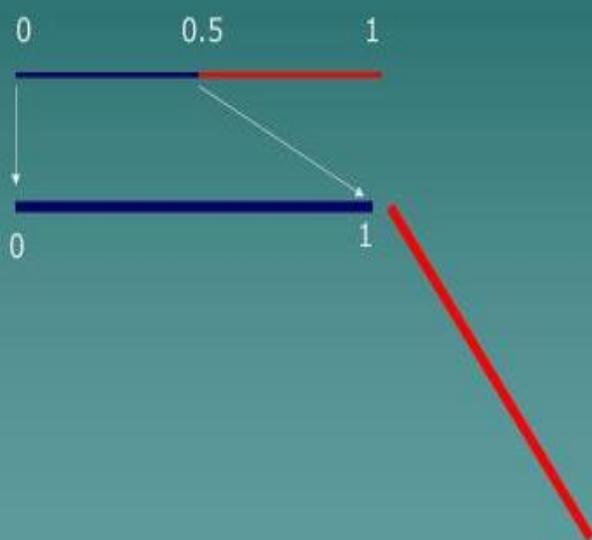
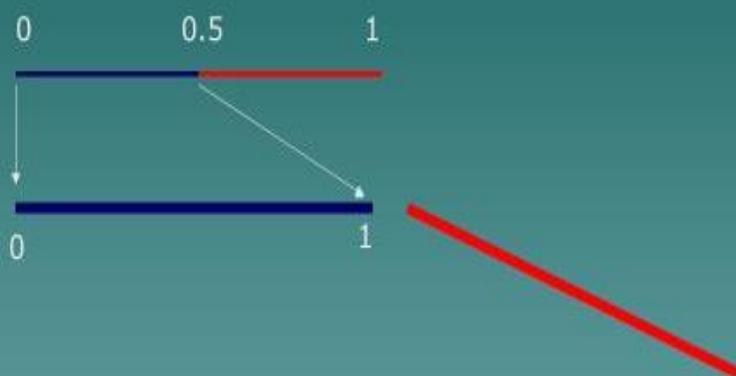
$$f(x) = 4x(1-x) \quad x_{n+1} = f(x_n)$$

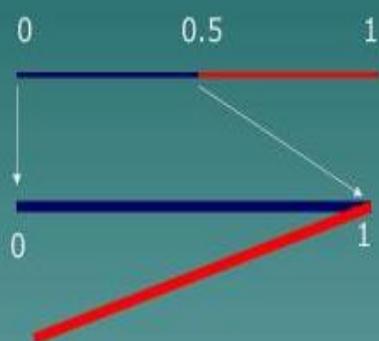
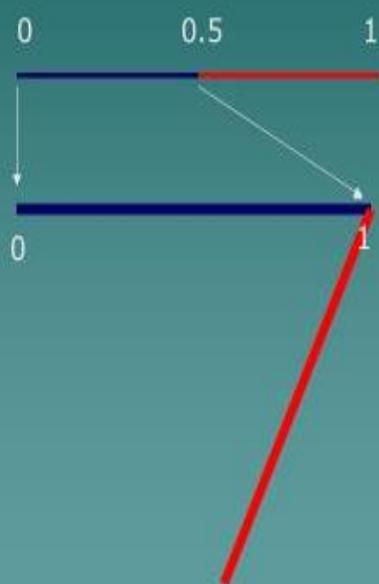


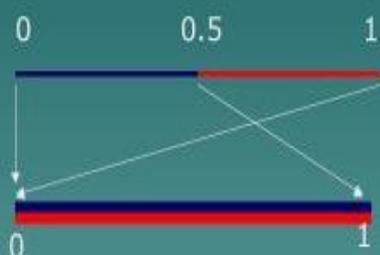
1 - O intervalo  $[0, 0.5]$  é levado pelo mapa no intervalo  $[0, 1]$

2 - O intervalo  $[0.5, 1]$  é levado pelo mapa no intervalo  $[1, 0]$



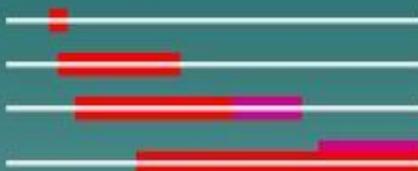






A cada passo do processo pontos inicialmente muito próximos vão se afastando devido ao esticamento.

