



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DO AMAZONAS – IFAM
PRÓ-REITORIA DE ENSINO
COORDENAÇÃO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



THIAGO AUGUSTO DE SOUZA LACERDA

**PROPOSTA METODOLÓGICA PARA UMA ABORDAGEM SIGNIFICATIVA DA
FUNÇÃO QUADRÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.**

Manaus
2017

THIAGO AUGUSTO DE SOUZA LACERDA

**PROPOSTA METODOLÓGICA PARA UMA ABORDAGEM SIGNIFICATIVA DA
FUNÇÃO QUADRÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.**

Monografia apresentada à coordenação do curso de Licenciatura em Matemática do IFAM-CMC para obtenção de nota parcial para a conclusão de curso.

Orientador: Prof.º Me. João Cruz Neto.

Manaus
2017

Ficha Catalográfica
Márcia Auzier
CRB 11/597

L131p Lacerda, Thiago Augusto de Souza.

Proposta metodológica para uma abordagem significativa da função quadrática no 9º ano do ensino fundamental. / Thiago Augusto de Souza Lacerda. – Manaus: IFAM, 2017.

51 f.: il.; 30 cm.

Monografia (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas, 2017.

Orientador: Prof. Me. João Cruz Neto.

1. Matemática. 2. Matemática – estudo e ensino. 3. Aprendizagem. 4. Metodologia I. Cruz Neto, João (Orient.) II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas III. Título.

CDD 510

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Expedito Pinheiro Lacerda e Rozilene de Souza Lacerda.

À meus irmãos, Renato Augusto de Souza Lacerda e Adriane de Souza Lacerda.

Ao diretor administrativo da Escola Celus LTDA, senhor Nilo Sérgio Peçanha.

À diretora pedagógica da Escola Celus LTDA, senhora Sami Simões

À coordenadora pedagógica da Escola CELUS LTDA, Elaine Fontora.

AGRADECIMENTOS

A meu Deus Jeová, por ter me dado forças para completar minha missão dentro do âmbito universitário.

A minha querida professora Deuzilene Salazar pela paciência que teve comigo nessa minha caminhada acadêmica.

Ao professor Me. Benedito dos Santos Xavier por ser um dos modelos de responsabilidade para com a educação e organização para com a profissão docente.

Aos professores Janary, Soraya, Dorian que me acompanharam nessa trajetória desde o meu Ensino Médio.

A todos meus professores que acompanharam e apoiaram minha trajetória acadêmica.

Aos meus verdadeiros amigos, que sempre estiveram ao meu lado, acompanhando e proporcionando um laço de confiança em minha capacidade na área docente.

Ao professor Me. João Cruz Neto e à professora Me. Andreia Oliveira por me acompanharem em muitos momentos neste curso e por todas as contribuições a este trabalho.

Se você tem um filho bom em matemática e ruim em história, você tem que contratar um professor particular para ele de... matemática. Para ele ser o melhor da escola.

(WALDEZ LUDVIC, 2007)

LACERDA, T.A. **Proposta de Metodologia para Abordagem Significativa do Conteúdo Matemático: Função Quadrática para o 9° ano do Ensino Fundamental**. Manaus: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Amazonas, campus Manaus Centro-IFAM-CMC, 2015.

RESUMO

Este trabalho aborda uma proposta de metodologia com o intuito de que o conteúdo Função Quadrática seja trabalhado de forma significativa. Mostra também que um professor de matemática que deseja seguir tal proposta deve estar disposto a se envolver em pesquisas voltadas para a área da prática pedagógica relacionadas com o conteúdo com o qual pretende trabalhar. E que essas pesquisas farão com que o docente adquira para si referenciais teóricos que o ajudarão a melhorar a sua prática pedagógica. Aborda como o conteúdo segue um processo antes do seu aparecimento para estudo. Mostra que o professor precisa estudar as características do seu público alvo antes da apresentação do contexto apropriado para a apresentação das funções quadráticas. E é a partir desse contexto que será feita uma análise associativa para, então, ser trabalhado o conteúdo desejado. Assim, visto que a matemática é uma linguagem técnica, o trabalho em questão aborda como se pode fazer uma transição do contexto para o conteúdo tornando isso algo significativo na vida dos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: metodologia, Funções Quadráticas, prática pedagógica, linguagem técnica.

LACERDA, T.A. **Proposal of Methodology for Significant Approach to Math Content: Quadratic Function for the 9th Grade of Elementary School.** Manaus: Federal Institute of Education, Science and Technology of Amazonas, Manaus campus center-IFAM-CMC, 2015.

ABSTRACT

This work approaches a proposal of methodology with the intention to work the quadratic function content in a significant way. It also shows that a mathematics teacher who wants follow this proposal should be in disposition to involves himself into the area of pedagogical practice related to the content that wants to teach. These researches will make the teacher have theoretical references that will help its in the pedagogical practice. It shows how the content follows a process prior to its appearance for study. It shows that the teacher needs to study the characteristics of his audience before present the appropriate context to approaches quadratic functions. And it is from this context that will make an associative analysis to work the desired content. Then, considering mathematics as technical language, this work approaches how can make a transition from context to content making this a significant thing in students lives.

KEY WORDS: methodology, quadratic functions, educational practice, terminology.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
REFERENCIAL TEÓRICO.....	11
1.1 MATEMÁTICA COMO LINGUAGEM.	11
1.2 CONTEXTUALIZAÇÃO DE CONTEÚDO.....	13
1.3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO PARTE DA METODOLOGIA.....	18
1.4 O PROFESSOR PESQUISADOR/ORIENTADOR	19
2. PROPOSTA DE METODOLOGIA.....	24
2.1 PLANO DE ENSINO.	24
Competências e habilidades (Ensino Fundamental – 9º ano) – Segundo.....	24
Habilidades Comuns	25
Corpo da Metodologia	26
Estabelecimento das Técnicas.....	26
2.2 IDEIA PARA A ABORDAGEM DO CONTEXTO	26
2.3 TRABALHANDO FUNÇÕES QUADRÁTICAS	27
2.4 TRANSIÇÃO CONTEXTO PARA O CONTEÚDO: LINGUAGENS TÉCNICAS.....	31
2.5 TRANSIÇÃO CONTEXTO PARA CONTEÚDO: APLICAÇÃO DA TÉCNICA.	34
Exemplo do Basquete	39
Teste de Matemática.....	43
9. RESULTADOS DA APLICAÇÃO DA METODOLOGIA	43
CONCLUSÕES	46
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49
Anexos	50

INTRODUÇÃO

O contexto da matemática é o universo. É impossível pensar no mundo sem cálculos básicos ou até mesmo avançados. Cálculos *naturalmente* são usados nas noções de probabilidades, previsões, ou até mesmo em intuições. E a sincronia entre os padrões dessa *linguagem* é essencial para o desenvolvimento de uma sociedade.

É importante mencionar que a matemática é considerada por muitos como uma das áreas mais complexas. Muitos dos pais chegam a falar que, se seu filho não é bom em matemática, então ele não é um bom aluno. E, ainda, acontece de alunos não desenvolverem um bom rendimento nas notas avaliativas apresentadas nos boletins se tratando dessa disciplina curricular. Alguns até dominam a tão tabuada, mas, quando se deparam com uma avaliação escrita ou um exercício considerado simples demonstram déficits na apresentação dos resultados e soluções.

Alunos usam frases, tais como: “Onde eu vou usar isso na minha vida?” ou “Lá vem aquele professor chato com sua matéria chata” ou “Ainda bem que eu vou fazer medicina e não vou precisar usar matemática na minha vida”. Há alunos considerados os mais ‘fracos das turmas’ que olham para os colegas que entendem os conteúdos ou, apresentam ótimo rendimento nas avaliações, como mais aptos e inteligentes. Existem alunos que preferem não prestar atenção às aulas devido a gama de informações disponíveis na internet por meio de vídeo aulas e outros materiais digitais. Outros casos que podem ser mencionados são alunos que extraordinariamente conseguem reproduzir fórmulas inteiras por algum tipo de método de memorização.

Algo que ainda é propagado no âmbito escolar é a ideia de que, se o aluno não está compreendendo o assunto no momento da explicação do professor, é porque o mesmo não está estudando, ou ele pode ser classificado como indolente e que não quer se esforçar. É importante ressaltar que essas explicações podem estar carregadas de abstrações e ideias puramente técnicas, as quais não fazem sentido algum para o aluno. E pode ser descrito um fenômeno curioso onde, mesmo o aluno falando o mesmo idioma que o professor, nesse caso a língua portuguesa, ele não consegue adquirir a compreensão da linguagem técnica necessária para estudo, a matemática. Isso pode resultar em que grande parte dos discentes venha a se tornar analfabetos funcionais em matemática.

O conteúdo Funções Quadráticas por si só já é uma área da matemática que exige habilidades prévias para o desenvolvimento dos cálculos. Esses cálculos incluem as noções e domínios dos cálculos envolvendo equações de 2º grau e o reflexo em construção de gráficos. Gráficos remontam sempre uma espécie de movimento. E o estudo apresentado neste trabalho analisa as funções quadráticas a partir de situações envolvendo aviões que evitam um acidente aérea em pleno ar, o lançamento de uma bola de basquete e de futebol, os movimentos parabólicos realizados por alguns elementos de jogos eletrônicos e a bomba de canhão. O software GeoGebra Online ajuda na análise dos gráficos. Seu uso pode enriquecer bastante o desenvolvimento do conceito de movimento a partir de gráfico de funções quadráticas. E essa abordagem podem tornar o conteúdo algo com um grande significado na vida de quem o vai receber.

REFERENCIAL TEÓRICO.

1.1 MATEMÁTICA COMO LINGUAGEM.

A matemática deve ser trabalhada como linguagem. Similar à língua materna de um grupo ou sociedade, essa linguagem também passa por seus processos de transição para uma parcial ou completa compreensão, i.e., *da ideia para o código*. Isso é indispensável para a aprendizagem de qualquer idioma, inclusive a língua comumente falada no ambiente no qual a pessoa nasce e se desenvolve.

Ninguém nasce em um ambiente escolar, sentado em uma cadeira, segurando um lápis ou caneta ouvindo um professor explicar as regras da língua para, depois, sair da sala de aula e começar a falar. O *processo* se estrutura da seguinte forma: primeiro o indivíduo aprende a se comunicar, mesmo que errando e se contradizendo, e, a partir do momento que o indivíduo consegue fazer essa comunicação surge a necessidade de uma organização de pensamentos, estrutura gramatical e aperfeiçoamento do idioma. É interessante que Fayol aborda o seguinte em seu livro *Numeramento*:

“Eficiência dos códigos depende da coordenação que eles permitem entre as representações externas perceptíveis por nossos sentidos e manipuláveis e as representações e procedimentos internos geridos na memória, seja a de longo prazo ou a de trabalho. Quanto mais informações tiverem de ser recuperadas e processadas na memória, mais difícil será a tarefa. Reciprocamente, quanto mais disponível for o código externo, mais fácil será o manuseio.” (FAYOL, 2012, p. 22)

Mas antes da transformação da língua em código deve-se levar em consideração que os alunos já vêm de um ambiente que possui uma linguagem natural usada por eles, por seus amigos e família. É importantíssimo dar a devida atenção a esse fato para que o professor não ataque de maneira *bruta* uma cultura pertencente ao aluno, criada externa à escola. Na verdade, o ambiente escolar deve proporcionar a construção do conhecimento tomando esse aspecto como base.

Isso significa que os alunos já têm um conhecimento prévio de conteúdos matemáticos, embora de maneira empírica. Ao professor cabe o papel de pesquisar meios de como fazer a transição entre a realidade vivida pelos alunos e a linguagem matemática que pode ser trabalhada em cima desse contexto. Machado aborda ainda que:

“Quando a aprendizagem da matemática é concebida como a construção de um sistema de representação da realidade, [ela] passa a transcender o âmbito da escrita, caracterizando-se como um instrumento para o mapeamento da realidade.” (MACHADO, 1998, p.165)

Ninguém nasce falando um idioma. Primeiramente, uma pessoa se acostuma a ouvir a língua do ambiente no qual se encontra. Depois de uma customização (ou ambientalização) é que o indivíduo tem suas primeiras noções de comunicação. Daí, ele passa a tentar transmitir as ideias que se deseja com alguém que já domina a forma de comunicação do local, mesmo que essa interação seja feita de maneira errada ou trocando as ordens das palavras. Tem que ter espaço para o erro no processo de aprendizagem.

“A criança já chega à escola utilizando consistentemente a Língua em sua forma oral; a alfabetização que se segue consiste na aprendizagem da escrita. Tal aprendizagem pode ser concebida como uma simples aquisição de um código de transcrição das unidades sonoras, ou então como a construção de um sistema de representação da realidade. ” (MACHADO, 1998, p.163)

Esse processo de aprendizagem da linguagem pode até mesmo gerar algumas incoerências no momento da transmissão das ideias como, por exemplo: usar em um contexto de presente uma noção de pretérito, confundindo nomes ou símbolos já pré-fixados em sua mente. Depois de se passar por todas essas experiências é que o indivíduo entra em uma escola e tem o primeiro contato acadêmico com a parte estrutural do idioma.