Se a distancia entre dois pontos representa um erro na condição inicial, esse erro acaba ficando do tamanho do espaço todo, e perdemos o poder de previsão:



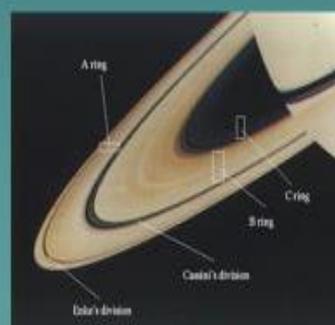
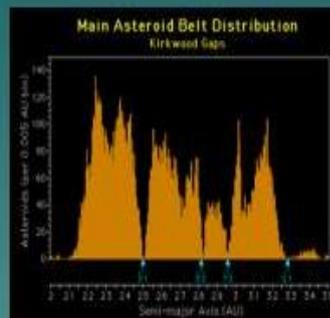
No caso da previsão do tempo, um erro de medida de 0.1 grau, por exemplo, no dia seguinte representa 0.5 grau e cinco dias depois 10 graus, perdendo totalmente o significado.

O processo de esticar e dobrar é o mecanismo fundamental da geração de caos.

## Exemplos de Sistemas com Movimento Caótico

### Problemas de três corpos

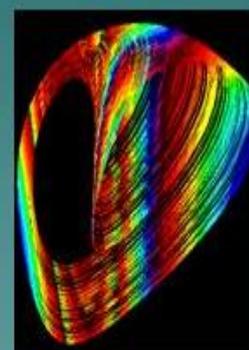
- ◆ Cinturão de asteróides entre Marte e Júpiter
- ◆ Anéis de Saturno