Daí então, a escola passa a ter o papel de mostrar como essa estrutura, que a criança está desenvolvendo em sua mente, necessita obedecer a regras para se adquirir um raciocínio lógico mais técnico. A matemática, como a representação de um contexto em um código segue algumas etapas para a sua construção que segundo Fayol (1947) “implica diferentes dimensões: codificar, transformar em representações internas, comparar, calcular, transcrever”.

Esse procedimento exige todo um estudo voltado para como o cérebro recebe as informações e as transformam em conhecimento. O livro intitulado *Use sua Mente*, de BUZAN, mostra que:

“Cada informação que entra em seu cérebro pode ser representada como uma esfera central, da qual irradiam dezenas, centenas, milhares, milhões de ganchos, onde cada gancho representa uma associação, e cada associação tem o próprio número finito de conexões. O número de associações que você já usou é sua memória.” (BUZAN, 2011, p. 21)

A matemática sendo trabalhada como linguagem exige uma adaptação para lidar com sua estrutura. Quando essa ciência é trabalhada como uma *nova* linguagem no ambiente escolar, e não como uma simples matéria, pode se perceber claramente o contexto social no qual ela é aplicada, as suas regras e suas codificações, bem como as exceções presentes em sua estrutura.

1.2 CONTEXTUALIZAÇÃO DE CONTEÚDO

A contextualização de funções quadráticas com a situação dos aviões apresentada nessa metodologia evitando um choque e pleno ar vem para mostrar que os conteúdos de uma disciplina curricular não estão estagnados e nem existem de maneira isolada. Esses conteúdos estão presentes em algum contexto do indivíduo, seja ele o professor ou o aluno. E pode se notar a expansão das muitas informações conflitantes provindas do desenvolvimento rápido da tecnologia, que proporcionam um fácil acesso às ideias espalhadas pelos meios de comunicação. Um dos problemas do fácil acesso às tecnologias e informações é que quem está fazendo uso desses materiais, na maioria das vezes, o fazem de maneira desorientada. Mas, ainda assim, é o contexto no qual está vivendo o indivíduo.

A falta de contextualização no processo de ensino e aprendizagem mostra que o conteúdo dado apenas com o objetivo de completar uma burocracia pedagógica é trabalho desperdiçado. E isso pode resultar em que nem o aluno vai entender o que for proposto, nem o professor verá que seu trabalho foi bom. O professor tem a obrigação de mostrar ao aluno qual é o sentido do conteúdo que está sendo abordado em sala de aula, antes mesmo de começar a fazer os primeiros procedimentos estruturais de cálculos. E o contexto é a prévia para que isso ocorra, sendo ele de extrema importância para a direção que a aula irá seguir. O conteúdo deve ser uma consequência de uma boa abordagem contextualizada.

“Os conteúdos curriculares que compõem a parte diversificada do currículo serão definidos pelos sistemas de ensino e pelas escolas, de modo a complementar e enriquecer o currículo, assegurando a contextualização dos conhecimentos escolares em face das diferentes realidades.” (Base documental para adequação do projeto político pedagógico, p.2).

Não existe uma forma de se fazer uma boa abordagem contextualizada de funções quadráticas se não houver empenho por parte do docente em se lançar como um professor pesquisador. Devendo agir de maneira ativa nesse sentido, pois existem várias pesquisas feitas por profissionais da área da educação que mencionam a respeito de metodologias que possam auxiliar os professores que estejam dispostos a melhorar suas práticas pedagógicas. Cabe ao docente deixar sua zona de passividade e agir mais ativamente. Isso irá refletir em sua prática em sala de aula, pois:

“Com o hábito de contextualizar, é possível transmitir uma ideia e até perceber a sua captação por meio do olhar dos interlocutores. E é por intermédio desta convergência de olhares que, durante a contextualização, podemos dar as mãos aos nossos alunos e caminhar com eles.” (TUFANO; FAZENDA, 2001. p.41)

O seguinte exemplo mostra uma situação de como o código ou linguagem se desenvolve na cabeça de um indivíduo. Pode-se supor uma criança passando por um lugar já conhecido por ela, avista uma placa de anúncio e simplesmente fala: “Mãe! Ali está escrito Coca-cola.” A mãe surpresa começa a pensar que sua filha tem apenas dois anos e meio. Ela, como a maioria das crianças, ainda não sabe ler nem escrever direito. Mas, por que essa situação ocorre com as crianças? O motivo pode ser denominado como *capacidade de se fazer associações*. Todos nós somos dotados dessa capacidade.

A criança não sabe decifrar os símbolos representados por C-O-C-A-C-O-L-A, mas ela com certeza já viu sua família reunida (pode ter sido em um almoço, por exemplo) tomando essa bebida. Ou, pode ser comum ela estar convivendo em situações nas quais a aparição desse refrigerante é algo rotineiro. Logo, ela tem a capacidade de associar a ideia do código *Coca-cola* com o contexto social no qual ela vive. Isso prova que as experiências sociais que os alunos estão inseridos são indispensáveis para se iniciar a abordagem de um conteúdo em sala de aula.

Assim, pode-se notar logicamente que não se consegue inicializar uma aula partindo do conteúdo puro. Pode ser muito arriscado desenvolver uma técnica sem um campo para aplicá-la. Beethoven não aprenderia tocar piano se ele não tivesse

um piano. Ele poderia aprender tudo sobre partituras, escrever combinações de notas e acordes, mas se esses continuassem apenas como teoria de nada valeriam. Beethoven pôde *desenvolver* suas experiências em um contexto chamado piano, aprimorando suas técnicas sobre construção musical. E com certeza ele teve a oportunidade de errar várias vezes enquanto *treinava*. De suas práticas no instrumento ele com certeza aprendeu várias *alternativas* às ideias que haviam sido apresentadas a ele por outros pianistas. E ele acabou investindo no campo da música, pois ele já havia desenvolvido essa aptidão. A contextualização no ensino possibilita uma análise mais ampla das diversas características que os alunos podem apresentar, porque:

“Contextualizando tentamos colocar algo em sintonia com o tempo e com o mundo construímos bases sólidas para poder dissertar livremente sobre algo, preparamos o solo para criar um ambiente favorável, amigável e acolhedor para a construção do conhecimento. ” (TUFANO; FAZENDA, 2001. p.41)

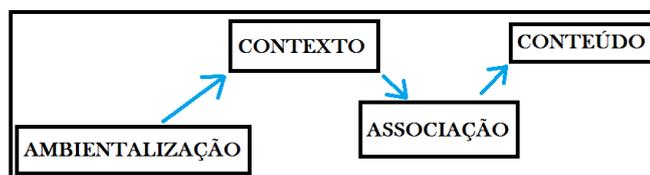
Será que os alunos estão tendo a oportunidade de exporem e explorarem suas aptidões? Será que eles estão sendo incentivados a seguirem o que *fazem de melhor*? Uma aula contextualizada dá essa oportunidade a eles. Porque eles aprendem a desenvolver as habilidades comuns a ponto de transformá-las em competências. Cada aluno desenvolve competências diferentes. Pois, todos possuem aptidões em campos distintos. E, ainda, o PCN mostra que:

“Ao ensino de Matemática cabe fornecer os mesmos instrumentos de aprendizagem e de desenvolvimento de aptidões a todos, valorizando a igualdade de oportunidades sociais. ” (PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, 1998, p. 27)

Deve-se levar em consideração que não é o conteúdo que gera o contexto, mas sim o contexto que gera uma gama de conteúdos que podem ser divididos em várias matérias específicas. É assim que estão divididas as disciplinas curriculares nas escolas do Brasil. No entanto, deve-se ter cuidado no momento em que se estiver preparando uma aula contextualizada, pois, como afirma TUFANO:

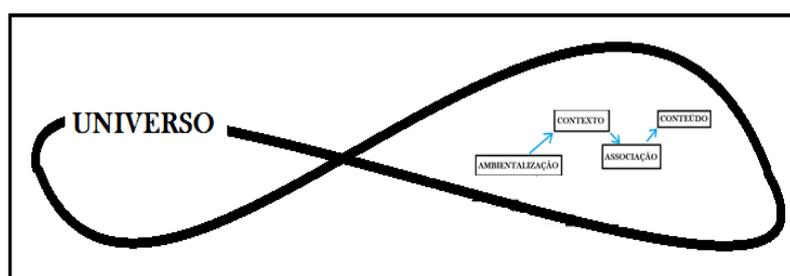
“A contextualização é um ato muito particular e delicado. Cada autor, escritor, pesquisador ou professor contextualiza de acordo com suas origens, com suas raízes, com o seu modo de ver e enxergar as coisas, com muita prudência, sem exagerar. ” (TUFANO; FAZENDA, 2001, p. 41)

O seguinte esquema mostra como ocorre o processo para se abordar um conteúdo que será trabalhado em sala de aula e fora dela.



É digno de nota que a *ambientalização* é o momento no qual o professor verifica o contexto no qual os alunos estão inseridos. Ele não deve fazer algo absurdo, fora do contexto real dos alunos. Ele deve mostrar que o ambiente no qual eles *interagem* com outros seres pode se tornar um *objeto de estudo*, algo que pode ser *interessante* ser analisado.

Todas as ciências estão classificadas e estruturadas de acordo com suas abordagens, sendo algumas delas: língua portuguesa, matemática, história, geografia, artes, biologia, química, entre outras. Mas todas elas fazem parte de um contexto maior e que é muito mais complexo. Esse contexto é o *universo* no qual vivemos. As disciplinas apenas estão divididas para uma apresentação mais organizada quando dispostas para os alunos. O *conteúdo* é uma linguagem que, quando estudado, deve proporcionar ao aluno a oportunidade de fazer a análise do significado que tem em sua vida



Aparece aqui novamente a ideia de aptidão, podendo ser analisado como, se o conjunto completo de ciências está dividido em disciplinas curriculares, isso significa que a mente dos alunos, no ambiente escolar, também está. Assim, como proposta do sistema educacional atual, pode-se notar que os alunos têm de adaptar seus pensamentos em um curto período de tempo a fim de dominar todos os assuntos que lhes serão apresentados. Essa divisão de matérias deve ser uma oportunidade para cada aluno verificar qual a inclinação ele pode ter em sua vida.

Cada indivíduo apresentará uma aptidão para uma área específica. Portanto, nem todos os alunos irão conseguir dominar plenamente a matemática. Alguns vão

conseguir uma evolução mais que destacada nessa matéria, enquanto outros vão ficar no que é considerado *apenas o básico*. Outros ainda vão dominar momentaneamente o que foi abordado. E isso pode ser visto quando se observa os alunos que estão saindo do ensino médio e têm de escolher uma área a seguir na faculdade. Ainda outros nem sequer cursam um ensino superior, mas conseguem desenvolver uma vida muito bem organizada. O papel da escola é dar oportunidades para o desenvolvimento pessoal e social do indivíduo.

Ainda é importantíssimo abordar alguns fatores que venham a afetar o desenvolvimento de grupos de indivíduos na área de matemática. Estão entre eles alunos que possuem transtorno de déficits de atenção com hiperatividade (TDAH). Alguns indivíduos que são afetados diretamente pela depressão infantil tão comum hoje onde a maioria dos tutores passam muito tempo longe de casa, no trabalho ou realizando outras atividades. E também alunos que possuem certas síndromes, como é o caso da síndrome de Asperger, que mesmo sendo uma síndrome de aspecto autista, acaba se caracterizando pelo desinteresse de interação social, porém, o interesse e desenvolvimento em comportamentos repetitivos. E também os problemas provenientes da dislexia, dislalia, disgrafia e discalculia que afetam diretamente os aspectos da fala, escrita e convívio social do indivíduo.

Na proposta da metodologia apresentada neste trabalho é elaborado um *teste* como *uma* ferramenta de avaliação. Mas outras formas de avaliação também são consideradas de extrema importância. Essas avaliações podem ser feitas da forma de trabalhos coletivos, desenvoltura/habilidades com softwares matemáticos e elaboração de estratégias com o uso da calculadora. Todas elas apresentam grande importância no processo de desenvolvimento do conteúdo pelo aluno.

Algo que deve ser importantíssimo a ser abordado é que, antes de se pensar em elaborar uma estratégia para a apresentação de um conteúdo, o professor tem por obrigação dominar plenamente sua área de atuação. O conteúdo é de extrema importância. Além disso, deve estar disposto a raciocinar, ter uma disciplina interna, mesmo que mínima e cooperar com o professor para elaborar estratégias e alternativas para solucionar problemas, usando o conteúdo aprendido como uma ferramenta de auxílio. Ao professor cabe a responsabilidade de organizar estratégias para atrair os alunos ao raciocínio. Essa interação e colaboração de ambas as partes pode ser resultado de uma boa contextualização na abordagem de temas diferenciados em sala de aula.

1.3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO PARTE DA METODOLOGIA

Quando grande parte da turma já se acostuma com a abordagem do conteúdo em questão, isso é o ponto chave para o professor desenvolver a resolução de problemas como âncora para a aprendizagem tanto individual como coletiva. A introdução para o desenvolvimento da resolução de problemas em um ambiente escolar parte da capacidade de se fazer associações. E os alunos devem ser incentivados a fazer esse exercício mental. Perguntas tais como “onde mais podemos ver esse tipo situação acontecendo?”, “vocês já viram algumas vez algo semelhante a esse gráfico que nós apresentamos em algum outro lugar?” ou “será que essa é a única maneira de se resolver contas que apresentam essas características? De qual outra maneira você resolveria?”. As respostas a essas perguntas podem ser passadas como trabalhos individuais ou em equipes para ativar nos alunos a capacidade de fazer associações.

A partir do momento que o aluno é incentivado a buscar informações a respeito de um assunto do qual ele já está familiarizado, as associações vão surgindo de maneira natural. Nesse caso o professor deve orientar os alunos de como eles podem fazer suas pesquisas, de modo coerente com a proposta apresentada. E isso exige um tempo de preparo por parte do docente. E inclusive, essas pesquisas poderão ser base para o desenvolvimento de problemas a serem analisados em sala de aula futuramente. Isso porque os alunos já estarão familiarizados com várias situações, pois *eles mesmos* pesquisaram.

Isso evita que os alunos fiquem se perguntando ‘onde eu vou aplicar isso na minha vida?’ porque ele mesmo irá buscar as suas outras aplicações. Mesmo que os alunos ainda não tenham dominado totalmente o conteúdo, eles têm um motivo muito grande para se dedicarem a tentar aprender esse conteúdo. Eles passam agora para um estágio classificado como *aluno ativo*, onde *ele* tem que buscar suas alternativas. A resolução de problemas dá oportunidade para que o aluno desenvolva uma independência intelectual e apresente suas aptidões.

O objetivo do professor é atingir a grande maioria da sala com o conteúdo em questão. E os alunos tem que ter a oportunidade de buscar como eles podem encontrar uma maneira de resolver as situações que lhe forem apresentadas. Assim

“Se ele [o professor] desafia a curiosidade dos alunos, apresentando problemas compatíveis com o conhecimento destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá inculcar-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo.” (POLYA, 1978, p. v Prefácio à primeira tiragem)

A resolução deve ser um processo contínuo e espontâneo. Os alunos devem estar em um ambiente que lhes proporcionem liberdade para exporem suas ideias e técnicas e um ambiente onde eles possam ter acesso a tecnologias que auxiliem os seus cálculos, como a calculadora e a internet (quando isso for possível). Eles devem ser incentivados pelo professor a buscar como outras pessoas em várias partes do mundo desenvolvem o conteúdo apresentados a eles. E, se for possível, compararem várias maneiras de trabalhar as técnicas de determinado conteúdo com outros professores ou com seus colegas, e se essas maneiras são mais complicadas ou não quando comparadas com a técnica apresentada por seu próprio professor.

E é claro que o professor deve desenvolver métodos e técnicas alternativas para mostrar para os alunos que há saídas diferentes para resolver contas e problemas. O trabalho em equipe deve ser elaborado de tal maneira que os alunos tenham a oportunidade de mostrar para a classe e para o professor que existem outras técnicas que podem ser aplicadas em cima do conteúdo. Nesse caso, quando o professor dá autonomia para o aluno se identificar com o conteúdo ele vai elaborar estratégias para resolver situações, não importa como. Mas se caso o aluno não consiga apresentar certo progresso, Polya mostra que:

“O melhor é, porém, ajudar o estudante com naturalidade. O professor deve se colocar no lugar do aluno, perceber o ponto de vista deste, procurar compreender o que se passa em sua cabeça e fazer uma pergunta ou indicar um passo que poderia ter ocorrido ao próprio estudante.” (POLYA, 1978, p. 1)

A questão que surge aqui é: e se a maneira que o aluno desenvolveu apresentar *erro* nas suas respostas? Não importa se as respostas estiverem erradas depois de todo esse processo. Estando certo ou errado, é resposta. O papel do professor é pesquisar onde está o erro. Ele deve se colocar no seu papel como pesquisador/orientador.

1.4 O PROFESSOR PESQUISADOR/ORIENTADOR

O professor, acima de tudo é um pesquisador, e, nesse caso, ele tem a obrigação de procurar descobrir porque seu aluno está errando, isto é, ele vai dá chance para o aluno mostrar a sua fragilidade. E como ficam os alunos que já

conseguiram ter certo domínio do conteúdo? Bem, esses alunos precisam apenas ser incentivados a continuar progredindo.

Seguindo a regra básica de que quando se ensina fixa o conhecimento e aprimoram-se as técnicas, os alunos com mais aptidão no conteúdo podem ser direcionados pelo docente para auxiliarem os que apresentam dificuldades no conteúdo. O professor irá auxiliar essas atividades intervindo sempre que preciso.

É claro que não se pode esperar que toda a sala venha a ter, num total, resultados *positivos*. Para a educação não existe receita. Assim, a metodologia que está sendo proposta é apenas *um* dos possíveis caminhos para que os professores possam tomar como direção para iniciarem suas pesquisas a serem aplicadas em suas aulas. E essas práticas devem estimular nos alunos a capacidade de dialogar para solucionar situações, i.e., algo que vai além do conteúdo. Fazendo referência a isso o livro Pesquisa em Sala de Aula: Tendências para a Educação em Novos Tempos destaca o seguinte:

“Falando a respeito da situação atual da educação, vivemos uma era em que a escola não mais se justifica pela simples apresentação de conteúdos, muitas vezes obsoletos e ultrapassados. É necessário que ela estimule a aquisição, a geração e a difusão do conhecimento”. (MORAIS; LIMA, 2004, p. 190)

Alguns fatores podem influenciar para que os alunos não venham a dominar o conteúdo apresentado. Entre eles estão situações como o estresse do dia a dia, a questão salarial dos docentes, problemas pessoais dos alunos e dos professores. É praticamente impossível um professor conseguir atingir toda uma classe composta de 30 a 60 alunos de maneira completa. Em algumas escolas esse número é até mesmo algo desumano. Apenas um docente não tem condições de dividir sua atenção para uma quantidade tão grande de alunos.

A escola primariamente deve ter como objetivo ativar o espírito de pesquisa no aluno. O aluno que vê seu professor pesquisando desenvolve a ânsia pela pesquisa. E, conseqüentemente, esse indivíduo desenvolve métodos. Quando mencionado indivíduo faz-se referência ao professor e ao aluno. Pois ambos têm a capacidade de desenvolver métodos, i.e., desenvolverem suas próprias técnicas metodológicas e, como consequência, desenvolverem uma aprendizagem. Quem pesquisa aprende porque sai de uma zona passiva, onde apenas *recebe um conhecimento*, e transita para uma postura ativa, onde *produz conhecimento*. Logo,

o indivíduo que se diferencia é o ser que vive de pesquisa, seja ele professor ou aluno.

A pesquisa gera argumentos embasados. O indivíduo que a exerce irá chegar a um ponto de influenciar os demais ao seu redor com as ideias produzidas através da pesquisa feita. O mais importante após isso é a possibilidade de novos horizontes, que significa não fechar a mente apenas para as ideias produzidas até certo clímax. A pesquisa deve ser infinita, geradora de novas ideias. Mas:

“Para que haja pesquisa, é necessário que a prática se fundamente numa teoria, que, por sua vez, poderá ser modificada ou aprimorada a partir dos resultados dessa prática, dando condições para mais pesquisa.”
(MORAIS; LIMA, 2004, p. 190)

É indispensável ao docente tomar a iniciativa em empenhar-se em pesquisas para uma melhoria significativa da sua prática pedagógica. Nota-se que a mente da maioria dos alunos veem o espaço da sala de aula como apenas um período do seu dia. Um professor que pesquisa constantemente reflete isso não só no ambiente escolar, mas também em outros campos de sua vida. Vivemos em um cenário onde a maioria dos professores não demonstra esse interesse em elaborar uma pesquisa. São poucos os que se destacam no campo da busca por soluções em como melhorar suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Uma metodologia não deve ser construída baseada no achismo. O docente deve tomar uma postura de ser pesquisador e elaborar uma metodologia embasada em um referencial teórico. Uma sugestão é que se utilize mais de um referencial pensando nas adaptações que essa metodologia possa vir a receber no decorrer do processo de apresentação. O professor é o especialista, logo, ele não pode apresentar um trabalho qualquer para seu público (a classe, nesse caso). Ele deve manter uma postura ativa e buscar estudos já elaborados a respeito das situações que pode vir a enfrentar em sala de aula, e em relação ao conteúdo que ele quer apresentar.

A teoria tornará a prática do docente pesquisador ativo algo significativo. Ele conseguirá observar a grandiosidade que é poder aplicar uma metodologia embasada teoricamente. Podendo, assim, ser convencido que a metodologia preparada é algo com grande significado para ele, engrandecendo, assim, o seu trabalho. Ele ainda fará com que o aluno se envolva no desenvolvimento da

metodologia por causa de sua importância. O livro *Aprender e Ensinar: Diferentes Olhares e Práticas* mostram que:

“É preciso entrar no processo educativo como sujeito ativo, implicado com consciência crítica, pois a educação emancipatória não prescinde do saber crítico e criativo, porque este saber não nasce do mero ensino, ou da mera aprendizagem, mas se constrói no aprender a aprender e no aprender a pensar.” (RAMOS; FARIA, 2011. p.27)

A metodologia apresentada nesta pesquisa objetiva mostrar caminhos alternativos aos alunos, para que eles possam elaborar suas próprias técnicas quando deparados com problemas, situações ou contas (as *contas*, nesse caso, são consideradas como importante processo de *treinamento* para se fixar os cálculos estabelecidos para o desenvolvimento do conteúdo matemático). O livro *Aprender e Ensinar: Diferentes Olhares e Práticas*, de Maria Beatriz e Elaine Turk, ainda aborda que:

“A relação ensinar-aprender merece uma reflexão: ao nos propormos ensinar alguém, precisamos estar cientes de que quem aprende possui uma razão universal, como a de quem ensina, mas quem aprende é um sujeito singular, dono de uma complexidade específica e, esta singularidade ou complexidade específica, que vai ser colocada a favor ou contra a aprendizagem.” (RAMOS; FARIA, 2011, p.27)

Aqui entra um momento em sala de aula onde o professor deve incentivar o espírito de pesquisa no aluno e torná-lo cada vez um indivíduo. Um trabalho bem elaborado pelo docente e pedido aos alunos como uma forma de avaliação pode ser uma boa atividade para que os alunos iniciem sua carreira de independência intelectual. Seria interessante apresentar uma proposta para que submetesse os alunos a uma apresentação para toda uma sala de aula, onde possam expor os resultados de suas pesquisas. Mas é claro que o aluno tem que apresentar uma predisposição para essa movimentação. Porque, conforme Maria Beatriz e Elaine Turk abordam:

“O educando depende do educador para aprender, mas, no entanto, o trabalho intelectual é de quem aprende. Se quem aprende não se dispuser ao trabalho intelectual não haverá aprendizagem, haverá frustração. Assim, quem ensina também se sentirá frustrado. Esta relação revela uma interação de contra dependência, pois ao mesmo tempo em que há o poder do ensinante sobre o aprendente, há, também, um enorme poder de quem aprende sobre quem ensina, porque o sucesso de quem ensina depende, fundamentalmente, de que o aprendente realize o essencial no trabalho.” (RAMOS; FARIA, 2011, p. 27)

A opção 'busca de alternativas aos problemas contextualizados em sala de aula' seria uma boa forma de *quantificar* o esforço dos alunos pelas suas buscas. Ainda, porque não elaborar um trabalho que envolva construir uma maquete onde possa mostrar uma abordagem dos temas e dos contextos que estão sendo abordados em sala de aula? Teríamos, aí, várias maneiras de avaliar os alunos e verificar a aptidão para a pesquisa individual ou coletivamente.

O professor serve, nesse caso, como orientador de um movimento de pesquisa no qual ele mesmo também está incluso. Pois, ao mesmo tempo em que o docente orienta, ele deve se manter pesquisando, para poder fazer uma avaliação justa dos esforços dos alunos. Um professor que pode ser considerado ótimo orientador é aquele que *pesquisa* para avaliar o outro e si mesmo.

Os alunos não querem mais aprender da maneira arcaica onde apenas o professor ensina falando; eles querem fazer. Isso é natural, pois, é do ser humano aprender por experiência. Isso dará sentido ao conteúdo que estará sendo abordado em sala de aula. E, o conteúdo que é devidamente pesquisado, posto em prática e discutido pelos próprios alunos, passa a se tornar um conteúdo abordado de forma significativa.

E o professor deve instigar no aluno esse espírito de pesquisa. A partir do momento que o professor instiga isso ao aluno, o retorno pode ser algo espantoso. O professor deve surpreender seu aluno. A aula deve ser uma surpresa agradável à classe. E isso só irá ocorrer a partir do momento em que o professor causar um choque de realidade entre o contexto no qual o aluno está inserido e a abordagem do conteúdo que está sendo apresentada. Assim:

“Fica explícito, então, que no centro desta relação fica a prática de quem aprende, não a prática de quem ensina. Isto chama atenção para o papel do educador – mediar criativamente, desafiadoramente e intencionalmente as ações educativas para que o educando possa aprender.” (RAMOS; FÁRIA, 2011, p. 28)

Muitos alunos vivem perguntando, a si mesmos ou aos seus professores, se referindo aos conteúdos que estão sendo abordados em sala de aula: “pra que serve isso?” Essa pergunta jamais deveria ser feita em sala de aula, pois, a turma já deveria vivenciar a razão de se está estudando o conteúdo ali apresentado. Na verdade, essa pergunta deveria ser o princípio das preparações e planejamentos das aulas dos docentes, já pensando em seus alunos.