### Meteorologia: o atrator de Lorenz



### Ecologia: modelos predador-presa com 3 espécies

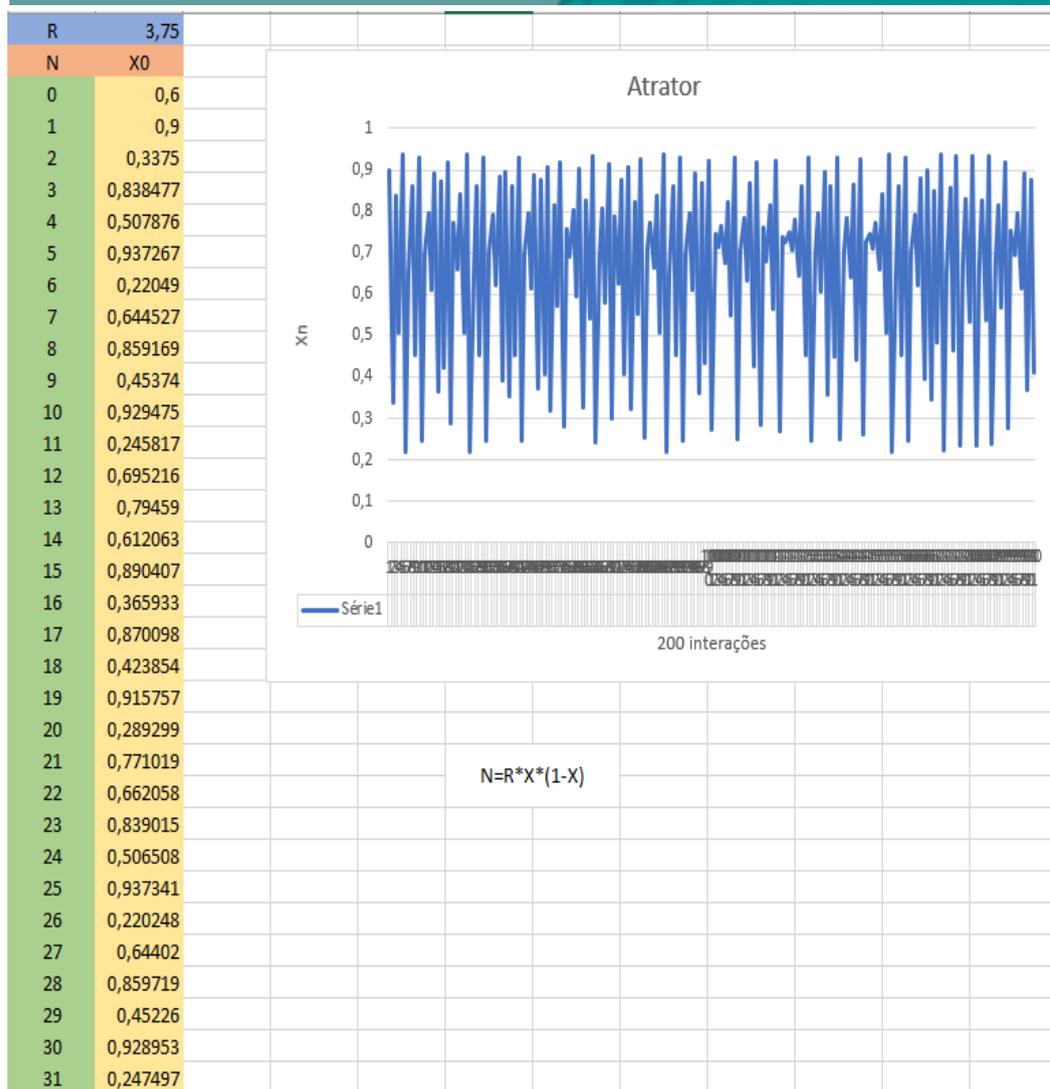