A educação deve estar voltada a como o aluno poderá melhorar sua vida. Como ele usará certo conteúdo estudado para facilitar sua convivência ou leitura da realidade. O objetivo do docente deve ser criar alunos geradores de ideias, que possam ser capazes de *atacar todo um sistema com inovações*. Esse sistema pode ser considerado *um aluno e mais outro colega*, a sua sala de aula, sua escola, sua família, seu país, ou, de maneira geral, o mundo no qual ele vive. Um conteúdo abordado de maneira significativa fará com que o aluno desenvolva um prazer na busca. Ele sentirá, como consequência, a necessidade de se tornar um ser cada vez mais científico. Um indivíduo capaz de contestar metodologias ou ideia com argumentos muito bem embasados.

2. PROPOSTA DE METODOLOGIA

2.1 PLANO DE ENSINO.

Identificação

Série: 9º ano Turno: Matutino

Turma A: 37 alunos Turma B: 35 alunos.

Competências e habilidades (Ensino Fundamental – 9º ano) – Segundo o PCN.

Identificar e solucionar, de maneira autônoma e eficaz, problemas do cotidiano, cuja solução requeira estratégias da investigação científica e dos procedimentos próprios da Matemática.

Compreender e explicar fenômenos e situações do mundo atual, por meio da utilização de estratégias, na busca, no armazenamento e no tratamento da informação, na exploração de suas alternativas e de suas representações gráfica e numérica.

Elaborar estratégias pessoais de estimativas, de cálculo mental e de orientação espacial, por meio do raciocínio lógico, para resolução de problemas cotidianos simples;

Identificar formas geométricas que compõem o mundo por meio da utilização do conhecimento de seus elementos e de suas propriedades, para desenvolver novas possibilidades de ação em sua vida cotidiana;

Compreender e utilizar os conceitos, os procedimentos e as estratégias matemáticas para a interpretação, a valorização e a produção de informações e de mensagens em situações distintas e fenômenos conhecidos.

Expressar-se, oral, escrita e graficamente sempre que necessário, em situações suscetíveis de serem tratadas matematicamente, mediante a aquisição e o manejo de vocabulário específico de terminologia e de noções matemáticas.

Analisar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas, na formação da opinião própria que permita uma expressão crítica em problemas atuais.

Habilidades Comuns

O ensino e os recursos didáticos utilizados na proposta pedagógica devem primar a integração entre as disciplinas e as áreas pela concepção e pressupostos teórico-metodológicos comuns a todas elas por meio de habilidades escolares comuns, que passam a ser metas de todo o trabalho docente da escola. Exemplos que serão abordados nessa metodologia são a leitura e interpretação de diferentes linguagens, tais como: informativos, fotos, gravuras, desenhos, gráficos e tabelas.

As habilidades comuns podem ser divididas em:

Escrita: produção de textos em diversas linguagens; organização e registro de informações.

Expressão oral: exposição de ideias com clareza, argumentação coerente, análise de argumentações de outras pessoas.

Análise e interpretação de fatos e ideias: coleta e organização de informações; estabelecimento de relações; formulação de perguntas e hipóteses.

Mobilização de informações, conceitos e procedimentos em situações diversas.

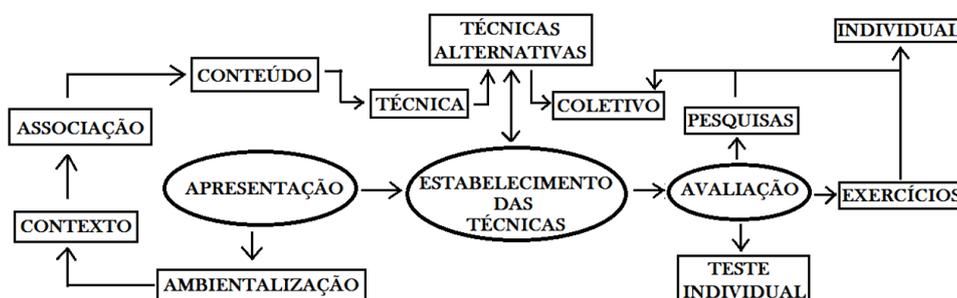
As duas primeiras habilidades dizem respeito diretamente à comunicação e corresponde a crítica constante de que alunos não aprendem ou apresentam

dificuldades de aprendizagem e acesso ao conhecimento pelo fraco domínio dessas capacidades com caráter instrumental. Já a Análise e a Interpretação de Fatos e Ideias e a Mobilização de conhecimentos estão mais ligadas ao estabelecimento de relações e são essenciais para o enfrentamento e a resolução de situações em qualquer área da matemática.

Conteúdo de Ensino

Funções Quadráticas (ou Funções de 2º grau)

Corpo da Metodologia



Ambientalização

Apresentação do contexto seguido da análise do contexto para que ocorra a associação do conteúdo que se deseja estudar. Ainda nesse primeiro momento devem-se fazer as primeiras estruturações das técnicas básicas, sendo consolidado isso através de exercícios. O uso do livro didático é importantíssimo para as primeiras adaptações com as linguagens técnicas iniciais.

Estabelecimento das Técnicas

Com o auxílio do livro didático ou de material previamente impresso, estabelecer as técnicas e possíveis alternativas para os cálculos que serão usados no desenvolvimento do conteúdo.

Avaliações

Exposição em equipe de pesquisa; trabalho com software matemático; exercícios do livro e no caderno; teste individual.

2.2 IDEIA PARA A ABORDAGEM DO CONTEXTO

Coisas simples podem ativar no aluno o mínimo de curiosidade necessária para se começar a trabalhar um conteúdo de maneira significativa. Como, por exemplo: um vídeo, uma maquete, uma simulação com os próprios alunos, uma

imagem a ser analisada (ou no projetor de imagens ou em uma cartolina); tudo com o intuito de se criar uma base para introduzir a aula, contextualizando o conteúdo que se deseja trabalhar com a turma.

Se a escola ou o professor tiver condições de organizar uma excursão para um local onde o conteúdo terá um contexto no qual poderá ser destacado o assunto que se deseja trabalhar com mais ênfase, isso fará a aula sair da monotonia de uma sala. Esse contexto pode estar presente no próprio ambiente entorno da escola. Os alunos poderão perguntar curiosidades aos profissionais das diversas áreas, verificar o ambiente a ser explorado ou simplesmente sair de uma sala de aula para ter uma experiência nova.

2.3 TRABALHANDO FUNÇÕES QUADRÁTICAS

A situação que se segue é apresentada por meio de um vídeo. Um controlador de voo envia instruções a dois aviões que estão em pleno ar para evitarem uma catástrofe aérea. A central de comando envia orientações aos dois pilotos dos aviões referidos. Ao piloto do avião A é informado que ele deve manter a aeronave na altura na qual se encontra, isto é, não será necessário se deslocar nem para cima nem para baixo. Para o piloto do avião B, no entanto, as ordens são diferentes. O piloto recebe a instrução para se deslocar para cima no eixo horizontal e depois retomar altura inicial. No vídeo é possível observar o avião A passando por cima do avião B evitando, assim, o acidente aéreo. Isso acontece porque os dois aviões obedecem aos algoritmos de comando para as rotas das aeronaves. A figura 1 tem como objetivo mostrar o exato momento em que se pode ver os dois aviões realizando as manobras indicadas pelo controlador de voo.

Nesse momento o *conteúdo* começa a surgir de forma mais explícita. É apresentado aos alunos que o avião A, para que ele faça a trajetória de subir e descer, necessita obedecer a um comando de voo codificado na forma de uma função. E essa função apresenta uma característica já estudada (subentende-se) pelos alunos anteriormente a respeito de equações do 2º grau. A função é, nesse caso, $y = -x^2 + 10x$.

O professor reserva esse momento da aula para explicar os termos técnicos que serão usados e analisados em uma função quadrática mostrando o plano cartesiano. Os termos são:



Figura 1. Aviões voando um ao encontro do outro, porém o avião B recebeu uma função, que quando ativada no controlador de voo faz com que desvie sua rota formando uma parábola.

Eixo das ordenadas ou Eixo Y: representa o eixo que se inicia no zero e varia verticalmente no gráfico, também identificado como **imagem**.

Eixo das abscissas ou Eixo X: representa o eixo que tem como ponto inicial o ponto O e varia horizontalmente, também identificado como **domínio**.

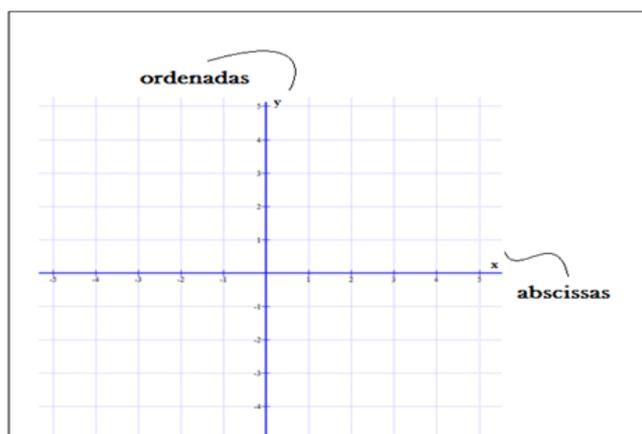
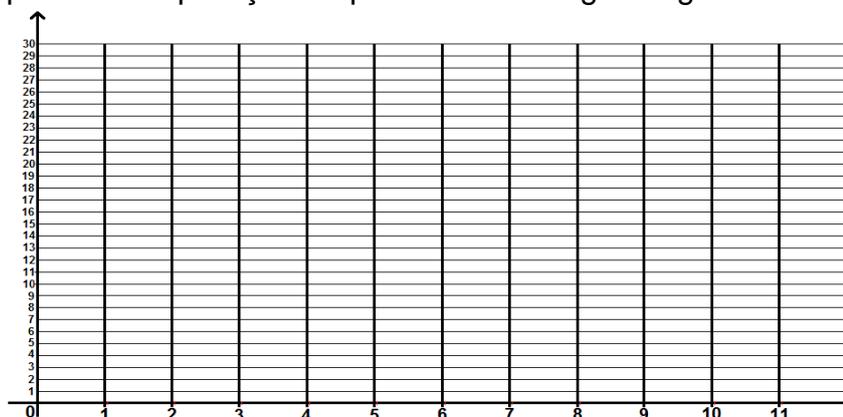


Figura 2. Identificação dos termos técnicos usados em livros de matemática para o estudo de gráfico.

Após essa explicação é apresentado o seguinte gráfico aos alunos:



Nesse gráfico será construído o movimento dos aviões através de uma tabela de valores atribuídos à variável x para que se possa ter valores a serem identificados no plano cartesiano. Serão dispostos valores de 0 a 10 como os

valores de x na função $y = -x^2 + 10x$. A tabela construída pelos alunos, resultante da atribuição de valores de x variando de 0 até 10, é a seguinte:

Valor de X (horizontal)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Resultado em Y (Vertical)	0	9	16	21	24	25	24	21	16	9	0

Tabela 1. Atribuição de valores à variável x na função $y = -x^2 + 10x$.

A postura do professor aqui é auxiliar os alunos na construção do gráfico, pois, existem pessoas que nunca construíram um gráfico na vida. Mas, ao professor cabe apenas mostrar como se faz; quem tem que fazer a construção completa é o aluno. Nesse caso, o objetivo é que os alunos percebam que nesse tipo de cálculo com funções de segundo grau os números da imagem y começam a serem repetidos em determinado momento da atribuição de valores a x . Isso será consolidado durante a construção do gráfico simultaneamente com o momento da atribuição dos valores na tabela. Finaliza-se aqui o momento em que se tem dois valores em x apresentando o mesmo valor em y .

Isso mostrará a ideia de movimento. E a tabela gera o gráfico 1 montado tanto pelos alunos como pelo professor. É importante destacar que cada coordenada identificada no gráfico deve ser marcado a cada novo valor descoberto.

Pode-se notar que, conforme o avião B desvia sua rota de acordo com os valores encontrados, se pode observar também o formato do gráfico apresentado. Muitos alunos já conseguem denominar esse formato como *parábola*. Mas, pensando nos alunos que ainda não sabem o que é uma parábola, o professor pode dá uma explicação básica, e pedir para que eles pesquisem a respeito. Outro aspecto que se pode dar destaque na análise do gráfico é o fato de seu formato parabólico apresenta dois pontos *tocando* o eixo x . Fazer a associação com a ideia que se tem de equações do 2º grau é essencial para se consolidar cada vez mais a relação entre função quadrática e equação de 2º grau, mesmo que isso seja óbvio para o professor.

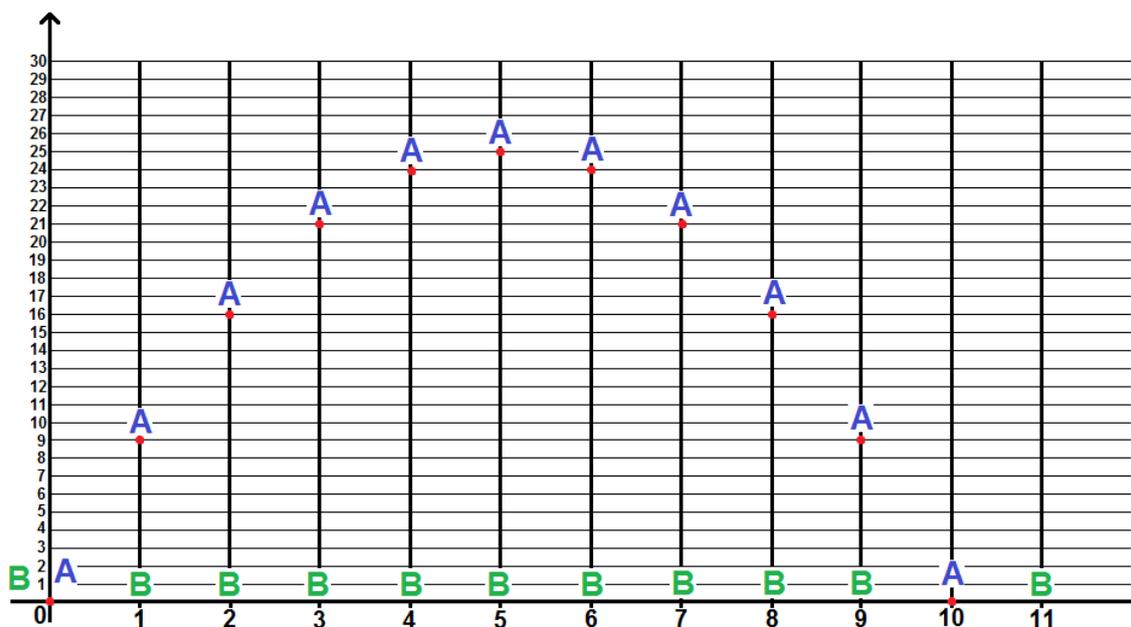


Gráfico 1. Representação gráfica da Tabela 1 mostrando a trajetória do avião B fazendo sua trajetória parabólica para não se chocar com o avião A, recebendo as coordenadas por meio de função quadrática

A transposição do contexto para conteúdo está parcialmente montada. Esse é o momento para que os alunos tomem posição ativa de treinamento. O livro didático utilizado no desenvolvimento dessa metodologia deve apresentar exercícios que possibilitem a construção de gráficos em regiões milimetradas. E isso deve ser aproveitado. O treinamento é essencial para aprimoramento e desenvolvimentos de técnicas. Um momento de grande interesse para ambas as partes é como essa primeira apresentação da transposição do contexto para o conteúdo irá atingir os envolvidos. E, no caso do professor, como essa estrutura metodológica pode ser concluída de maneira impactante na vida dos alunos.

Aqui nesse momento, deve se colocar emoção ao contexto. E apenas quem demonstra emoções são seres vivos. Deve-se explorar as sensações que os alunos foram movidos a expor. Seria interessante aos alunos vivenciarem as percepções possíveis nessa situação apresentada. Aqui pode ser exposta a situação por meio de uma simulação. Ou seja, como seria o ponto de vista de cada piloto em suas respectivas aeronaves. Ou, se os recursos não permitirem, fazer uma oratória do contexto. Mas, deve-se ter muito cuidado para não se deixar levar pelo impulso do *imagine que*.

O impulso do *imagine que* é aquela atitude de pedir para que um público alvo, nesse caso os alunos, apenas *imaginem* situações, e não tenham acessos a uma *visualização* do que se deseja apresentar. Isso pode levar o público alvo a ter inúmeras interpretações das situações. Há uma grande diferença entre o professor dizer “Imagine que você esteja em um avião, em pleno ar. E você avista outro avião

vindo em sua direção e na mesma altura que a sua aeronave” e “observem esse vídeo e imagine-se no lugar desse piloto”. Fazer o aluno vivenciar a situação é uma excelente ferramenta para envolvê-lo no desenvolvimento do conteúdo. Mostrar qual a visão que teria uma pessoa, nesse caso o aluno, se estivesse na cabine de voo, avistando o outro avião vindo ao longe em sua direção e iniciando o procedimento de elevação da altura a partir do eixo, irá movê-lo a pensar nas possíveis sensações que um observador interno teria.

Se os recursos possibilitarem, pode ser apresentado também a visão do observador interno do avião B avistando o avião A indo em direção oposta à sua, iniciando o processo de anticollisão para evitar que as duas aeronaves se choquem em pleno ar, conforme apresentado no início da aula. E, finalmente mostrar em uma visão externa o comportamento das duas aeronaves fazendo tal procedimento.

Esse contexto possibilita aos alunos pensarem em como reagiriam se vivessem essa situação, podendo até mesmo iniciar uma discussão em sala de aula. Os alunos que tem costume de viajar de avião passariam agora a vê suas viagens com uma outra maneira de pensar. E os que nunca entraram em uma aeronave, vão poder notar que toda essa situação apresentada merece uma atenção especial a ser observada da terra. O professor tem agora uma ferramenta poderosa em suas mãos. Ele tem a mente dos seus alunos focados em uma mesma situação. E o docente pode muito bem direcionar a situação que está sendo vivida nessa aula para fazer a abordagem mais clara do conteúdo o qual se deseja trabalhar, nesse caso, funções do 2º Grau.

2.4 TRANSIÇÃO CONTEXTO PARA O CONTEÚDO: LINGUAGENS TÉCNICAS.

O professor vai fazer agora uma abordagem científica do contexto apresentado e introduzir o conteúdo desejado como uma das formas de análise e compreensão do contexto. Com o auxílio do gráfico ele pode mostrar o percurso que o avião B teve de fazer para não se chocar com o avião A. Será destacado que o avião A se manteve sobre o eixo X em altura constante, isto é, $Y=0$, e que B teve de começar a subir de um ponto x' , chegar a uma altura de segurança e , depois, voltar à altura inicial retornando ao eixo x ". Ao professor cabe a responsabilidade de

elaborar uma abordagem que possa fazer a transição entre a situação apresentada e o conteúdo.

Nessa parte da abordagem, o professor irá apresentar o conteúdo a ser estudado. É importante relembrar e revisar o assunto Equações do Segundo Grau, dando atenção às formas de cálculos. Deve-se, ainda, destacar que as Funções Quadráticas recebem esse nome porque elas provêm de um estudo com Equações Quadráticas. Fazendo, assim a relação entre gráfico com formato parabólico e o cálculo de equações de segundo grau.

Ao abordar e relembrar o desenvolvimento de equações de segundo grau, cabe ao professor explica os passos básicos de como encontrar o Δ (delta), a substituição na *fórmula das raízes da equação* e, finalmente, a solução x' e x'' . Esse momento passa a ser agora a análise do conteúdo, que era o objetivo do docente, antes de começar a aula. O professor desenvolverá juntamente com os alunos, técnicas de como se resolver uma equação do segundo grau e treinar esse processo. Nesse primeiro momento, poucos alunos irão dominar a técnica apresentada pelo professor. Mas, o mais importante, é que eles já sabem que tem um sentido aprenderem esse conteúdo. Espera-se que nesse momento da metodologia a mente dos alunos esteja concentrada na situação dos dois aviões. A associação não pode ser deixada de mencionar durante todo o desenvolver da técnica.

$$\Delta = b^2 - 4.a.c \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

Figura 3. Fórmula do Delta Δ (discriminante) e Fórmula Geral das Soluções de Equação Quadrática, respectivamente.

Inclusive o professor pode apresentar as ideias de funções onde x' e x'' tenham uma mesma imagem em y . Pode-se fazer a elaboração de uma tabela com valores arbitrários. Essa é uma boa maneira de treinar a técnica apresentada. Depois desse primeiro contato com a técnica do cálculo de uma equação do segundo grau, o professor volta à situação apresentada e resolve uma equação que

gere x' e x'' , e que confirme que a técnica escolhida é bem apropriada para se analisar a situação.

Agora chega o momento no qual os alunos terão a sua oportunidade de desenvolver suas estratégias para confirmar que o conteúdo que está sendo apresentado a eles é realmente válido e faz sentido estudar. O professor deve dar a oportunidade para que os alunos desenvolvam certo domínio da técnica básica de resolução de equação do segundo grau. Mas, como isso é um pré-requisito para o estudo de funções quadráticas, a resolução das equações já devem estar incluídas no desenvolvimento do assunto em análise. Esse treinamento inicial tem como objetivo gerar certa confiança no aluno. E o professor poderá ver como o conteúdo está sendo desenvolvido na mente dos alunos.

Agora surge a necessidade de analisar o conteúdo puro seguida de suas técnicas de desenvolvimento. Nesse caso, podem ser elaboradas contas, desde simples até mais complexas, para que os alunos desenvolvam a habilidade em relação a esse conteúdo. Nesse momento, o conteúdo passa a ser o ponto mais importante da aula. Porque se os alunos não tiverem a ferramenta prática desenvolvida (falando aqui do conteúdo e das suas técnicas) não conseguirão desenvolver as soluções dos problemas propostos e muito menos conseguirão fazer uma associação de como o conteúdo pode ter um significado mais pleno no contexto apresentado.

O objetivo é que os alunos possam dominar pelo menos o básico do conteúdo puro. É digno de nota que os alunos só dominarão o conteúdo que está sendo trabalhado se exercícios forem propostos como forma de *treinamento*. Aqui entra a questão de repetição do processo. Retomando ao tópico 'matemática como linguagem', leva-se em consideração que as técnicas e a evolução do conteúdo só serão dominadas se houver repetição no processo. As questões devem ser apresentadas desde as mais simples até às mais complexas, pois isso irá desenvolver uma estrutura matematicamente organizada na cabeça do discente.

A partir do momento que grande parte da turma se familiarizou com o conteúdo em questão é necessário retomar ao contexto o qual serviu como base para a apresentação e desenvolvimento do conteúdo. Do contrário, voltamos ao caso de estudar conteúdo por conteúdo. Ou seja, vai desvalorizar o significado do conteúdo estudado. Lembrando que esse conteúdo deve ser tratado como um auxílio para resolver as situações que estão sendo trabalhadas. O objetivo principal

é que os alunos, em primeiro momento, consigam fazer associações da situação a eles apresentada com a nova técnica que ele está sendo analisada nesse momento.

2.5 TRANSIÇÃO CONTEXTO PARA CONTEÚDO: APLICAÇÃO DA TÉCNICA.

A introdução ao trabalho já foi dada. Agora será feita a aplicação da técnica direta em cada cálculo que for realizado. As associações devem aparecer durante as resoluções dos cálculos. Todos os cálculos a serem trabalhados pela turma e a associação com o contexto que foi dado inicialmente vão ter que aparecer de maneira plena para que ocorra a identificação dos termos de uma função quadrática.

A estrutura de uma função quadrática será identificada a partir dos termos que são identificados em uma equação de segundo grau. É o caso de se obter as informações necessárias retiradas da estrutura geral de uma equação do segundo grau como mostrado na figura 4. Deve-se identificar também que os valores de x serão a variação no eixo das abscissas e que y será a variação máxima ou mínima que o gráfico poderá atingir no eixo das ordenadas.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Figura 4. Estrutura de uma equação de segundo grau.

A identificação dos termos é de extrema importância porque os pontos que identificam os *zeros da função* serão resultantes do cálculo de Δ (delta) que utiliza os termos a , b e c de uma equação do 2º grau. E, posteriormente, a aplicação de desse Δ (delta) na fórmula geral das equações. Esse cálculo terá como resultado o que será identificado como x' e x'' , que são os valores que *intersectam* o eixo das abscissas (eixo x) quando $y=0$. É por isso que se chama *zero da função*. É importante que o professor faça essa identificação do termo *zero da função* porque os livros de matemática usam essa linguagem. Essa parte da aplicação dessa metodologia é essencial que seja seguida de treinamento das resoluções das equações de segundo grau para encontrar x' e x'' e identificar os valores encontrados no gráfico.

O gráfico montado inicialmente é de grande auxílio nesse momento da apresentação dessa metodologia. Ele mostra que o avião A atingiu determinada

altura no gráfico que será identificada como o *ponto máximo*. Essa coordenada encontrada será obtida também por meio de uma fórmula, conforme mostra a figura 5. Esse *ponto máximo* será o encontro das coordenadas de X_v (que será chamado de *x vértice*) e Y_v (que será chamado de *y vértice*).

$$V\left(\frac{-b}{2.a}, \frac{-\Delta}{4.a}\right)$$

Figura 5. Fórmula para o vértice da função quadrática.