### OUTROS EXEMPLOS:

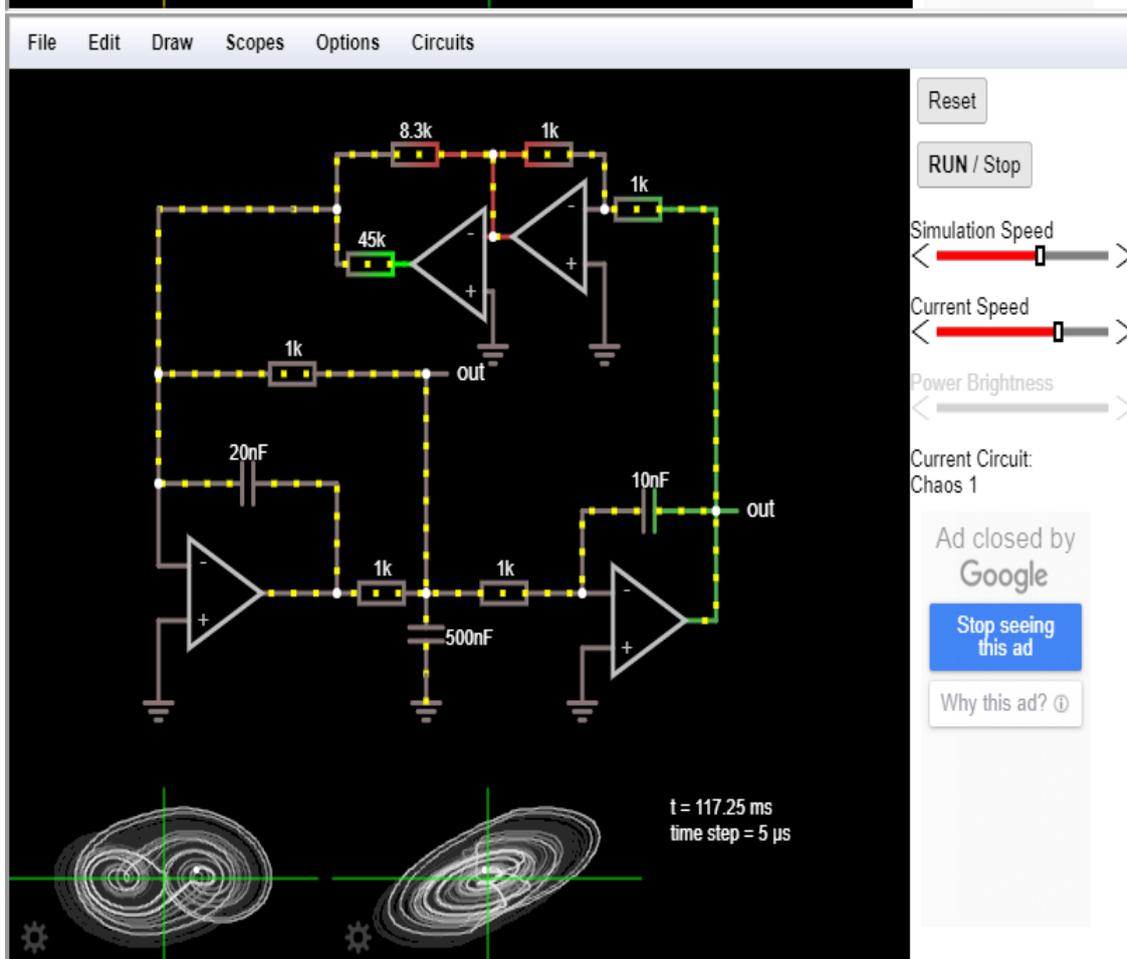
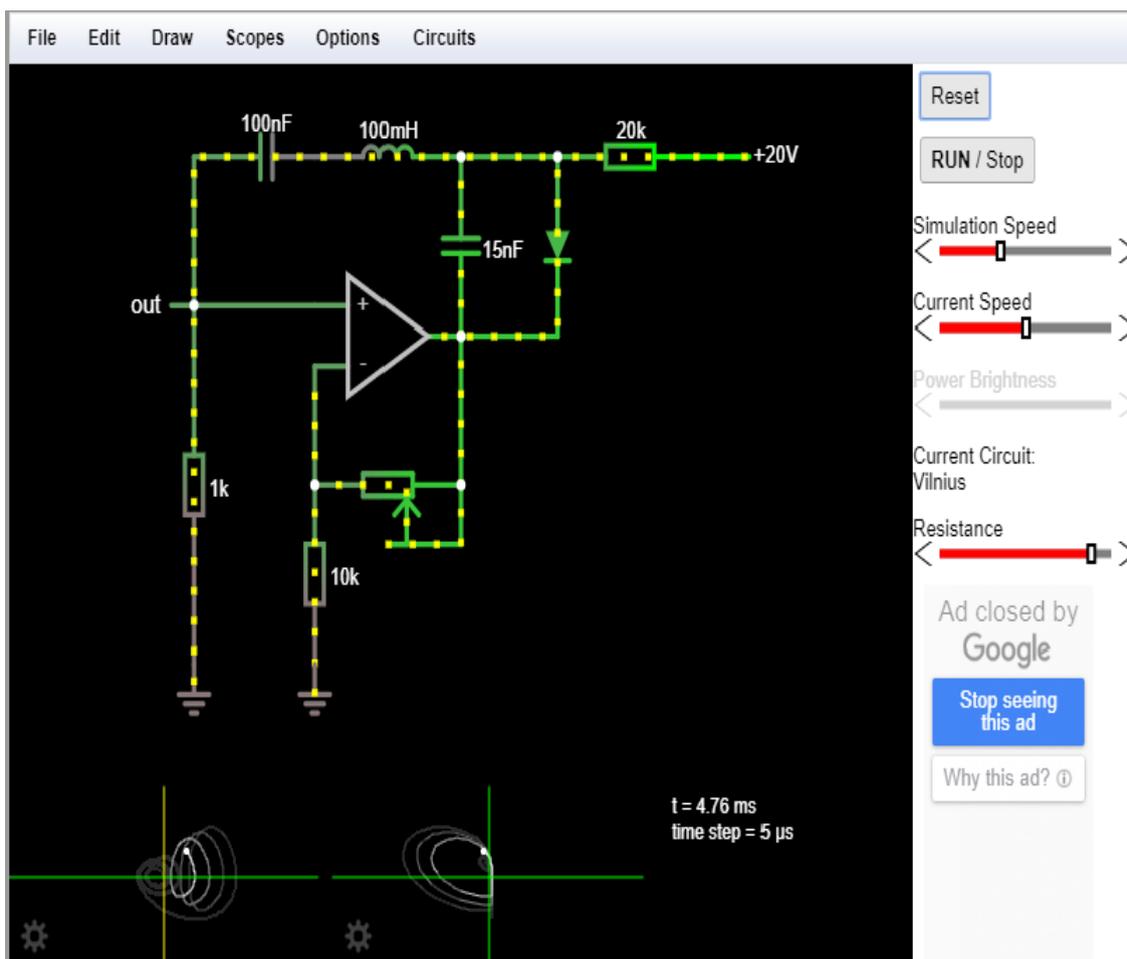
- Pêndulo duplo com hastes rígidas ou com molas
- Osciladores acoplados não-lineares (redes atômicas)
- Movimento de partículas em redes cristalinas
- Movimento de elétrons em algumas estruturas mesoscópicas
- Fluidos turbulentos