Mas essas coordenadas não se limitam a apenas identificar o ponto mais alto no qual uma parábola atingirá na função quadrática. Elas também identificarão o que será chamado de *ponto mínimo* ou vértice da função, conforme se pode ver na figura 6. Isso irá depender de como o gráfico da função se comporta. Se partindo de x' , subindo até o ponto máximo e retornando ao ponto x'' ; ou partindo do ponto x' , descendo até um ponto mínimo e retornando a subir para intersectar o ponto x'' . Esses vértices ajudarão a dar forma final à parábola que se deseja encontrar. Cabe ao professor também instigar nos alunos qual a relação que existe entre o sentido da parábola e o termo a da função apresentada. Deixar que eles mesmos percebam que quando o termo a da função for positivo, a parábola terá uma concavidade voltada para cima e, quando o termo a da função for negativo, a concavidade será voltada para baixo.

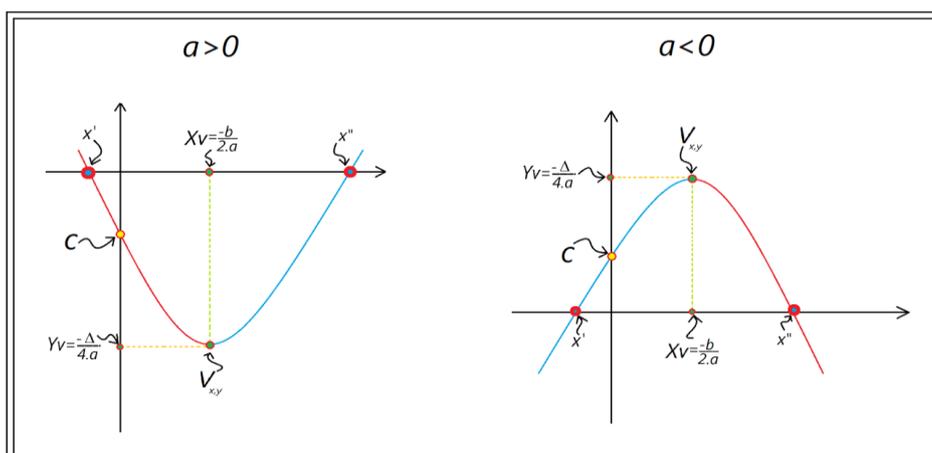


Figura 6. Elementos identificados em uma função quadrática.

momento seria apropriado, se as condições permitirem, fazer o uso de softwares que permitam a construção de gráficos. Durante a aplicação da metodologia

proposta foi feito o uso do software *Graph* que permite montar gráficos de funções quadráticas através de algoritmos simples. Nesse gráfico montado a partir do software pode-se notar que o c da função quadrática é o ponto onde o eixo das ordenadas é cortado, como pode ser visto da figura 6. Abaixo segue-se uma demonstração de como o software *Graph* elabora os gráficos de uma função quadrática.

A função a ser analisada é $y = x^2 - 6x + 5$, que apresenta a estrutura apresentada no gráfico 2. A linguagem usada para a construção desse gráfico é $f(x) = x^2 - 6x + 5$. Nesse programa pode escolher as cores para a parábola. Outros recursos estão disponíveis nesse programa, mas, para esse primeiro momento o principal objetivo é verificar o comportamento da função.

O gráfico gerou os seguintes termos.

$$x' = 1 \text{ e } x'' = 5$$

$c = 5$ (Ponto onde o eixo y é intersectado)

$$X_v = -4 \text{ e } Y_v = 3. \text{ Logo } V_{x,y} = (3, -4)$$

Visto que o termo a na função é positivo, o gráfico apresenta uma parábola voltada para cima.

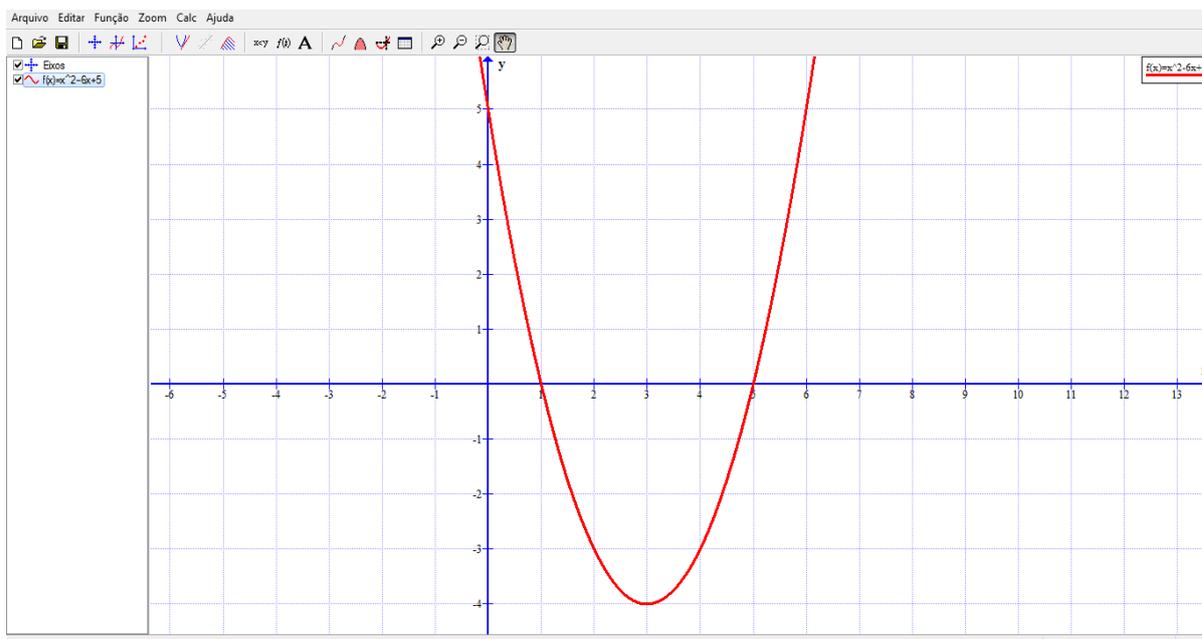


Figura 7. Gráfico gerado pelo GeoGebra no auxílio da análise do sentido do gráfico.

3

no ponto 5 ($c=5$), passa por $x'=1$, segue descendo até atingir seu ponto mínimo na coordenada $V_{x,y} = (3, -4)$ e começa a subir passando pelo ponto $x''=5$.

Esse é apenas um exemplo de como a metodologia pode trabalhar na análise de gráficos com a ajuda desse software. Os alunos são levados a construir gráficos com comportamentos diferentes e submetidos a fazerem uma análise da estrutura apresentada. Muitos ainda não dominam montar um gráfico manualmente. Então essa é uma boa ferramenta para que eles vejam qual é o objetivo do conteúdo que está sendo apresentado. E desse jeito o aluno participa plenamente no desenvolvimento do conteúdo. O professor deve estar preparado para auxiliar os alunos para que o trabalho com os gráficos nesse software não seja simplesmente por um código em programa e gerar o gráfico. O objetivo é que os próprios alunos consigam construir os gráficos manualmente.

Um trabalho pode ser elaborado com esse software, se possível. Na metodologia os alunos devem fazer as descrições dos movimentos das parábolas como o modelo da descrição apresentada anteriormente. E o professor deve orientar para que essa descrição seja feita de maneira organizada. Um dos objetivos desse trabalho pode ser pedir para os alunos fazerem as descrições das funções projetadas nos gráficos associando com a situação dos aviões. Isso será importante para não perder a ideia de que o conteúdo tem um contexto real de aplicação. E essa atividade pode ser mensurada pelo professor para a atribuição de nota parcial. Para se fazer um registro numérico do trabalho realizado pelos alunos.

A partir de agora os alunos têm acesso aos gráficos e às técnicas a serem trabalhadas para a fixação do conteúdo. Logo, o professor deve agora reforçar a técnica envolvendo os cálculos os quais se deseja trabalhar. Deve-se ter como objetivo fazer uma estruturação das técnicas e dos cálculos para consolidar o conhecimento e o domínio nesse conteúdo.

Na metodologia aplicada a estruturação e o reforço segue um determinado protocolo. Todo esse procedimento deve ser feito juntamente com o papel milimetrado no qual os alunos vão colocando os valores no gráfico logo após cada cálculo ou análise realizada. O professor elabora a seguinte sequência de cálculos:

- 1) Identificação dos termos a , b e c nas funções a serem analisadas.
- 2) Análise prévia do sentido da parábola, verificando se o coeficiente $a > 0$ (parábola voltada para cima) ou $a < 0$ (parábola voltada para baixo).
- 3) Em qual ponto o eixo y será intersectado, levando em consideração o termo c da equação de grau 2.
- 4) Encontrar os *zeros da função* x' e x'' .

5) Calcular as coordenadas do vértice da parábola, ou seja, o vértice da função.

6) Desenhar a parábola formada.

7) Fazer uma descrição do gráfico.

Visto que a metodologia está sendo trabalhado sempre retomando o contexto dos aviões, será algo normal se os alunos fizerem as descrições relacionando com a situação da introdução da apresentação desse conteúdo. É o que irá fazer sentido para eles. E é aconselhável até mesmo o professor deixar isso disponível aos alunos.

Agora que a aula foi estruturada nesse modelo estabelecido, seguindo esse modelo de cálculo, o reforço em cima da técnica será importantíssimo nesse momento. Isso se deve ao fato de os alunos verem um significado do conteúdo e os cálculos que lhes foi apresentado. Com o auxílio do livro didático, o professor pode passar atividades com o objetivo que eles treinem e fortaleçam as técnicas. Isso deve fortalecer ainda mais os conceitos criado em cima do conteúdo e fazer com que os alunos organizem seus pensamentos de forma lógica, organizada.

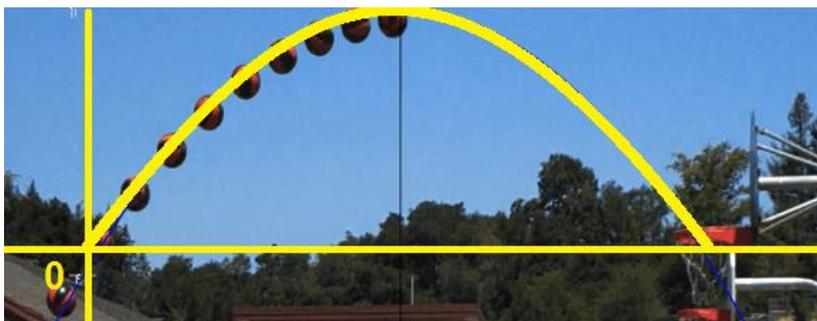
O trabalho com o papel milimetrado é uma ferramenta excelente nessa parte da aplicação da metodologia, porque agora os alunos já estão mais inteirados nos procedimentos que devem ser seguidos. Todas as ações devem ser acompanhadas pelo professor para direcionar seus alunos a aprimorarem cada vez mais as suas técnicas. Acontecerá um reforço da organização e estruturação dos cálculos. Na aplicação dessa metodologia, a proposta é fazer com que esse trabalho seja feito em equipe. Onde os grupos possam apresentar para a turma os resultados das análises dos gráficos e das funções para a turma. E uma nota mensurando tal esforço de apresentação é algo que deve ser feito pelo professor.

Como conclusão da aplicação geral da metodologia, cabe ao professor fazer as devidas das aplicações do conteúdo trabalhado. No caso das funções quadráticas podem ser feitas associações com o lançamento de uma bola de basquete, o lançamento da bola de futebol a uma longa distância, o lançamento de um projétil saindo de um canhão (inclusive o livro utilizado na aplicação dessa metodologia apresentava esse exemplo) ou jogos virtuais que fazem uso das funções quadráticas, tal como o jogo usado na aplicação dessa metodologia conhecido como *Angry Bird*. Cabe ao professor pesquisar quais as aplicações que o conteúdo pode ter.

Outro exemplo que foi analisado com os alunos durante a aplicação dessa metodologia foi o seguintes.

Exemplo do Basquete: Sabendo que a função $f(x) = -x^2 + 3x$ descreve a trajetória da bola de basquete da situação abaixo, calcule.

- A distância entre os zeros da função conforme indicado na imagem.
- A altura que a bola de basquete atingiu quando ela começou a decair em direção à cesta.



Resolução da letra a.

A função $f(x) = -x^2 + 3x$ descreve a trajetória da bola.

Para encontrar os zeros dessa função é necessário iguala a função a zero, ficando $f(x) = y = 0$. Assim, temos:

$$-x^2 + 3x = 0$$

Agora, identificamos os coeficientes da equação.

$$a = -1, b = 3, c = 0$$

Agora encontra-se delta, sendo:

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

$$\Delta = 3^2 - 4.(-1).0$$

$$\Delta = 9$$

Finalmente, pode-se saber os valores dos zeros dessa função substituindo os termos na fórmula das raízes de uma equação.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9}}{2.(-1)}$$

Obtemos, assim os seguintes valores para x:

$$x = 0 \text{ e } x = 3$$

Resposta: Assim, a distância entre os zeros da função dada é de 3 metros.

Resolução da letra b.

Para encontrar a altura que a bola atingiu quando começou a descer em direção a cesta é preciso calcular o Y vértice da função. Esse procedimento pode ser realizado substituindo os valores na seguinte fórmula.