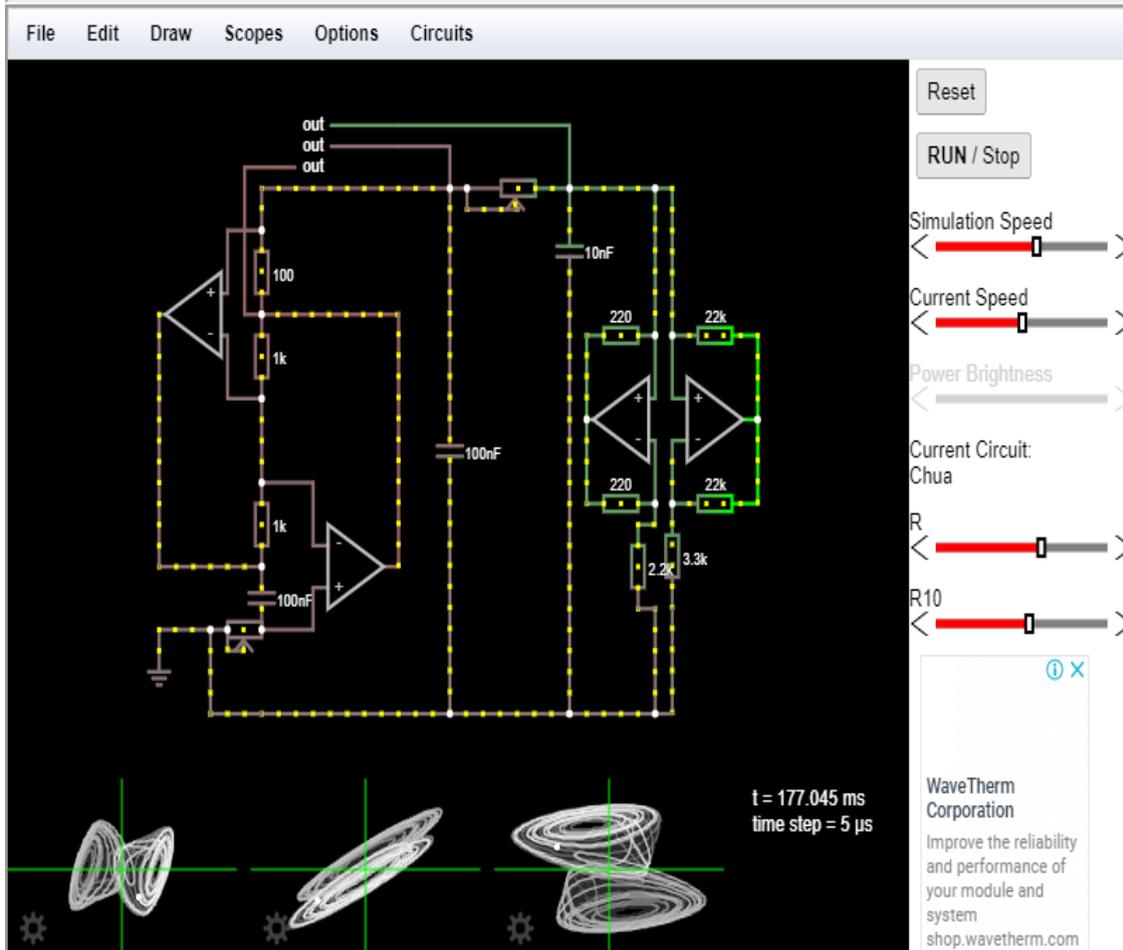
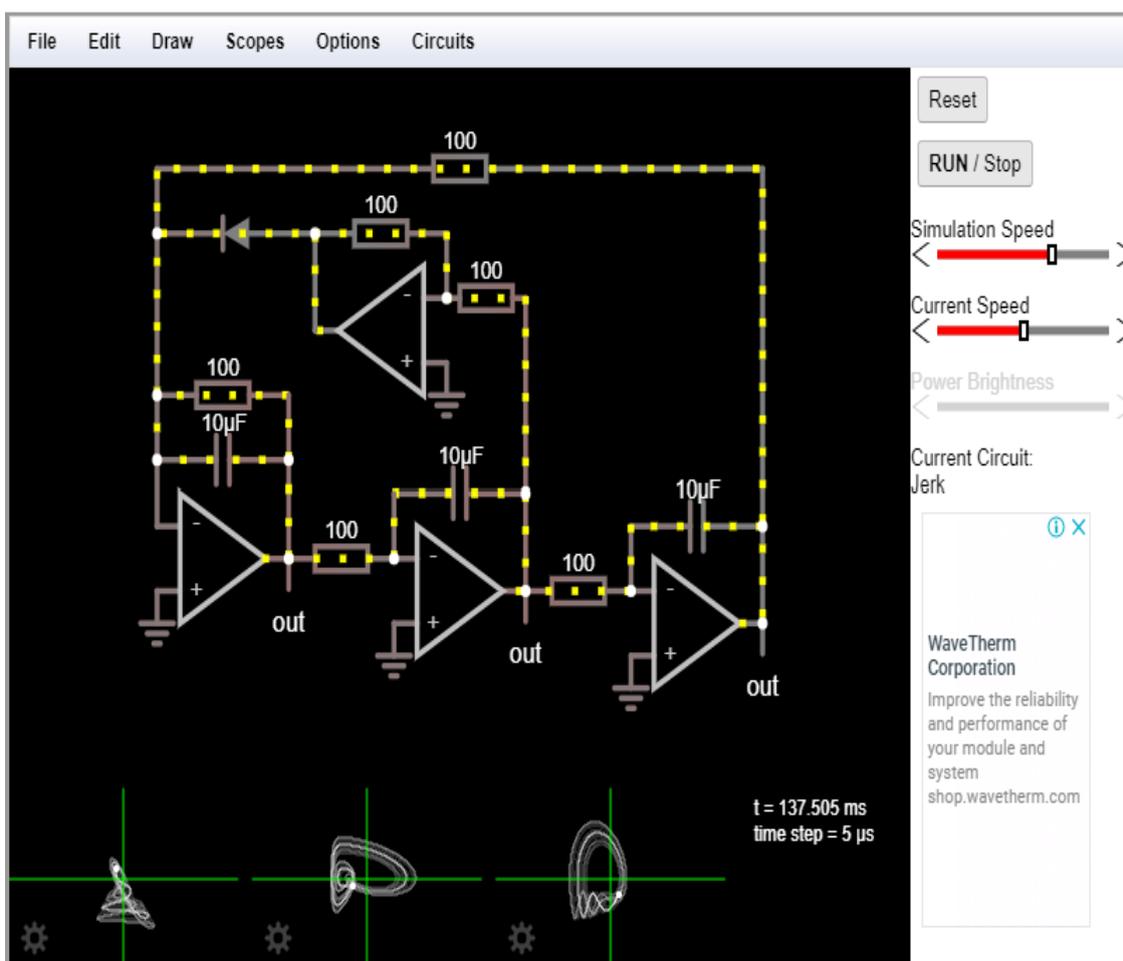
# Conclusões