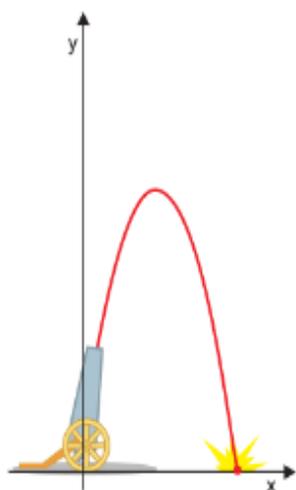
$$y_v = \frac{-\Delta}{4.a}$$

$$y_v = \frac{-9}{4.(-1)}$$

$$y_v = 9/4 \text{ ou } y_v = 2,25$$

Resposta: Logo, a bola chegou a atingir, a partir do zero da função, uma altura de 2,25 metros.

A imagem a seguir mostra um exercício apresentado pelo livro usado nessa metodologia:



5. A trajetória de um projétil lançado por um canhão é dada pela função $y = -\frac{x^2}{24} + \frac{x}{6}$. Determine a que distância do canhão, em quilômetros, o projétil atingiu o solo.

$$0 = -\frac{x^2}{24} + \frac{x}{6}$$

$$\frac{x^2}{24} = \frac{x}{6}$$

$$6x^2 = 24x$$

$$6x^2 - 24x = 0$$

$$6x(x-4) = 0$$

$$x = 0$$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

O projétil caiu a 4 km do canhão.

As figuras a seguir mostram outras aplicações que as funções quadráticas podem vir a apresentar. Elas podem ser mostradas como curiosidades para a turma.

O cruzamento que um jogador faz com a bola de futebol.



Figura 8. O lançamento de uma bola de futebol formando uma parábola.

O jogo Angry Bird onde o jogador precisa formar e calcular visualmente as parábolas para que o projétil atinja o alvo.

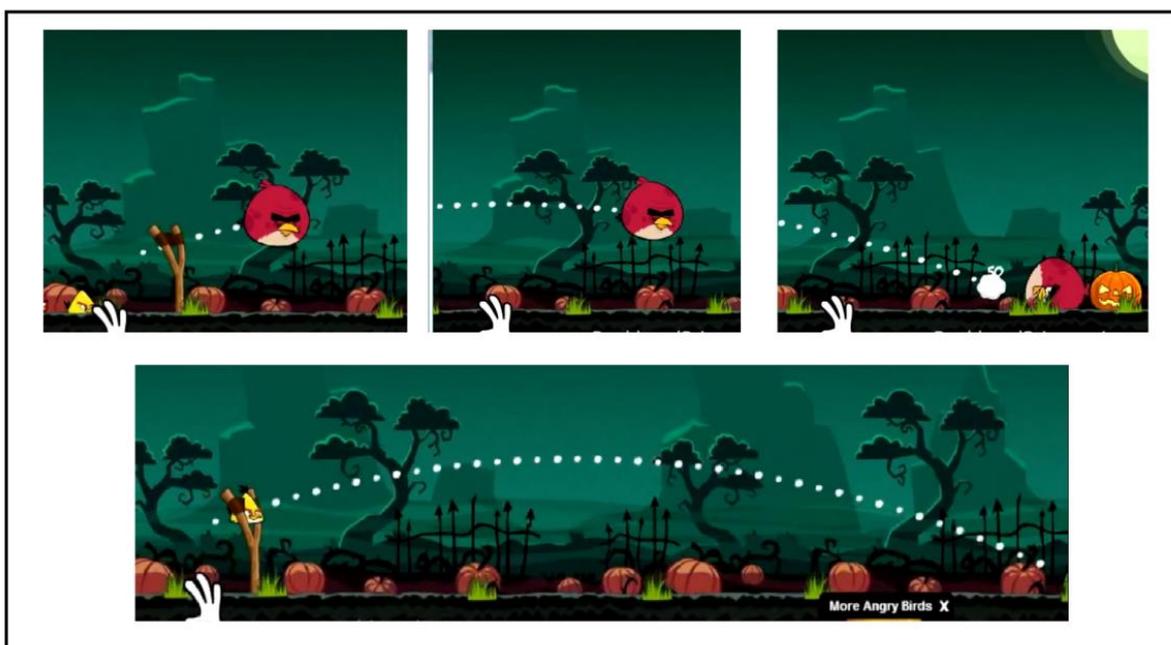


Figura 9. O jogo Angry Bird necessita que o jogador tem noção de movimento parabólico para ativar os comandos propostos.

diferentes, mas com a mesma aplicação. Esse era um dos objetivos iniciais: fazer

associação direta de conteúdo em um contexto e tornar o estudo de funções quadráticas algo significativo. Agora seria apropriado fazer uma aplicação de uma ferramenta de avaliação de modo que se possa verificar se os alunos conseguem trabalhar com os cálculos e técnicas de maneira independente.

Na aplicação desta metodologia um teste escrito individual é apresentado como uma das ferramentas avaliativas. Tal teste é aplicado de modo que os alunos possam montar gráficos, analisarem seus cálculos e fazerem uma descrição como conclusão do gráfico gerado. É digno de nota que essa é apenas *uma* das ferramentas que podem ser utilizadas pelo professor na aplicação desta metodologia. Não se deve desconsiderar todo o trabalho feito juntamente com os alunos no laboratório com o software matemático, o trabalho em equipe com papel milimetrado e o desenvolvimento das técnicas em sala de aula. Deve-se considerar também as atividades que foram feitas em casa ou na sala de aula. A questão da avaliação paralela se desenvolve no decorrer do processo de apresentação e estruturação do conteúdo. O que será avaliado será o progresso do aluno no decorrer da aplicação da metodologia, pois as notas obtidas em todas as atividades são apenas um parâmetro de quantificar os trabalhos realizados.

Antes da aplicação do teste o professor deve fazer uma revisão do conteúdo que foi trabalhado com os alunos. E essa revisão deve ser elaborada com o objetivo de fazer uma estruturação de o que será pedido para os alunos fazerem durante o teste. O reforço em cima das técnicas dos cálculos é essencial durante esse período de revisão, e isso deve ser trabalhado sempre em cima de um contexto. O professor deve preparar seus alunos para o teste avaliativo. Ele não poderá cobrar no teste algo que não foi exposto aos alunos, mas também ele não dará respostas óbvias para que os alunos não sejam testados de maneira plena. Reforçando aqui que o objetivo desse teste é ver quão independentes os alunos são quando se deparados com situações nas quais precisarão aplicar o que fora estudado durante a aplicação da metodologia.

O professor pode mostrar um exemplo a ser resolvido por ele, reforçando a sequência do procedimento que pode ser adotado durante a resolução dos problemas. Mas o professor não deve impor quais os passos que os alunos devem seguir. Ele apenas dará uma sugestão. Algumas questões que envolvam cálculos puros também devem ser trabalhadas para que os alunos possam treinar as técnica e atingir certa velocidade nos seus cálculos. Lembrando que são os alunos que têm

de treinar, por isso é necessário que o professor planeje o período de revisão de modo que os alunos tenham tempo para fazerem os cálculos de maneira tranquila, e para que eles tenham oportunidades para esclarecerem suas dúvidas.

O teste vem para concluir a aplicação da metodologia. Uma sugestão de teste avaliativo nesse caso pode ser feito na seguinte estrutura apresentada a seguir.

Teste de Matemática

Faça uma análise técnica dos gráficos das funções às seguir, (1) identificando a, b e c, (2) calcular os zeros das funções, (3) calcular os vértices das funções, (4) construir os gráficos e (5) fazer uma descrição do comportamento da trajetória das funções.

Primeira função: $y = -x^2 - 6x$

Segunda função: $y = -2x^2 - 4x - 6$

(Observação: faça uso do papel milimetrado para a construção dos gráficos)

Esse teste aparenta ser muito simples. No entanto envolve praticamente tudo o que se propõe a estudar na metodologia em questão. Visto que geralmente um tempo de aula possui 50 minutos, duas questões são suficientes para testar se os alunos conseguiram desenvolver as habilidades necessárias para resolverem os cálculos relacionados ao conteúdo proposto. Se caso o tempo permitir podem ser elaboradas mais questões para a realização do teste. Nota-se que o teste apresentado não menciona um contexto, conforme a metodologia se desenvolve. Não que esse contexto seja colocado de lado. O objetivo é saber se as técnicas e o conteúdo foram bem desenvolvidos pelos alunos.

9. RESULTADOS DA APLICAÇÃO DA METODOLOGIA

O experimento da aplicação da metodologia foi realizado nas duas turmas de uma escola particular. As duas turmas apresentavam perfis totalmente opostos. A posição do professor que estava aplicando a metodologia proposta foi de neutralidade. Um dos objetivos era que a *metodologia* influenciasse os alunos de forma natural. É claro, seguida de uma postura serena e que repassasse responsabilidade por parte do professor.

Conforme alguns professores relatavam, o 9º ano A era uma turma mais receptivas e que se via estabelecida certa organização por parte dos próprios alunos, mesmo sem a intervenção do professor. E conseguia se um clima calmo

durante as aulas que eram apresentadas. A turma do 9º ano B, por sua vez, já apresentava certa desordem, e certo grau de irresponsabilidade. São perfis realmente diferentes e que mereceram ser tratados com muita cautela durante a apresentação do desenvolvimento da metodologia.

Uma surpresa no decorrer da apresentação do trabalho é que conforme a metodologia ia sendo desenvolvida ambas as turmas mostraram uma disposição à pesquisa e ao trabalho coletivo, mesmo que na turma do 9º ano B isso foi um pouco difícil de fazer. Os alunos de ambas as turmas discutiam a respeito das situações que eram apresentadas a cada dia. No entanto, a grande maioria dos alunos do 9º ano B não faziam os trabalhos e tarefas que eram passados para fazerem em casa. Isso os prejudicou em muito na evolução dos conteúdos. Aconteceu que, em alguns dias de registrar o visto nas atividades e de se fazer as correções, apenas 5 alunos (de turma de 35 alunos) apresentavam as atividades e trabalhos propostos.

Se tratando dos trabalhos no laboratório com os software matemático *Graph* e com o papel milimetrado, a reação de ambas as turmas era semelhante: a classe em peso participava das atividades propostas. Essa foi uma das maneiras de avaliar os alunos que não faziam as tarefas que eram propostas para serem feitas em casa. Grande parte dos alunos sabiam fazer os cálculos necessários, no entanto, a falta de treinamento por parte deles próprios acabou os prejudicando na evolução do conteúdo de maneira individual.

Os alunos tomavam a iniciativa de ajudarem um ao outro no decorrer dos desenvolvimentos dos trabalhos. Durante as explicações, alunos do 9º ano A apresentavam suas alternativas de resolução das equações do 2º grau. No 9º ano B, poucos alunos que se esforçavam para compreender o conteúdo tomaram a iniciativa de motivar os outros alunos que estavam deixando de fazer as tarefas.

A cada novo termo apresentado e estudado os alunos constantemente faziam associações com o movimento dos aviões mostrados na introdução do conteúdo apresentado. Isso significa que grande parte das duas turmas foram atingidas pelo propósito da metodologia de associar as funções quadráticas com o contexto analisada.

No momento inicial da apresentação do contexto muito alunos discutiam o que poderia ter acontecido se os aviões não obedecessem às funções recebidas da torre de comando. Para completar essa discussão elaborada de maneira proposital por parte do professor fora apresentado um vídeo a respeito de uma reportagem de

2010 onde ocorreu um acidente aéreo entre um avião particular *legacy* e um avião comercial da empresa Gol. Na reportagem mostra que os aviões se chocaram em pleno ar porque não foi obedecida as funções enviadas pela torre de comando por parte de um dos aviões.

A causa do acidente foi o fato de o piloto do avião *legacy* está pilotando um avião que recebe comandos em inglês, sendo que o piloto não entendia esse idioma de maneira plena. Houve alunos que apresentaram certa indignação com a situação apresentada. Alguns até mesmo diziam: “muitos morreram por uma falha humana em uma máquina de última geração.” A conclusão dessa parte da aplicação da metodologia foi a importância de se saber programar máquinas que obedeçam de forma plena os comandos das funções quadráticas. A seguir pode ser visto uma comparação entre o acidente acontecendo pelo falho de as funções matemáticas não terem sido ativadas nos controladores de voo (figura 11), e o que deveria ter ocorrido para evitar o acidente (figura 12).



Figura 11. Simulação do acidente ocorrido entre os dois aviões. Ambos se chocaram em pleno ar, pois as suas alturas eram semelhantes. Em um gráfico cartesiano $Y_{Gol} = 0$ e $Y_{Legacy} = 0$.