- ◆ **Caos = sensibilidade a condições iniciais** (efeito borboleta). Apesar do determinismo das equações de movimento nosso poder de previsão é limitado.
- ◆ **Esticar e Dobrar** é o mecanismo dinâmico que produz caos (dinâmica do padeiro).



## SIMULAÇÕES FALSTAD





**RUBRICA DAS ATIVIDADES**

<b>Questões</b>	<b>Pontuação máxima/questão</b>	<b>Critérios utilizados para cada resposta</b>
1	1,0 ponto	Desenvolvimento parcial da questão (1,0 ponto);  Desenvolvimento parcial da questão (0,5 pontos)
2	1,0 ponto	Marcando as duas alternativas corretas (1,0 ponto);  Marcando apenas uma alternativa correta (0,5 pontos).
3	2,0 pontos	Assinalando a resposta correta (2,0 pontos);  Se a questão se encontrar com rasura de mais de uma resposta marcada, será considerada anulada.
4	3,0 pontos	Desenvolvimento integral da questão levando em consideração as características da Teoria do Caos e a compreensão de circuitos elétricos (3,0 pontos);  Desenvolvimento parcial da questão apenas descrevendo

		<p>o comportamento caótico (1,5 pontos);</p> <p>Desenvolvimento parcial descrevendo somente o caos (0,5 pontos).</p>
5	2,0 pontos	<p>Assinalando a resposta correta (2,0 pontos);</p> <p>Se a questão se encontrar com rasura de mais de uma resposta marcada, será considerada anulada.</p>
6	1,0 pontos	<p>Assinalando a resposta correta (1,0 ponto);</p> <p>Se a questão se encontrar com rasura de mais de uma resposta marcada, será considerada anulada.</p>

## Referências

BIGGS, J.; COLLIS, K. **Evaluating the quality of learning: the SOLO taxonomy**. New York: Academic Press, 1982.

BRUNER, JEROME S. **The Process of Education**, 1º ed. 1963.  
Chuacircuit. Disponível em: <http://www.chuacircuits.com/sim.php>  
Falstad. Disponível em: <https://falstad.com>

MARQUES, Ramiro. A pedagogia de Jerome Bruner. **Disponível em: < [http://www.eses.pt/usr/ramiro/docs/etica\\_pedagogia/A%20Pedagogia%20de%20JeromeBrune.pdf](http://www.eses.pt/usr/ramiro/docs/etica_pedagogia/A%20Pedagogia%20de%20JeromeBrune.pdf) > Acesso em 20/08/2017**, v. 20, 2002.

OSTERMANN, Fernanda; CAVALCANTI, CJ de H. Teorias de aprendizagem. **Porto Alegre: UFRGS**, 2010.

SÉRÉ, M. G., COELHO, S. M. NUNES, A. D. O papel da experimentação no Ensino a Física. Cad.Bras.Ens.Fís., v.20, n.1,2003.

Tinkercad. Disponível em: <https://www.tinkercad.com/things/7JUyJyInEF1>