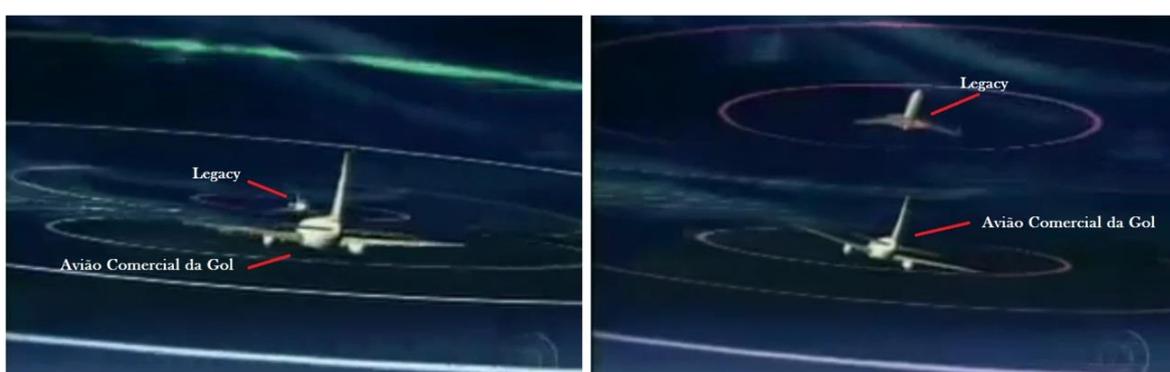


Figura 12. Simulação de como os dois aviões deveriam ter se comportado. Nesse caso o avião da Gol receberia a informação em forma de função $Y_{Gol} = 0$ e manteria a sua altura, enquanto o avião Legacy receberia uma função no formato $Y_{Legacy} = -ax^2 + bx + c$.

do canhão e do jogo *Angry Bird*. Os alunos puderam notar que esse conteúdo tem uma

aplicação direta. Muitos começaram a fazer associações de onde as parábolas aparecem. Isso mostrou que estudar esse conteúdo não é algo sem sentido. Tem um universo onde está inserido com suas aplicações.

Em relação aos testes aplicados nas duas turmas, os resultados foram bem diferentes. Os alunos do 9º ano A demonstravam mais responsabilidades com os exercícios para serem feitos em casa, com as pesquisas e com os trabalhos realizados em sala de aula. Isso levava aos alunos dessa turma a treinarem e desenvolver uma certa evolução em relação a esse conteúdo apresentado. A turma do 9º ano B já não tinha tanta responsabilidade com os trabalhos elaborados para serem feitos em casa. Logo, o treinamento não foi feito de maneira regular. Como uma das consequências as notas dos testes (como já mencionada é uma das ferramentas de avaliação utilizadas nessa pesquisa) variaram de uma turma para outra.

TURMA	TOTAL DE ALUNOS	ACIMA DA MÉDIA ESTABELECIDADA	ABAIXO DA MÉDIA ESTABELECIDADA
9º ANO A	36	32	4
9º ANO B	33	3	30

Tabela 2. Resultados das notas do teste aplicado nas turmas.

CONCLUSÕES

A metodologia apresentada nesse trabalho exige uma pré-disposição por parte do professor para que se façam pesquisas constantes. Principalmente falando a respeito da interação com o contexto ao qual os alunos estão inseridos. Esse contexto deve ser bem avaliado previamente pelo docente para que sua apresentação possa atingir grande parte da turma. É uma metodologia que está em constante movimentação, onde a abordagem, estudo e análise do conteúdo é o objetivo principal. Mas, isso se inicia a partir de um contexto, para que o conteúdo não seja trabalhado sem significado.

Exige também paciência por parte do professor para que os alunos se acostumem com a linguagem técnica utilizadas nos livros. Conforme a transição do

contexto para o conteúdo é desenvolvida, essa linguagem tende a mais clara, se tornar algo comum. Isso é semelhante ao desenvolvimento de um idioma na pessoa, a qual se acostuma com a língua local, para só depois de um tempo estudá-la e estruturá-la.

E é óbvio que o docente tem de ter um grande domínio do conteúdo e saber fazer o processo de transição entre a linguagem comum e a linguagem técnica. E deve-se levar em consideração que o aluno, antes da apresentação de um conteúdo, nem sempre tem conhecimento técnico bem elaborado do que será estudado. É por isso que de extrema importância que o professor analise direito como será o processo de transição da linguagem a ser abordada em sala de aula. Sempre lembrando que quem é o especialista na matéria é o *professor*. O aluno precisa ser levado a desenvolver a linguagem técnica que ele tem como empírica antes do trabalho com o conteúdo.

Uma das maneiras de o professor trabalhar essa transição é por motivar os alunos à pesquisa. Claro que isso não é algo fácil de fazer. Mas conforme a metodologia é processada no decorrer dos dias, o professor pode mostrar aos alunos como encontrar uma *tradução* dos termos apresentados nas aulas. Ele pode indicar sites que tratem do assunto que está sendo estudado, disponibilizar outros livros que trabalhem o conteúdo ou, até mesmo, construir um vocabulário conforme os termos técnicos forem aparecendo nas aulas ministradas. Mostrar curiosidades a respeito do conteúdo também motivará o aluno a pesquisar mais a respeito do que se lhe está sendo apresentado.

Um exemplo que pode ser mencionado é se referindo ao trabalho com o software matemático. O docente pode, dias antes do trabalho com essa ferramenta, pedir para que os alunos pesquisem vídeos que mostrem tutoriais de como trabalhar com o programa. Ou, antes do dia da apresentação de cada novo termo técnico, o professor pode pedir que os alunos pesquisem a respeito, mesmo que eles não encontrem respostas que satisfaçam suas buscas. O objetivo aqui é que os próprios alunos elaborem estratégias de buscas e pesquisas.

Essa metodologia em nenhum momento deixa de lado o conteúdo. Seu objetivo é inserir de forma bem planejada o conteúdo principal a um contexto. É verificar a aplicação de determinado conteúdo em um universo no qual os alunos (ou, todos os seres) estão inseridos. Ter em mente como funciona o processo de desenvolvimento de um conteúdo é essencial para torná-lo significativo. E essa

metodologia apresenta uma ideia de como isso pode ser realizado. Seguindo assim a estrutura organizacional de como os conteúdos estão sendo apresentados na escola, pode-se notar esse desenvolvimento no mapa conceitual 1. Essa metodologia incentiva também ao treinamento, ao desenvolvimento de técnicas e à elaboração de alternativas para problemas e situações que envolvam um conteúdo analisado.

Ela dá autonomia aos alunos, deixando-os livres para apresentarem suas propostas de resolução. Ao professor cabe o papel de sempre dar o suporte necessário para se estruturar as estratégias que estão sendo trabalhadas pelos alunos, com o objetivo de que eles desenvolvam técnicas objetivas obedecendo a uma sequência lógica de apresentação de argumentos. Trabalhando assim a contextualização, os conceitos e conteúdo de forma concomitante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MACHADO, Nilson José. (1998). Matemática e Língua Materna: análise de uma Impregnação Mútua. 4. ed. São Paulo: Cortez.

BUZAN, Tony. (2011). Use sua mente: como desenvolver o poder do seu cérebro. [tradução Marla Stern] . São Paulo: Integrare Editora.

TUFANO, Wagner. Contextualização. In: FAZENDA, Ivani C. Dicionário em Construção: Interdisciplinaridade. São Paulo: Cortez, 2001.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 1998.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Trad. e adapt.: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

Pesquisa em Sala de Aula: Tendências para a Educação em Novos Tempos/Roque Morais, Valderéz Marina do Rosário (Orgs.).-2.ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

FAYOL, Michel. (1947). Numeramento: aquisição das competências matemáticas; tradução: Marcos Bagno.- São Paulo: Parábola Editorial, 2012.

Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental
Aprender e ensinar : diferentes olhares e práticas [recurso eletrônico] /
organizadoras Maria Beatriz Jacques Ramos, Elaine Turk Faria.
– Dados eletrônicos. – Porto Alegre : PUCRS, 2011.

http://www.ufrgs.br/bibfbc/a_biblioteca/documentos/guia-normalizacao

Anexos



Figura 13. Alunos trabalhando no software Graph no laboratório de informática.

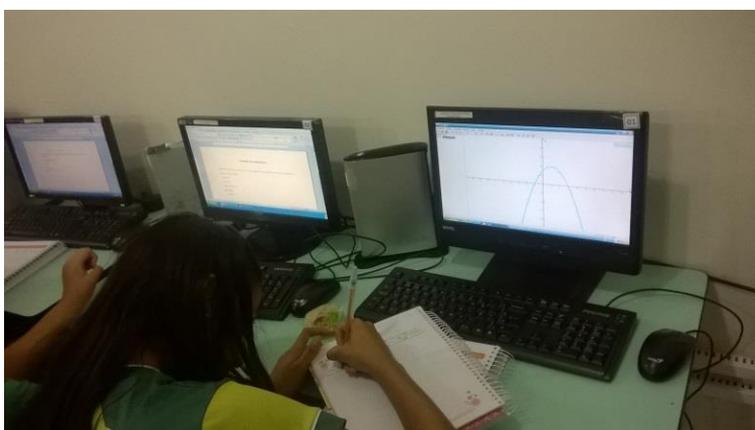


Figura 14. Aluna fazendo os cálculos dos vértices da função para confirmar e registrar os dados fornecidos.

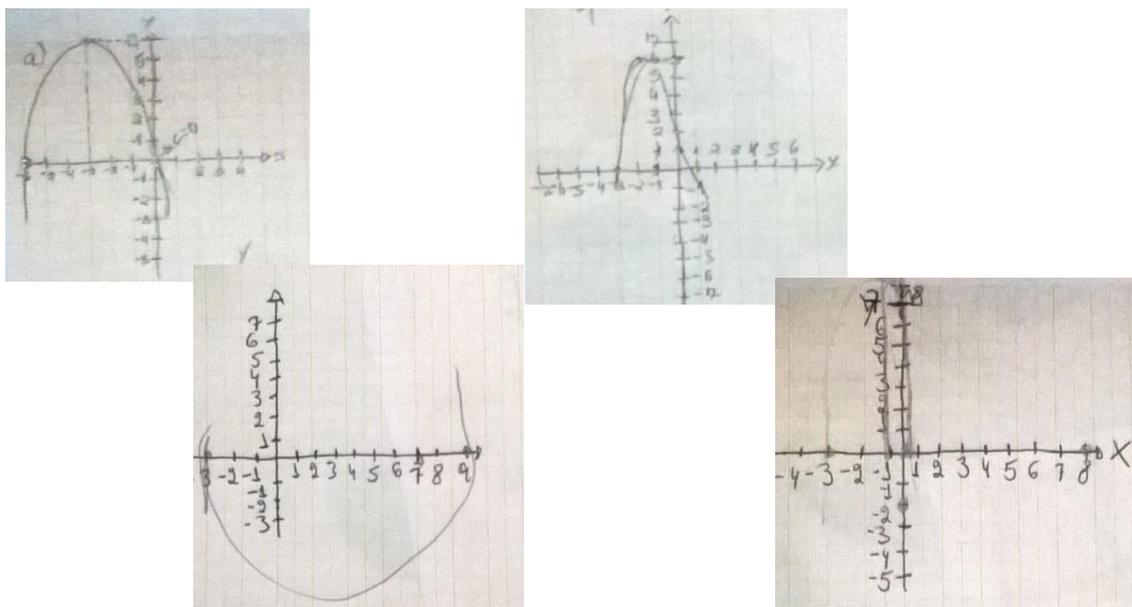


Figura 15. Alguns gráficos feitos em papel milimetrado gerados pelas análises dos alunos.

Teste corrigido. Pode-se ver alguns erros nos cálculos levando em consideração os sinais das operações.

TESTE DE MATEMÁTICA
(VALOR 2,0)

NOME: Epilthone Augusto Claudio Costa
TURMA: 4ºB
DATA: 20/10/15

1º) Construa e desenhe os gráficos das seguintes funções

a) $y = -x^2 - 6x$
b) $y = -2x^2 - 4x + 6$

a)

$$\frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0}}{2 \cdot (-1)} = \frac{6 \pm \sqrt{36}}{-2} \rightarrow \frac{6+6}{-2} = \frac{12}{-2} = -6$$

$a = -1$
 $b = -6$
 $c = 0$

$x_1 = -6$
$x_2 = 0$
$xV = -3$
$yV = 9$

$XV = \frac{-(-6)}{2 \cdot (-1)}$
 $\frac{6}{-2} = -3$ $yV = -3$

$yV = \frac{-36}{4 \cdot (-1)}$
 $\frac{-36}{-4} = 9$ $yV = 9$

$\rightarrow x_2 = \frac{6-6}{-2} = \frac{0}{-2} = 0$

O gráfico da função tem a sua concavidade voltada para baixo pois o seu $A = -1$ e as suas raízes são $x_{1,2} = (-6, 0)$ e os seus vértices são $V = (-3, 9)$

b)

$$\frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 6}}{2 \cdot (-2)} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{-4} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{-4} = \frac{4 \pm 8}{-4} \rightarrow x_1 = \frac{4+8}{-4} = \frac{12}{-4} = -3$$

$a = -2$
 $b = -4$
 $c = 6$

$x_{1,2} = (-3, 1)$
$xV = -1$
$yV = 1$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot (-2)} = \frac{4}{-4} = -1$

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-8}{4 \cdot (-2)} = \frac{-8}{-8} = 1$

O gráfico da função tem concavidade para baixo porque $A = -2$ e as suas raízes são $x_{1,2} = (-3, 1)$ e os seus vértices são $V = (-1, 1)$

Figura 16. Teste de matemática organizada conforme os passos trabalhados no decorrer das aulas.